Συνδυαστικές
Θέματα Δ
Οριζόντια βολή – κυκλική κίνηση – ορμή
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

1
16001

$Δ_1$. Μας ζητείται η μεταβολή της ορμής ΔP στο μπαλάκι.

Η ορμή είναι μια σημαντική έννοια, η κατανόηση της είναι απαραίτητη. Όχι για τις εξετάσεις του σχολείου αλλά για να καταλάβουμε καλύτερα τον κόσμο που μας περιβάλλει.

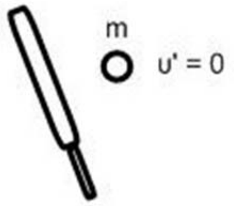
$ΔP = P_{τελ} - P_{αρχ}$: όπου ΔP η μεταβολή της ορμής, $P_{τελ}$: η τελική ορμή, $P_{αρχ}$: η αρχική ορμή. (Αν διαβάζετε την σχέση $ΔP = P_{τελ} - P_{αρχ}$ και δεν αναγνωρίζετε αμέσως τα μεγέθη, αφήστε την άσκηση και πηγαίνετε να διαβάσετε την θεωρία).

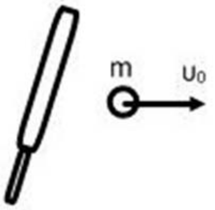
Η μεταβολή της ορμής είναι διανυσματικό μέγεθος με φορά αυτή που δίνει η διανυσματική αφαίρεση (υπάρχει στην ύλη των μαθηματικών σας).

Ο συγγραφέας της άσκησης έκανε μια επιλογή, είπε $υ_0$ την ταχύτητας της μπάλας μετά την κρούση. Ακολουθούμε τον συμβολισμό της άσκησης αλλά ξέρουμε ότι το μπαλάκι ήταν αρχικά ακίνητο. Ξαναδιαβάστε την άσκηση, σκεφτείτε. Η ταχύτητα μπορεί να έχει όποιο σύμβολο θέλει ο συγγραφέας της κάθε άσκησης, εσείς διαβάζετε την εκφώνηση και αντιλαμβάνεστε το φαινόμενο.

(Να σχολιάσω: Υπάρχει ποικιλία έως τώρα στις εκφωνήσεις, ενώ η άποψη του κ. Ανδρέα Κασσέτα είναι να χρησιμοποιούμε όλοι οι συνάδελφοι κοινό συμβολισμό.)

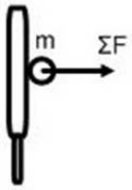
Η εφαρμογή απλή:





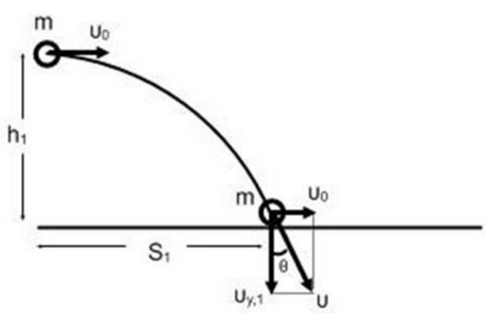
$\Delta P = m \cdot \upsilon_0 - 0 = 60 \cdot 10^{-3} \cdot 58 = 3{,}48\ kg \cdot m / s$. Το 1 gr είναι 10^{-3} kg.

Δ$_2$. Το ερώτημα αφορά την δύναμη ενώ στο προηγούμενο ερώτημα βρήκαμε την μεταβολή της ορμής, τα συνδέει: ο 2ος γενικευμένος νόμος του Newton: $\Sigma F = \Delta P / \Delta t \Rightarrow \Sigma F = 34{,}8 / 5 \cdot 10^{-2} \Rightarrow \Sigma F = 6{,}96 \cdot 10^2 = 696\ N$.



(Η μέση δύναμη είναι για την άσκηση η ΣF)

Δ$_3$. Το μπαλάκι εκτελεί οριζόντια βολή. Η οριζόντια βολή είναι συνδυασμός δύο κινήσεων που έπρεπε να ξέρετε από την Α λυκείου:



α. Ελεύθερης πτώσης στον κατακόρυφο άξονα. Το μπαλάκι βρίσκεται σε ύψος h_1 και με την πτώση καταλήγει στο έδαφος, άρα: $h_1 = ½ \cdot g \cdot t_1^2 \Rightarrow t_1^2 = 2 \cdot h_1 / g \Rightarrow t_1^2 = 2 \cdot 2 / 10 \Rightarrow t_1 = 2 \cdot \sqrt{10} / 10 \Rightarrow t_1 = 0{,}2 \cdot \pi\ s$.

	Σχόλιο: Πρέπει ήδη να είστε άνετοι με τις πράξεις των εκθετικών, η φυσική γενικής στο πρώτο κεφάλαιο της ύλης έπρεπε να σας τις είχε διδάξει. Πιάστε το τετράδιο και το μολύβι (αναλογικός και σίγουρος τρόπος) και δοκιμάστε να κάνετε εσείς τις πράξεις. Έτσι θα μάθετε. Πρέπει να βρούμε και την ταχύτητα στον άξονα y: $υ_{1,y} = g \cdot t_1 = 10 \cdot 0{,}2 \cdot π = 2π$ m / s . Σχόλιο: Παρατηρείστε πως από το ύψος h_1 ο χρόνος γίνεται t_1, δώστε το συμβολισμό που θα σας βοηθάει στη πορεία της λύσης. β. Ευθύγραμμης ομαλής στον οριζόντιο άξονα: Η μέγιστη απόσταση που διανύει το μπαλάκι είναι το βεληνεκές S_1 (η άσκηση θα μπορούσε να ζητήσει να το υπολογίσετε). Η ταχύτητα στον x – άξονα δεν αλλάζει $υ_x = υ_0$. Μας ζητάει την διεύθυνση της ταχύτητας (σε σχέση με τον κατακόρυφο άξονα) : από το σχήμα βλέπουμε ότι εφ θ = $υ_0 / υ_{1,y}$ ⇒ εφ θ = 58 / 2π ⇒ εφ θ = 29 / π . **Δ$_4$.** Μας ζητάει το ύψος που το μπαλάκι πέρασε πάνω από το δίχτυ: Αφού το μπαλάκι είναι πάνω από το δίχτυ τότε στον άξονα x έχει διανύσει d. Άρα $d = S_2 = υ_0 \cdot t_2 \Rightarrow t_2 = d / υ_0 \Rightarrow t_2 = 17{,}4 / 58 \Rightarrow t_2 = 0{,}3$ s . Στον άξονα y θα έχει κινηθεί: $y_2 = ½ \cdot g \cdot t_2^2 \Rightarrow y_2 = ½ \cdot 10 \cdot (3 \cdot 10^{-1})^2 \Rightarrow y_2 = 5 \cdot 9 \cdot 10^{-2} \Rightarrow y_2 = 0{,}45$ m . Από το σχήμα: $h_1 = y_2 + h \Rightarrow h = h_1 - y_2 \Rightarrow h = 2 –$ $= 1{,}55$ m . Το δίχτυ βρίσκεται σε ύψος h_2 άρα $Δh = h – h_2 = 1{,}55 – 1 = 0{,}55$ m .
2 **15955**	**Δ$_1$.** Ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής: $p_{ολ,αρχ} = p_{ολ,τελ} \Rightarrow 0 + m_1 \cdot υ_1 = (m_1 + m_2) \cdot υ \Rightarrow υ = m_1 \cdot υ_1 / (m_1 + m_2) \Rightarrow υ = 4 \cdot 5 / (4 + 6) \Rightarrow υ = 2$ m / s . Το συσσωμάτωμα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με περίοδο T, ισχύει: $υ = ω \cdot R \Rightarrow ω = υ / R \Rightarrow ω = 2 / 2 = 1$ rad / s . Ισχύει: $ω = 2π / T \Rightarrow T = 2π / ω \Rightarrow T = 2 \cdot 3{,}14 / 1 \Rightarrow T = 6{,}28$ s.

Δ$_2$. Η αρχή διατήρησης της ενέργειας είναι: $K_{αρχ} = K_{τελ} + Q \Rightarrow Q = K_{αρχ} - K_{τελ} \Rightarrow Q = ½\cdot m_1\cdot υ_1^2 - ½\cdot(m_1 + m_2)\cdot υ^2 \Rightarrow Q = ½\cdot 4\cdot 5^2 - ½\cdot 10\cdot 2^2 \Rightarrow Q = 50 - 20 =$ 30 joule.

Δ$_3$. Ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής: $p_{ολ.αρχ} = p_{ολ,τελ} \Rightarrow 0 + m_1\cdot υ_1 = -m_1\cdot υ_1'' + m_2\cdot υ_2'' \Rightarrow m_1\cdot υ_1'' = -m_1\cdot υ_1 + m_2\cdot υ_2'' \Rightarrow υ_1'' = (-m_1\cdot υ_1 + m_2\cdot υ_2'') / m_1 \Rightarrow υ_1'' = (-4\cdot 5 + 6\cdot 4) / 4 \Rightarrow υ_1'' = 1$ m / s.

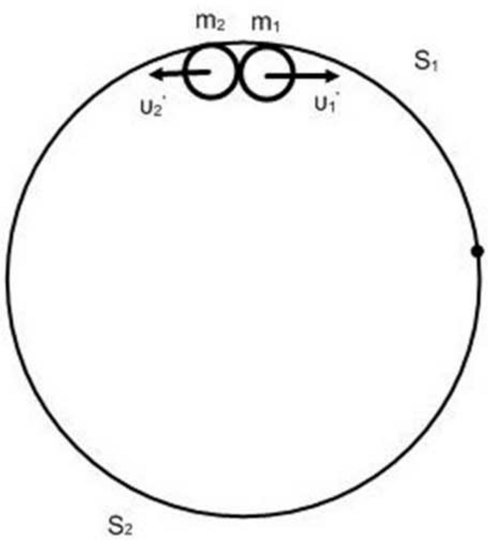
Θα δούμε αν διατηρείται η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σφαιριδίων:

$K_{αρχ} = ½\cdot m_1\cdot υ_1^2 = ½\cdot 4\cdot 5^2 = 50$ joule.

$K_{τελ} = ½\cdot m_1\cdot υ_1''^2 + ½\cdot m_2\cdot υ_2''^2 = ½\cdot 4\cdot 1^2 + ½\cdot 6\cdot 4^2 = 2 + 48 = 50$ joule, άρα ισχύει $K_{αρχ} = K_{τελ}$ δηλαδή έχουμε ελαστική κρούση.

Δ$_4$. Έστω ότι το m_1 διαγράφει S_1 ενώ το m_2 διαγράφει S_2 .

Ας δούμε το σχήμα :

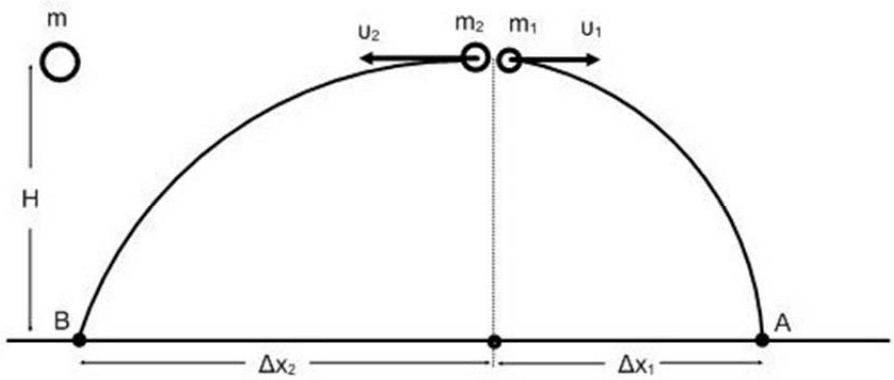


$S_1 + S_1 = 2π\cdot R$, δεδομένου ότι τα σώματα μετά την κρούση έχουν αντίθετη φορά ταχυτήτων, διαγράφουν συνολικά ένα κύκλο.

Ισχύει : $υ_1“ = S_1 / t \Rightarrow S_1 = υ_1“\cdot t$ και $υ_2“ = S_2 / t \Rightarrow S_2 = υ_2“\cdot t$ αντικαθιστούμε στη σχέση: $S_1 + S_2 = 2π\cdot R$ και $υ_1“\cdot t + υ_2“\cdot t = 2π\cdot R \Rightarrow (υ_1“+ υ_2“)\cdot t = 2π\cdot R \Rightarrow t = 2π\cdot R / (υ_1“+ υ_2“) \Rightarrow t = 2π\cdot 2 / (1+4) \Rightarrow t = 4π / 5$ s.. Στη συνέχεια μπορούμε να αντικαταστήσουμε στις σχέσεις $S_1 = υ_1“\cdot t \Rightarrow S_1 = 1\cdot 4π / 5 = 4π / 5$ m
και $S_2 = υ_2“\cdot t = 4\cdot 4π / 5 = 16π / 5$ m .

Να ελέγξουμε: $S_1 + S_2 = 4π / 5 + 16π / 5 = 20π / 5 = 4π$.

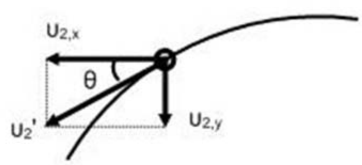
3
15961



$Δ_1$. Βλέπουμε αριστερά στο σχήμα την βόμβα μάζας m σε ύψος H. Δεξιά η βόμβα έχει μόλις εκραγεί στα m_1 και m_2 τμήματα που την αποτελούν. Ισχύει $m = m_1 + m_2 \Rightarrow m_2 = m - m_1 \Rightarrow m_2 = 3 - 2 = 1$ kg .

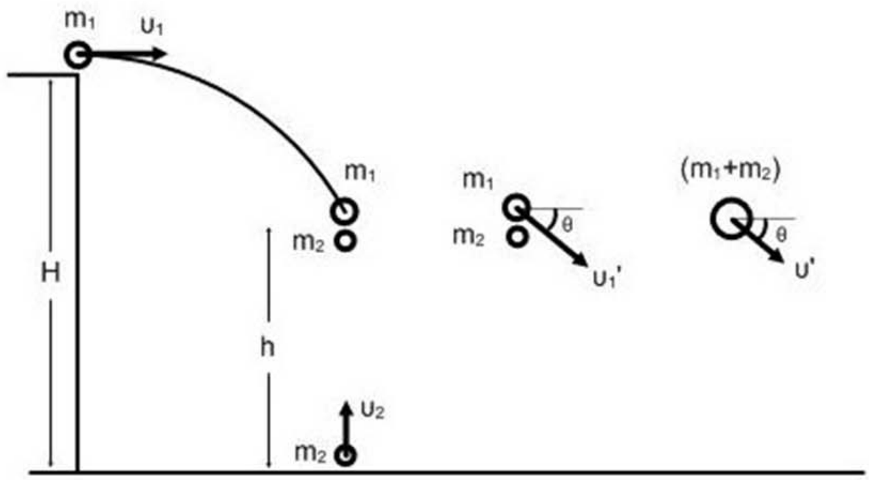
Ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής: $p_{ολ,,αρχ} = p_{ολ,τελ} \Rightarrow 0 = m_1\cdot υ_1 - m_2\cdot υ_2 \Rightarrow υ_2 = m_1\cdot υ_1 / m_2 \Rightarrow υ_2 = 2\cdot 40 / 1 = 80$ m / s .

$Δ_2$. Τα δύο τμήματα εκτελούν οριζόντια βολή. Το δεύτερο κομμάτι:



$υ_{2,x} = υ_2 = 80$ m / s και $υ_{2,y} = g\cdot t = 10\cdot 6 = 60$ m / s . Η συνολική ταχύτητα $υ_2“^{\,2} = υ_{2,x}^2 + υ_{2,y}^2 \Rightarrow υ_2“^{\,2} = 80^2 + 60^2 \Rightarrow υ_2“ = 100$ m / s. Η διεύθυνση εφ $θ = υ_{2,y} / υ_{2,x} \Rightarrow$ εφ $θ = 60 / 80 = 3 / 4$.

$Δ_3$. $H = ½\cdot g\cdot t^2 \Rightarrow t^2 = 2H / g \Rightarrow t^2 = 2\cdot 500 / 10 \Rightarrow t^2 = 100 \Rightarrow t = 10$ s . Και οι δύο μάζες θα φτάσουν στο έδαφος ταυτόχρονα, οι μάζα των σωμάτων δεν έχει σημασία εφόσον εκτελούν ελεύθερη πτώση στον y άξονα.

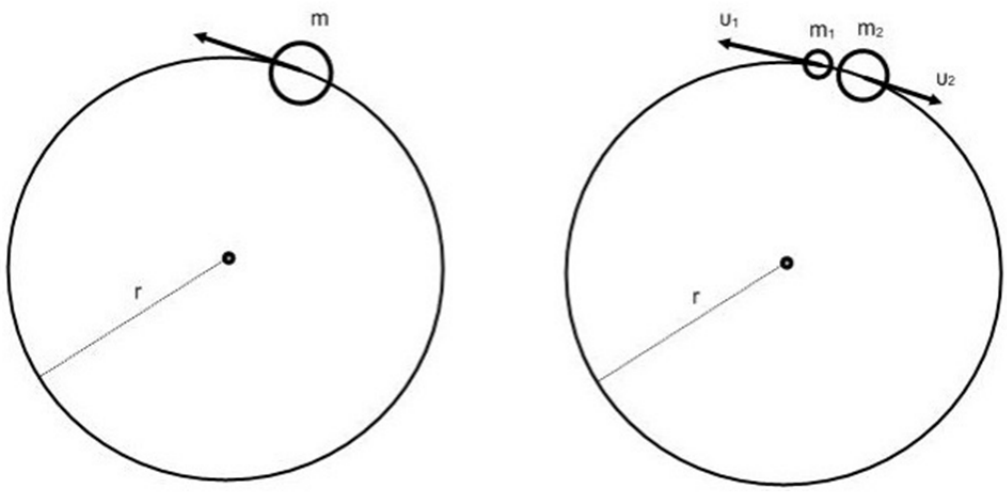
	$Δ_4$. Το βεληνεκές του m_1 είναι $Δx_1 = υ_1 \cdot t \Rightarrow Δx_1 = 40 \cdot 10 = 400$ m . Το βεληνεκές του m_2 είναι $Δx_2 = υ_2 \cdot t \Rightarrow Δx_1 = 80 \cdot 10 = 800$ m . Η ΑΒ απόσταση είναι : ΑΒ $= Δx_1 + Δx_2 = 400 + 800 = 1200$ m .
4 15965	**$Δ_1$.** Δίνεται η συχνότητα: $f = N / t \Rightarrow f = 60 / 1\ min = 60 / 60\ s = 1$ Hz . Η γωνιακή ταχύτητα $ω = 2π \cdot f = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 1 = 6{,}28$ rad / s ή $2π$ rad / s . **$Δ_2$.** Η γραμμική ταχύτητα του άκρου: $υ = ω \cdot R \Rightarrow υ = 2π \cdot 2 = 4π$ m / s . Η κεντρομόλος επιτάχυνση είναι $α_κ = υ^2 / R \Rightarrow α_κ = (4π)^2 / 2 \Rightarrow α_κ = 80\ m / s^2$. **$Δ_3$.** Θα εκτελέσει οριζόντια βολή: με $υ_x = υ = 4π$ m / s. **$Δ_4$.** Το ύψος που βρίσκεται το σώμα στο πάνω μέρος της κυκλικής του τροχιάς είναι Η “ = Η + R = 18 + 2 = 20 m . Εκτελεί και ελεύθερη πτώση, άρα Η “ = $½ \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow t^2 = 2 \cdot$Η “ / g $\Rightarrow t^2 = 2 \cdot 20 / 10 \Rightarrow t^2 = 4 \Rightarrow t = 2$ s . Με ταχύτητα στον y άξονα: $υ_y = g \cdot t = 10 \cdot 2 = 20$ m / s. Η συνολική ταχύτητα θα είναι: $υ^2 = υ_x^2 + υ_y^2 \Rightarrow υ^2 = (4π)^2 + 20^2 \Rightarrow υ^2 = 16π^2 + 400 \Rightarrow υ^2 = 560 \Rightarrow υ = 23{,}7$ m / s .
5 15967	 **$Δ_1$.** Το m_2 εκτελεί κατακόρυφη βολή και φτάνει σε μέγιστο ύψος h όπου η ταχύτητα του μηδενίζεται: $υ_y = υ_2 - g \cdot t_1 \Rightarrow 0 = υ_2 - g \cdot t_1 \Rightarrow υ_2 = g \cdot t_1 \Rightarrow t_1 = υ_2 / g \Rightarrow t_1 = 40 / 10 \Rightarrow t_1 = 4$ s . Το μέγιστο ύψος είναι: $h = υ_2 \cdot t_1 - ½ \cdot g \cdot t_1^2 \Rightarrow h = 40 \cdot 4 - ½ \cdot 10 \cdot 4^2 \Rightarrow h = 160 - 80 = 80$ m .

$Δ_2$. Την χρονική στιγμή t_1 το σώμα m_1 έχει ταχύτητα $υ_{1,y} = g \cdot t_1$ και συνολική ταχύτητα: $υ_1''^2 = υ_1^2 + υ_{1,y}^2 \Rightarrow υ_1''^2 = 30^2 + (10 \cdot 4)^2 \Rightarrow υ_1''^2 = 900 + 1600 \Rightarrow υ_1''^2 = 2500 \Rightarrow υ_1'' = 50\ m/s$. Η διεύθυνση της ταχύτητας είναι: εφ $θ = υ_{1,y} / υ_1 \Rightarrow$ εφ $θ = 40 / 30 = 4 / 3$.

$Δ_3$. Το m_1 την χρονική στιγμή t_1 βρίσκεται σε ύψος $y_1 = ½ \cdot g \cdot t_1^2 = ½ \cdot 10 \cdot 4^2 = 80$ m, άρα βρίσκεται σε ύψος $h_1 = H - y_1 \Rightarrow h_1 = 160 - 80 = 80$ m στο ίδιο ύψος με το m_2.

$Δ_4$. Ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής: $p_{ολ,αρχ} = p_{ολ,τελ} \Rightarrow m_1 \cdot υ_1'' = (m_1 + m_2) \cdot υ'' \Rightarrow υ'' = m_1 \cdot υ_1'' / (m_1 + m_2) \Rightarrow υ'' = 0{,}4 \cdot 50 / (0{,}4 + 0{,}1) \Rightarrow υ'' = 20 / 0{,}5 \Rightarrow υ'' = 40\ m/s$. Η διεύθυνση της ταχύτητας του συσσωματώματος είναι η ίδια με την διεύθυνση της m_1 λίγο πριν την κρούση, άρα εφ $θ = 4 / 3$.

6
15978



Η γωνιακή ταχύτητα: $ω = 2π / T \Rightarrow ω = 2π / 2 \Rightarrow ω = π\ rad/s$. Η σχέση γραμμικής και γωνιακής ταχύτητας: $υ = ω \cdot r \Rightarrow υ = π \cdot 2 / π \Rightarrow υ = 2\ m/s$.

$Δ_2$. Βλέπουμε στο σχήμα την αποχώρηση των δύο βαγονιών, για τις μάζες: $m = m_1 + m_2 \Rightarrow m_2 = m - m_1 \Rightarrow m_2 = 3 - 1 = 2$ kg.

Ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής: $p_{ολ,αρχ} = p_{ολ,τελ} \Rightarrow m \cdot υ = m_1 \cdot υ_1 - m_2 \cdot υ_2 \Rightarrow m_2 \cdot υ_2 = m_1 \cdot υ_1 - m \cdot υ \Rightarrow υ_2 = (m_1 \cdot υ_1 - m \cdot υ) / m_2 \Rightarrow υ_2 = (1 \cdot 12 - 3 \cdot 2) / 2 \Rightarrow υ_2 = 3\ m/s$.

$Δ_3$. Ισχύει η αρχή διατήρησης της ενέργειας: $K_{αρχ} = Q + K_{τελ} \Rightarrow Q = K_{αρχ} - K_{τελ} \Rightarrow Q = ½ \cdot m \cdot υ^2 - (½ \cdot m_1 \cdot υ_1^2 + ½ \cdot m_2 \cdot υ_2^2) \Rightarrow Q = ½ \cdot 3 \cdot 2^2 - (½ \cdot 1 \cdot 12^2 + ½ \cdot 2 \cdot 3^2) \Rightarrow Q = 6 - (72 + 9) \Rightarrow Q = 6 - 81 = -75$ joule.

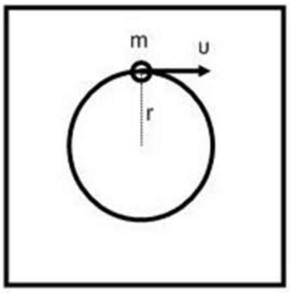
$Δ_4$. Το m_1 βαγόνι θα έχει διαγράψει τόξο: $2π \cdot r - x$ ενώ το m_2 βαγόνι θα έχει διαγράψει τόξο: x μέχρι να συναντηθούν τα δύο βαγόνια για πρώτη φορά:

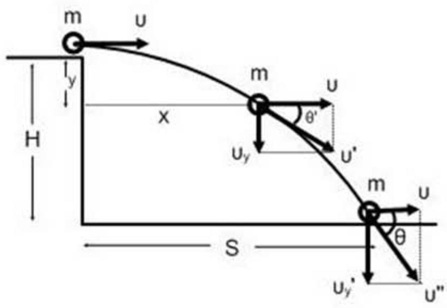
$υ_1 = (2π·r – x) / t ⇒ 2π·r – x = υ_1·t$ και $υ_2 = x / t ⇒ x = υ_2·t$ άρα $2π·r – υ_2·t = υ_1·t ⇒ 2π·r = υ_2·t + υ_1·t ⇒ 2π·r = (υ_2 + υ_1)·t ⇒ t = 2π·r / (υ_2 + υ_1) ⇒ t = 4 / (3+12) ⇒ t = 4 / 15\ s$.

Ισχύει: $υ_1 = ω_1·r ⇒ ω_1 = υ_1 / r ⇒ ω_1 = 6π\ rad / s$, $υ_2 = ω_2·r ⇒ ω_2 = υ_2 / r ⇒ ω_2 = 1{,}5π\ rad / s$.

$ω_1 = θ_1 / t ⇒ θ_1 = ω_1·t ⇒ θ_1 = 6π·(4 / 15) = 24π / 15\ rad$ και $ω_2 = θ_2 / t ⇒ θ_2 = ω_2·t ⇒ θ_2 = 1{,}5·π·(4 / 15) = 6π / 15\ rad$.

7
15982



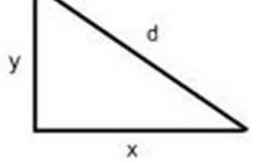


Δ$_1$. Στο αριστερό σχήμα μια κάτοψη της ταράτσας, η γραμμική ταχύτητα $υ = 2π·r / T ⇒ υ = 2π·(5 / π) / (½) ⇒ υ = 20\ m / s$.

Δ$_2$. Το σώμα εκτελεί οριζόντια βολή, όπως βλέπουμε στο δεξί σχήμα, ισχύει: $υ_x = υ = 20\ m / s$ και $υ_y = g·t ⇒ υ_y = 10·2 = 20\ m / s$. Η συνολική ταχύτητα $υ''^2 = υ_x^2 + υ_y^2 ⇒ υ''^2 = 20^2 + 20^2 ⇒ υ''^2 = 2·20^2 ⇒ υ'' = 20·\sqrt{2}\ m / s$.

Η διεύθυνση $εφθ'' = υ_y / υ ⇒ εφθ'' = 20 / 20 = 1 ⇒ θ'' = 45°$

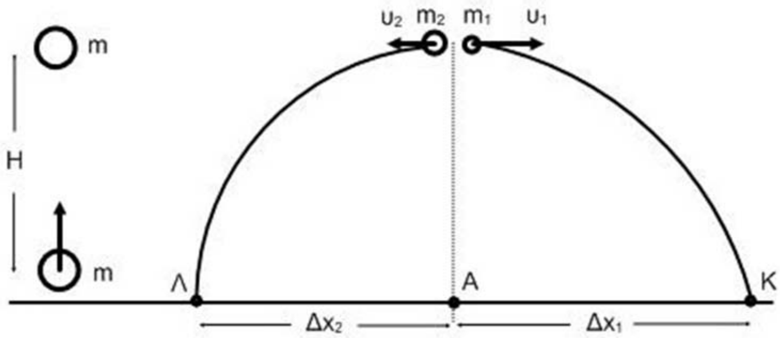
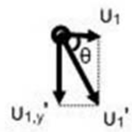
Δ$_3$. Το ύψος y είναι: $y = ½·g·t^2 ⇒ y = ½·10·2^2 = 20\ m$. επίσης διανύει x απόσταση στον οριζόντιο άξονα: $υ = x / t ⇒ x = υ·t ⇒ x = 20·2 = 40\ m$, άρα η απόσταση όπως βλέπουμε στο σχήμα είναι: $d^2 = y^2 + x^2 ⇒ d^2 = 20^2 + 40^2 ⇒ d^2 = 400 + 1600 ⇒ d^2 = 2000 ⇒ d = 20\sqrt{5}\ m$.

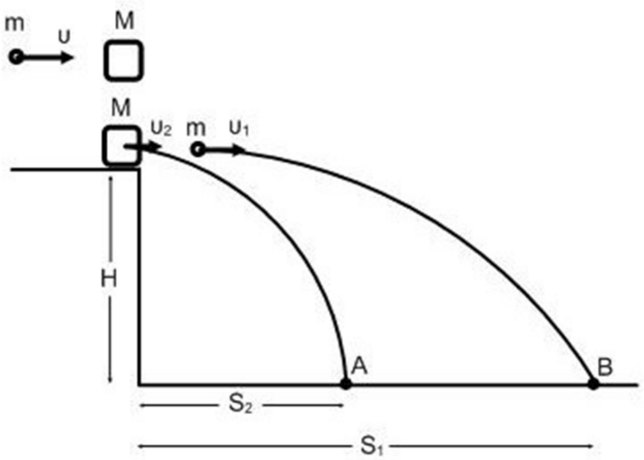


Δ$_4$. Η $εφθ = υ''_y / υ ⇒ υ''_y = υ·εφθ = 20·2 = 40\ m / s$.

$υ''_y = g·t'' ⇒ t'' = υ''_y / g ⇒ t'' = 40 / 10 = 4\ s$.

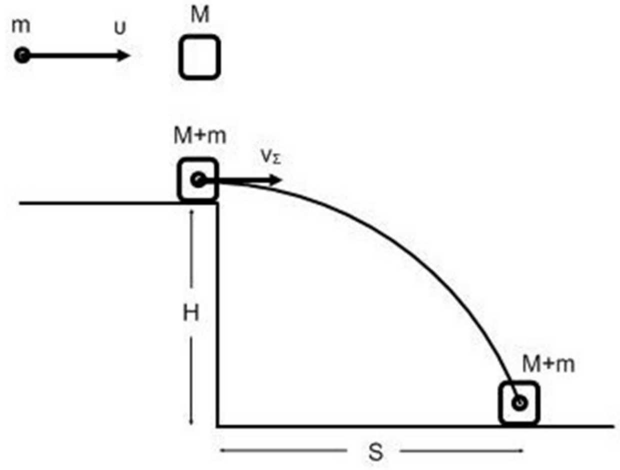
Ύψος : $H = ½·g·t''^2 ⇒ H = ½·10·4^2 = 80\ m$. Βεληνεκές: $S = υ·t'' = 20·4 = 80\ m$. Άρα ο ζητούμενος λόγος: $H / S = 1$.

8 **15985**	**Δ$_1$.** Το συσσωμάτωμα εκτελεί οριζόντια βολή: $h = ½·g·t^2 \Rightarrow t^2 = 2·h / g \Rightarrow t^2 = 2·5 / 10 \Rightarrow t = 1\ s$. **Δ$_2$.** Το βεληνεκές $S = x = \upsilon'' ·t \Rightarrow \upsilon'' = x / t \Rightarrow \upsilon'' = 10 / 1 = 10\ m / s$. **Δ$_3$.** Η αρχή διατήρησης της ορμής: $P_{ολ,αρχ} = P_{ολ,τελ} \Rightarrow m·\upsilon = (m + M)·\upsilon'' \Rightarrow \upsilon = (m + M)·\upsilon'' / m \Rightarrow \upsilon = (0,1 + 1,9)·10 / 0,1 \Rightarrow \upsilon = 200\ m / s$. **Δ$_4$.** Η απώλεια της μηχανικής ενέργειας Q, αρχή διατήρησης της ενέργειας: $K_{αρχ} = K_{τελ} + Q \Rightarrow Q = K_{αρχ} - K_{τελ} \Rightarrow Q = ½·m·\upsilon^2 - ½·(M + m)·\upsilon''^2 \Rightarrow Q = ½·0,1·200^2 - ½·(1,9 + 0,1)·10^2 \Rightarrow Q = 2000 - 100 \Rightarrow Q = 1900$ joule.
9 **15986**	**Δ$_1$.** Το σχήμα της άσκησης είναι:   Βλέπουμε στο αριστερό σχήμα το σώμα m που έχει φτάσει στο ανώτερο ύψος της τροχιάς του και έχει $\upsilon = 0$. Η αρχή διατήρησης της ορμής: $P_{ολ,αρχ} = P_{ολ,τελ} \Rightarrow 0 = m_1·\upsilon_1 - m_2·\upsilon_2 \Rightarrow m_1·\upsilon_1 = m_2·\upsilon_2 \Rightarrow \upsilon_2 = m_1·\upsilon_1 / m_2 \Rightarrow \upsilon_2 = 1·10 / 2 \Rightarrow \upsilon_2 = 5\ m / s$. Η m_2 θα κινηθεί προς τα αριστερά σε οριζόντια διεύθυνση. **Δ$_2$.** Το κάθε κομμάτι θα εκτελέσει οριζόντια βολή, άρα : $H = ½·g·t^2 \Rightarrow t^2 = 2·H / g \Rightarrow t^2 = 2·20 / 10 \Rightarrow t = 2\ s$. Ο χρόνος κίνησης είναι ο ίδιος και για τις δύο μάζες. **Δ$_3$.** Το βεληνεκές για τις δύο μάζες είναι: $Δx_1 = \upsilon_1·t \Rightarrow Δx_1 = 10·2 = 20\ m$ και $Δx_2 = \upsilon_2·t \Rightarrow Δx_2 = 5·2 = 10\ m$. Από το σχήμα: $(ΚΛ) = Δx_1 + Δx_2 \Rightarrow (ΚΛ) = 20 + 10 = 30\ m$. **Δ$_4$.** Η ταχύτητα του m_1 είναι $\upsilon_{1,x} = \upsilon_1 = 10\ m / s$ και $\upsilon_{1,y} = g·t = 10·2 = 20\ m / s$, στους δύο άξονες, άρα συνολικά: $\upsilon_1''^2 = \upsilon_{1,x}^2 + \upsilon_{1,y}^2 \Rightarrow \upsilon_1''^2 = 10^2 + 20^2 \Rightarrow \upsilon_1''^2 = 100 + 400 \Rightarrow \upsilon_1''^2 = 500 \Rightarrow \upsilon_1'' = 10·\sqrt{5}\ m / s$.

10 **15989**	**Δ$_1$.** Ο κύβος εκτελεί οριζόντια βολή, η διαφορά ύψους των σημείων Ο, Α είναι: $(40 - 20) = ½\cdot g\cdot t^2 \Rightarrow t^2 = 4 \Rightarrow t = 2$ s . **Δ$_2$.** Το βεληνεκές: $S = v\cdot t \Rightarrow v = S / t \Rightarrow v = 20 / 2 = 10$ m / s . Προσοχή: είναι 20 m και η οριζόντια απόσταση. **Δ$_3$.** Ισχύει: $v_y = g\cdot t = 10\cdot 2 = 20$ m / s . Η συνολική ταχύτητα $v''^2 = v^2 + v_y^2 \Rightarrow v''^2 = 10^2 + 20^2 = 500 \Rightarrow v'' = 10\cdot\sqrt{5}$ m / s . **Δ$_4$.** Η αρχή διατήρησης της ορμής: $P_{ολ,αρχ} = P_{ολ,τελ} \Rightarrow m\cdot υ_1 = M\cdot v + m\cdot υ_2 \Rightarrow m\cdot υ_2 = m\cdot υ_1 - M\cdot v \Rightarrow υ_2 = υ_1 - (M / m)\cdot v \Rightarrow υ_2 = 200 - (1 / 0{,}1)\cdot 10 = 100$ m / s . Αρχή διατήρησης της ενέργειας: $K_{αρχ} = Q + K_{τελ} \Rightarrow Q = K_{αρχ} - K_{τελ} \Rightarrow Q = ½\cdot m\cdot υ_1^2 - (½\cdot m\cdot υ_2^2 + ½\cdot M\cdot v^2) \Rightarrow Q = ½\cdot 0{,}1\cdot 200^2 - (½\cdot 0{,}1\cdot 100^2 + ½\cdot 1\cdot 10^2) \Rightarrow Q = 2000 - (500 + 50) \Rightarrow Q = 2000 - 550 = 1450$ joule.
11 **15992**	 **Δ$_1$.** Η αρχή διατήρησης της ορμής: $P_{ολ,αρχ} = P_{ολ,τελ} \Rightarrow m\cdot υ = m\cdot υ_1 + M\cdot υ_2 \Rightarrow M\cdot υ_2 = m\cdot υ - m\cdot υ_1 \Rightarrow υ_2 = m\cdot(υ - υ_1) / M \Rightarrow υ_2 = 0{,}5\cdot(200 - (200 / 2)) / 20 \Rightarrow υ_2 = 2{,}5$ m / s . **Δ$_2$.** Αρχή διατήρησης της ενέργειας: $K_{αρχ} = Q + K_{τελ} \Rightarrow Q = K_{αρχ} - K_{τελ} \Rightarrow Q = ½\cdot m\cdot υ^2 - (½\cdot m\cdot υ_1^2 + ½\cdot M\cdot υ_2^2) \Rightarrow Q = ½\cdot 0{,}5\cdot 200^2 - (½\cdot 0{,}5\cdot 100^2 + ½\cdot 20\cdot 2{,}5^2) \Rightarrow Q = 7437{,}5$ joule . **Δ$_3$.** Η μεταβολή της ορμής του βλήματος: $Δp_1 = p_1'' - p_1 \Rightarrow Δp_1 = m\cdot υ_1 - m\cdot υ \Rightarrow Δp_1 = m\cdot(υ_1 - m\cdot υ) \Rightarrow Δp_1 = 0{,}5\cdot(100 - 200) \Rightarrow Δp_1 = -50$ kg·m / s . Ο 2ος γενικευμένος Newton: $ΣF = Δp_1 / Δt \Rightarrow ΣF = -50 / 0{,}1 = -500$ N . **Δ$_4$.** Τα m και M εκτελούν οριζόντια βολή: $H = ½\cdot g\cdot t^2 \Rightarrow t^2 = 2\cdot H / g \Rightarrow t^2 = 2\cdot 80 / 10 \Rightarrow t = 4$ s . Το βεληνεκές των M και m είναι: $S_2 = υ_2\cdot t \Rightarrow S_2 = 2{,}5\cdot 4 = 10$ m , $S_1 = υ_1\cdot t \Rightarrow S_1 = 100\cdot 4 = 400$ m .

Η ζητούμενη απόσταση $(AB) = S_1 - S_2 \Rightarrow (AB) = 400 - 10 = 390\ m$.

12
15995



Δ$_1$. Η Αρχή διατήρησης της ορμής: $P_{ολ,αρχ} = P_{ολ,τελ} \Rightarrow m \cdot υ = (m + M) \cdot v_\Sigma \Rightarrow v_\Sigma = m \cdot υ / (m + M) \Rightarrow v_\Sigma = 5 \cdot 10^{-2} \cdot 10^2 / 2 \Rightarrow v_\Sigma = 2{,}5\ m/s$.

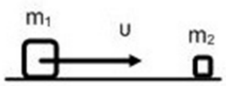
Δ$_2$. Η απώλεια κινητικής ενέργειας: $\Delta K = K_{τελ} - K_{αρχ} \Rightarrow \Delta K = \frac{1}{2} \cdot (m + M) \cdot v_\Sigma^{\ 2} - \frac{1}{2} \cdot m \cdot υ^2 \Rightarrow \Delta K = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2{,}5^2 - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10^{-2} \cdot 10^4 \Rightarrow \Delta K = 6{,}25 - 2{,}5 \cdot 10^2 = -243{,}75$ joule.

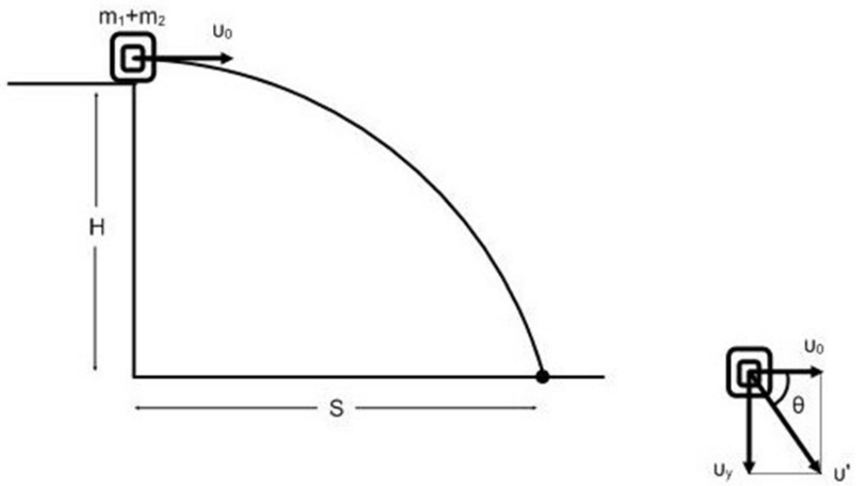
Δ$_3$. Το συσσωμάτωμα εκτελεί οριζόντια βολή: $H = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow t^2 = 2 \cdot H / g \Rightarrow t^2 = 2 \cdot 45 / 10 \Rightarrow t = 3\ s$.

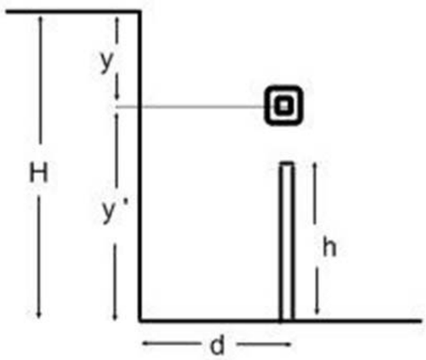
Δ$_4$. Το βεληνεκές: $S = v_\Sigma \cdot t \Rightarrow S = 2{,}5 \cdot 3 = 7{,}5\ m$.

13
15997

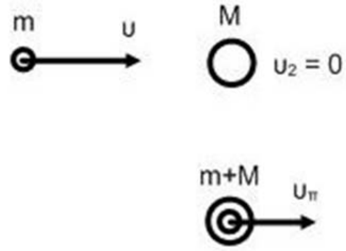
Δ$_1$. Το κουτί Α εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση: $υ = 2π \cdot L / T \Rightarrow L = υ \cdot T / 2π \Rightarrow L = 20 \cdot 0{,}2π / 2π \Rightarrow L = 2\ m$.





	$Δ_2$. Αρχή διατήρησης της ορμής: $P_{ολ,αρχ} = P_{ολ,τελ} \Rightarrow m_1 \cdot υ = (m_1 + m_2) \cdot υ_0 \Rightarrow υ_0 = m_1 \cdot υ / (m_1 + m_2) \Rightarrow υ_0 = 3 \cdot 20 / (3 + 1) \Rightarrow υ_0 = 15\ m/s$. Το συσσωμάτωμα εκτελεί οριζόντια βολή: $H = ½ \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow t^2 = 2 \cdot H / g \Rightarrow t^2 = 2 \cdot 20 / 10 \Rightarrow t = 2\ s$. Το βεληνεκές: $S = υ_0 \cdot t \Rightarrow S = 15 \cdot 2 = 30\ m$. **$Δ_3$.** $υ_y = g \cdot t \Rightarrow υ_y = 10 \cdot 2 = 20\ m/s$. Το μέτρο της ταχύτητας: $υ''^2 = υ_0^2 + υ_y^2 \Rightarrow υ''^2 = 15^2 + 20^2 \Rightarrow υ''^2 = 225 + 400 \Rightarrow υ'' = 25\ m/s$. Η διεύθυνση της ταχύτητας: $εφ\,θ = υ_y / υ_0 \Rightarrow εφ\,θ = υ_y / υ_0 \Rightarrow εφ\,θ = 20 / 15 = 4/3$. **$Δ_4$.** Ο στύλος βρίσκεται σε οριζόντια απόσταση d, για να διανύσει οριζόντια απόσταση το συσσωμάτωμα, θα χρειαστεί χρόνο: $d = υ_0 \cdot t'' \Rightarrow t'' = d / υ_0 \Rightarrow t'' = 15 / 20 \Rightarrow t'' = 3/4\ s$.  Στο χρόνο t'' το συσσωμάτωμα θα έχει διανύσει στον κατακόρυφο άξονα: $y = ½ \cdot g \cdot t''^2 \Rightarrow y = ½ \cdot 10 \cdot (3/4)^2 \Rightarrow y = 45 / 16 = 2{,}81\ m$. Το συσσωμάτωμα θα βρίσκεται σε ύψος: $y'' = H - y = 20 - 2{,}81 = 17{,}19\ m$ από το έδαφος. Δεδομένου ότι ο στύλος έχει ύψος $h = 15\ m$, το συσσωμάτωμα θα περάσει πάνω από αυτόν.
14 **16010**	**$Δ_1$.** Το συσσωμάτωμα εκτελεί οριζόντια βολή. S είναι το βεληνεκές (η μέγιστη μετατόπιση του σώματος): $S = υ \cdot t \Rightarrow t = S / υ$ και το μέγιστο ύψος (το μετράμε από το οριζόντιο επίπεδο του πάγκου): $h = ½ \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow h = ½ \cdot g \cdot (S/υ)^2 \Rightarrow υ^2 = S^2 \cdot g / 2 \cdot h \Rightarrow υ^2 = (8 \cdot 10^{-1})^2 \cdot 10 / 2 \cdot 8 \cdot 10^{-1} \Rightarrow υ^2 = 4 \Rightarrow υ = 2\ m/s$.

$Δ_2$.

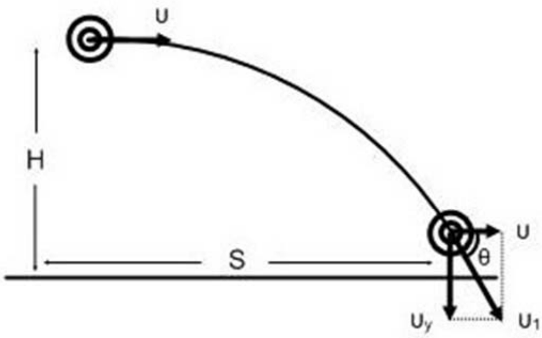


Αρχή διατήρησης της ορμής: $P_{ολ,αρχ} = P_{ολ,τελ} \Rightarrow m \cdot υ_π = (m+M) \cdot υ \Rightarrow υ_π = (m+M) \cdot υ / m \Rightarrow υ_π = (10 \cdot 10^{-3} + 30 \cdot 10^{-3}) \cdot 2 / 10 \cdot 10^{-3} \Rightarrow υ_π = 8\ m/s$.

$Δ_3$. Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος πλαστελίνης – ξύλινου κύβου: $ΔK = K_{τελ} - K_{αρχ} \Rightarrow ΔK = ½ \cdot (M+m) \cdot υ^2 - ½ \cdot m \cdot υ_π^2 \Rightarrow ΔK = ½ \cdot (30 \cdot 10^{-3} + 10 \cdot 10^{-3}) \cdot 2^2 - ½ \cdot 10 \cdot 10^{-3} \cdot 8^2 \Rightarrow ΔK = -0{,}24$ joule.

Το μείον δηλώνει την απώλεια της κινητικής ενέργειας για το σύστημα.

$Δ_4$.



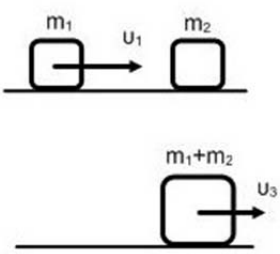
Από το σχήμα ισχύει $εφ\,θ = υ_y / υ \Rightarrow εφ\,θ = g \cdot t / υ \Rightarrow εφ\,θ = 10 \cdot 4 \cdot 10^{-1} / 2 = 2$.

$εφ\,45° = 1$, άρα $εφ\,θ = 2 > εφ\,45° = 1$, σωστό το γ.

Ενώ είδαμε αρκετές ασκήσεις με συνδυασμό κρούσεων και οριζόντιων βολών, μας άρεσε το τελευταίο ερώτημα, προκαλεί τους μαθητές να σκεφτούν. Μια συνολικά ισορροπημένη άσκηση που μπορεί να βοηθήσει στη κατανόηση της οριζόντιας βολής.

15
16015

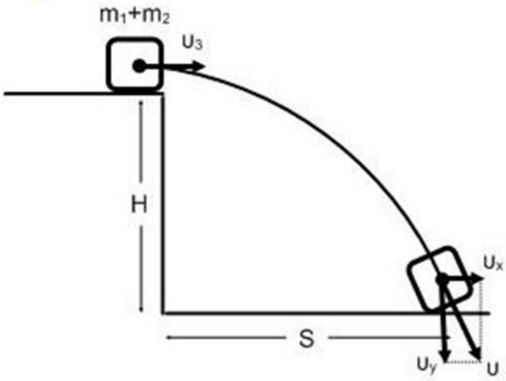
$Δ_1$.



Η αρχή διατήρησης της ορμής: $P_{ολ,αρχ} = P_{ολ,τελ} \Rightarrow m_1 \cdot υ_1 = (m_1 + m_2) \cdot υ_3$ $\Rightarrow υ_3 = m_1 \cdot υ_1 / (m_1 + m_2) \Rightarrow υ_3 = 4 \cdot 2,5 / (4 + 6) \Rightarrow υ_3 = 1$ m / s .

Η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος: $K_3 = ½ \cdot (m_1 + m_2) \cdot υ_3^2 \Rightarrow K_3 = ½ \cdot (4 + 6) \cdot 1^2 \Rightarrow K_3 = 5$ joule .

$Δ_2$.



Το συσσωμάτωμα εκτελεί οριζόντια βολή, άρα $S = υ_3 \cdot t \Rightarrow t = S / υ_3 \Rightarrow t = 0,4 / 1 = 0,4$ s .

Επίσης $H = ½ \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow H = ½ \cdot 10 \cdot (4 \cdot 10^{-1})^2 \Rightarrow H = 0,8$ m .

$Δ_3$. Ο ρυθμός μεταβολής του συσσωματώματος κατά την διάρκεια της πτώσης του είναι σύμφωνα με τον 2ο γενικευμένο νόμο του Newton: $ΔP / Δt = ΣF \Rightarrow ΔP / Δt = (m_1 + m_2) \cdot g \Rightarrow ΔP / Δt = (4 + 6) \cdot 10 = 100$ N .

$Δ_4$. Η οριζόντια κίνηση (η κίνηση στον άξονα x) του βλήματος, είναι ευθύγραμμη ομαλή: $υ_x = υ''$.

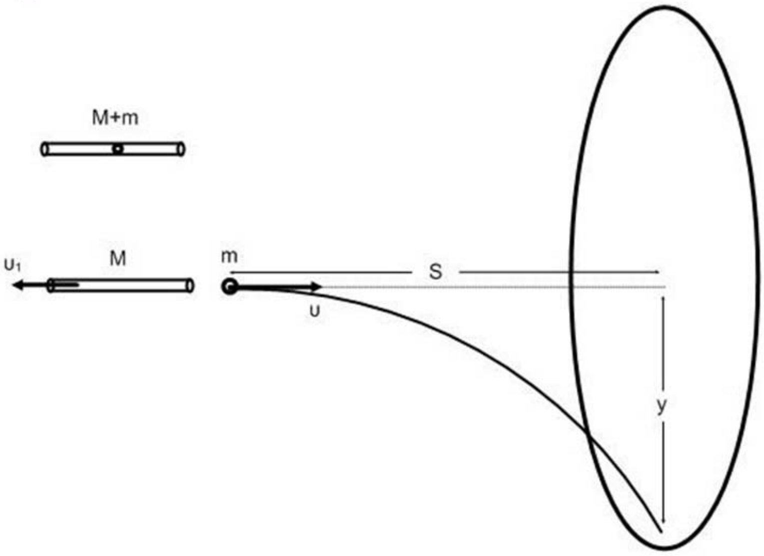
Η κατακόρυφη κίνηση (Η κίνηση στον άξονα y) του βλήματος, είναι ελεύθερη πτώση: $υ_y = g \cdot t \Rightarrow υ_y = 10 \cdot 0,4 \Rightarrow υ_y = 4$ m / s .

Η ταχύτητα του συσσωματώματος, όταν το σώμα φτάνει στο έδαφος, είναι: $υ^2 = υ''^2 + υ_y^2 \Rightarrow υ''^2 = υ^2 - υ_y^2 \Rightarrow υ''^2 = 5^2 - 4^2 \Rightarrow υ''^2 = 9 \Rightarrow υ'' = 3$ m / s . Η νέα τιμή της αρχικής ταχύτητας του συσσωματώματος.

Από την αρχή διατήρησης της ορμής θα βρούμε την ζητούμενη αρχική ταχύτητα του m_1 :

$m_1 \cdot υ_1'' = (m_1 + m_2) \cdot υ'' \Rightarrow υ_1'' = (m_1 + m_2) \cdot υ'' / m_1 \Rightarrow υ_1'' = (4 + 6) \cdot 3 / 4 \Rightarrow υ_1'' = 7,5$ m / s .

Άλλη μια άσκηση συνδυασμού κρούσεων και οριζόντιων βολών, με το τρίτο ερώτημα να παρουσιάζει ενδιαφέρον.

16 **16018**	**$Δ_1$.**  Η σφαίρα εκτελεί οριζόντια βολή: $y = ½·g·t^2 \Rightarrow t^2 = 2·y / g \Rightarrow t^2 = 2·1{,}25 / 10 \Rightarrow t^2 = 1 / 4 \Rightarrow t = ½$ s. $υ = S / t \Rightarrow υ = 200 / (½) \Rightarrow υ = 400$ m / s. **$Δ_2$.** Η αρχή διατήρησης της ορμής του συστήματος όπλου – σφαίρας, (που φαίνεται στο σχήμα μας αριστερά): $P_{ολ,αρχ} = P_{ολ,τελ} \Rightarrow 0 = m·υ - M·υ_1$ $\Rightarrow M·υ_1 = m·υ \Rightarrow υ_1 = m·υ / M \Rightarrow υ_1 = (5·10^{-3})·(4·10^2) / 4 \Rightarrow υ_1 = 5·10^{-1} = 0{,}5$ m / s , η ταχύτητα του όπλου (ταχύτητα ανάκρουσης του όπλου). Η τελική (μετά την εκπυρσοκρότηση) κινητική ενέργεια του συστήματος όπλου – βλήματος: $K_{ολ,τελ} = ½·m·υ^2 + ½·M·υ_1^{\,2} \Rightarrow K_{ολ,τελ} = ½·5·10^{-3}·(4·10^2)^2$ $+ ½·4·(5·10^{-1})^2 \Rightarrow K_{ολ,τελ} = 400{,}5$ joule. **$Δ_3$.** Η δύναμη που δέχεται η σφαίρα, από τον 2ο γενικευμένο νόμο του Newton: $ΣF_m = (ΔP / Δt)_m \Rightarrow ΣF_m = ((P_{m,τελ} - P_{m,αρχ}) / Δt) \Rightarrow ΣF_m = (m·υ - 0) / Δt \Rightarrow ΣF_m = (5·10^{-3})·(4·10^2) / (4·10^{-3}) \Rightarrow ΣF_m = 500$ N. **$Δ_4$.** $υ_x = υ$ και $υ_y = g·t \Rightarrow υ_y = 10·½ = 5$ m / s. Το μέτρο της τελικής ταχύτητας της σφαίρας, όταν χτυπάει τον στόχο: $υ''^{\,2} = υ_x^{\,2} + υ_y^{\,2} \Rightarrow υ''^{\,2} = 400^2 + 5^2 \Rightarrow υ'' = 400{,}031$ m / s. $ΔP = P'' - P \Rightarrow ΔP = m·υ'' - m·υ \Rightarrow ΔP = m·(υ'' - υ) \Rightarrow ΔP = 5·10^{-3}·(400{,}031 - 400) \Rightarrow ΔP = 5·10^{-3}·0{,}031 \Rightarrow ΔP = 155·10^{-6}$ kg·m / s. Μια εξαιρετικά μικρή τιμή.
17 **16084**	**$Δ_1$.** Τα δύο κομμάτια εκτελούν οριζόντια βολή: $H = ½·g·t^2 \Rightarrow H = ½·10·3^2 \Rightarrow H = 45$ m.

Δ₂. Τα δύο κομμάτια θα έχουν βεληνεκές $S_1 = υ_1 \cdot t$ και $S_2 = υ_2 \cdot t$ αντίστοιχα. Από το σχήμα βλέπουμε: $D = S_1 + S_2 \Rightarrow D = υ_1 \cdot t + υ_2 \cdot t \Rightarrow D = (υ_1 + υ_2) \cdot t \Rightarrow υ_1 + υ_2 = D / t \Rightarrow υ_1 + υ_2 = 180 / 3 \Rightarrow υ_1 + υ_2 = 60\ m/s$ ...(I).

Αρχή διατήρησης της ορμής: $P_{ολ,αρχ} = P_{ολ,τελ} \Rightarrow 0 = m_2 \cdot υ_2 - m_1 \cdot υ_1 \Rightarrow m_2 \cdot υ_2 = m_1 \cdot υ_1 \Rightarrow 2 \cdot m_1 \cdot υ_2 = m_1 \cdot υ_1 \Rightarrow υ_1 = 2 \cdot υ_2$ ...(II).

(I) $\Rightarrow 2 \cdot υ_2 + υ_2 = 60 \Rightarrow 3 \cdot υ_2 = 60 \Rightarrow υ_2 = 20\ m/s$.

(II) $\Rightarrow υ_1 = 2 \cdot 20 = 40\ m/s$.

Δ₃. Σε $t_3 = 2\ s$ θα έχουν διανύσει στον x άξονα απόσταση $d_3 = x_{1,3} + x_{2,3}$. Όπου $x_{1,3}$ και $x_{2,3}$ είναι οι μετατοπίσεις του m_1 και m_2 αντίστοιχα κατά τον x άξονα για $t = t_3$:

$x_{1,3} = υ_1 \cdot t_3 \Rightarrow x_{1,3} = 40 \cdot 2 = 80\ m$ και $x_{2,3} = υ_2 \cdot t_3 \Rightarrow x_{2,3} = 20 \cdot 2 = 40\ m$.

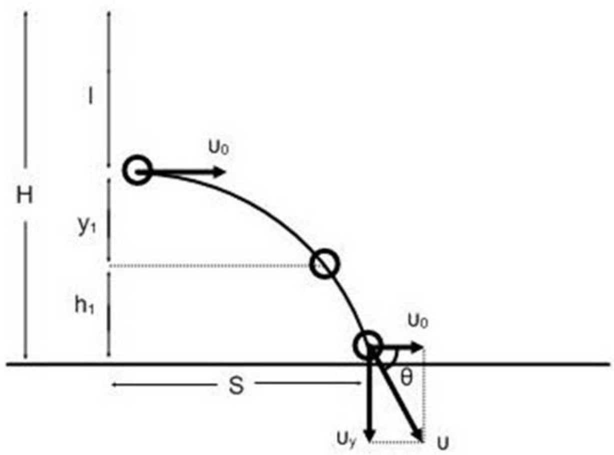
Η ζητούμενη απόσταση: $d_3 = x_{1,3} + x_{2,3} \Rightarrow d_3 = 80 + 40 = 120\ m$.

Δ₄. Ισχύει $m = m_1 + m_2 \Rightarrow m = m_1 + 2 \cdot m_1 \Rightarrow m = 3 \cdot m_1 \Rightarrow m_1 = m/3 \Rightarrow m_1 = 0{,}3 / 3 = 0{,}1\ kg$, άρα $m_2 = 2 \cdot m_1 \Rightarrow m_2 = 2 \cdot 0{,}1 = 0{,}2\ kg$.

Η ενέργεια που ελευθερώθηκε λόγω της έκρηξης ισούται με την κινητική ενέργεια που απέκτησαν τα δύο κομμάτια:

$ΔE = ½ \cdot m_1 \cdot υ_1^2 + ½ \cdot m_2 \cdot υ_2^2 \Rightarrow ΔE = ½ \cdot 0{,}1 \cdot 40^2 + ½ \cdot 0{,}2 \cdot 20^2 \Rightarrow ΔE = 80 + 40 = 120$ joule.

18
16086



Δ₁. Το νήμα κόβεται και η σφαίρα εκτελεί οριζόντια βολή: $H - l = ½ \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow l = H - ½ \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow l = 1{,}25 - ½ \cdot 10 \cdot (3 \cdot 10^{-1})^2 \Rightarrow l = 0{,}8\ m$.

Δ₂. Η κεντρομόλος επιτάχυνση είναι: $α_κ = υ_0^2 / l \Rightarrow υ_0^2 = α_κ \cdot l \Rightarrow υ_0^2 = 20 \cdot 0{,}8 \Rightarrow υ_0^2 = 16 \Rightarrow υ_0 = 4\ m/s$.

Η σφαίρα διανύει οριζόντια απόσταση (βεληνεκές): $S = υ_0 \cdot t \Rightarrow S = 4 \cdot 0{,}3 = 1{,}2\ m$.

Δ₃. Η σφαίρα σε χρόνο $t_1 = 2\cdot10^{-1}$ s έχει διανύσει στον κατακόρυφο άξονα απόσταση $y_1 = ½\cdot g\cdot t_1^2 \Rightarrow y_1 = ½\cdot10\cdot(2\cdot10^{-1})^2 \Rightarrow y_1 = 0{,}2$ m.

Δηλαδή η σφαίρα βρίσκεται σε ύψος $h_1 = H - (l + y_1) = 1{,}25 - (0{,}8 + 0{,}2) = 0{,}25$ m από το οριζόντιο δάπεδο. Η βαρυτική δυναμική ενέργεια της σφαίρας είναι:

$U_{βαρ} = m\cdot g\cdot h_1 \Rightarrow U_{βαρ} = 0{,}2\cdot10\cdot0{,}25 \Rightarrow U_{βαρ} = 0{,}5$ joule.

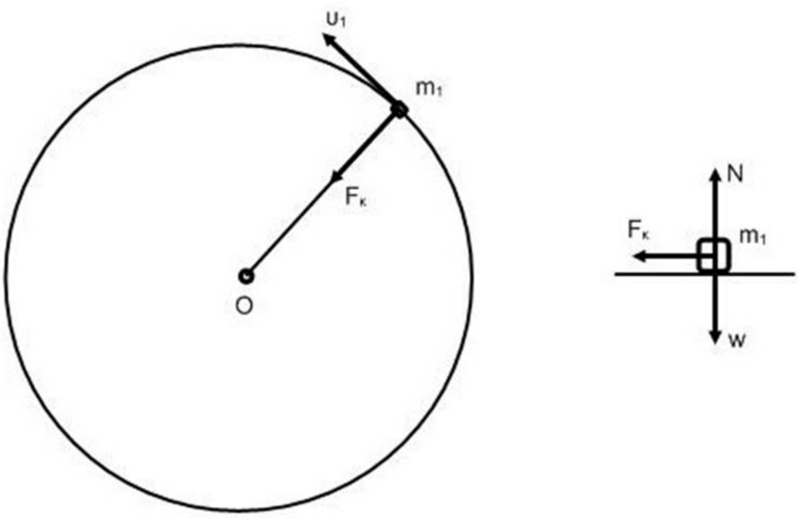
Δ₄. Η ταχύτητα της σφαίρας στον y άξονα: $υ_y = g\cdot t \Rightarrow υ_y = 10\cdot3\cdot10^{-1} \Rightarrow υ_y = 3$ m / s.

Το μέτρο της ταχύτητας $υ^2 = υ_0^2 + υ_y^2 \Rightarrow υ^2 = 4^2 + 3^2 \Rightarrow υ^2 = 25 \Rightarrow υ = 5$ m / s.

$εφ\,θ = υ_y / υ_0 \Rightarrow εφ\,θ = 3 / 4$.

19
16090

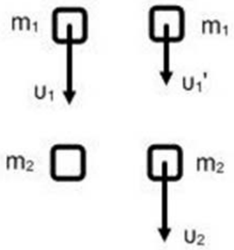
Δ₁. Η κεντρομόλος δύναμη δίνεται: $F_κ = m_1\cdot υ_1^2 / R \Rightarrow F_κ = 2\cdot20^2 / 1 \Rightarrow F_κ = 800$ N.



Βλέπουμε στο σχήμα την ζητούμενη διεύθυνση και φορά της $F_κ$ ενώ στο δεξί σχήμα βλέπουμε σε τομή τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα.

Ενδιαφέρουσα η ερώτηση: Η $F_κ$ δεν είναι παρά η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα με διεύθυνση την ακτίνα και φορά προς το κέντρο του κύκλου, άρα κεντρομόλος είναι η δύναμη που ασκείται από την ράβδο στο σώμα (δεδομένου ότι το βάρος w και η κάθετη δύναμη από το δάπεδο N βρίσκονται σε άλλο άξονα και έχουν συνισταμένη μηδέν).

$Δ_2$.



Ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής: $P_{ολ,αρχ} = P_{ολ,τελ} \Rightarrow m_1 \cdot υ_1 = m_1 \cdot υ_1{}''$ $+ m_2 \cdot υ_2 \Rightarrow υ_1{}'' = (m_1 \cdot υ_1 - m_2 \cdot υ_2) / m_1 \Rightarrow υ_1{}'' = (2 \cdot 20 - 1 \cdot 20) / 2 \Rightarrow υ_1{}'' = 10\ m/s$.

Παρατηρούμε ότι δεν άλλαξε η φορά κίνησης του σώματος, κάτι που είναι σημαντικό στο επόμενο ερώτημα.

$Δ_3$. Το ημικύκλιο (ΚΛ) διανύεται από το σώμα m_1 σε μισή περίοδο:

Υπολογίζουμε την γωνιακή ταχύτητα: $υ_1 = ω_1 \cdot R \Rightarrow ω_1 = υ_1 / R \Rightarrow ω_1 = 20 / 1 \Rightarrow ω_1 = 20\ rad/s$.

Η περίοδος: $ω_1 = 2π / T_1 \Rightarrow T_1 = ω_1 / 2π \Rightarrow T_1 = 20 / 2π \Rightarrow T_1 = π / 10\ s$.

Άρα $t_1 = T_1 / 2 \Rightarrow t_1 = π / 20\ s$.

Το ημικύκλιο (ΛΚ) διανύεται από το σώμα m_1 σε μισή περίοδο (επίσης) αλλά αλλάζει η περίοδος, αφού αλλάζει η ταχύτητα λόγω κρούσης:

Η νέα γωνιακή ταχύτητα: $υ_1{}'' = ω_1{}'' \cdot R \Rightarrow ω_1{}'' = υ_1{}'' / R \Rightarrow ω_1{}'' = 10 / 1 = 10\ rad/s$

Η νέα περίοδος: $ω_1{}'' = 2π / T_1{}'' \Rightarrow T_1{}'' = 2π / ω_1{}'' \Rightarrow T_1{}'' = 2π / 10 \Rightarrow T_1{}'' = π / 5\ s$.

Άρα $t_1{}'' = T_1{}'' / 2 \Rightarrow t_1{}'' = π / 10\ s$.

Δηλαδή ο συνολικός χρόνος κίνησης είναι: $t_{ολ} = t_1 + t_1{}'' \Rightarrow t_{ολ} = π / 20 + π / 10 \Rightarrow t_{ολ} = 3π / 20\ s$.

$Δ_4$. Ουσιαστικά μας ρωτάει για το είδος της κρούσης, ας βρούμε την συνολική αρχική και τελική κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο μαζών:

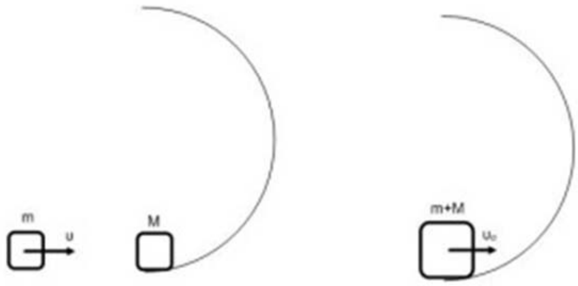
$K_{ολ,αρχ} = ½ \cdot m_1 \cdot υ_1{}^2 \Rightarrow K_{ολ,αρχ} = ½ \cdot 2 \cdot 20^2 = 400$ joule.

$K_{ολ,τελ} = ½ \cdot m_1 \cdot υ_1{}''^2 + ½ \cdot m_2 \cdot υ_2{}^2 \Rightarrow K_{ολ,τελ} = ½ \cdot 2 \cdot 10^2 + ½ \cdot 1 \cdot 20^2 \Rightarrow K_{ολ,τελ} = 100 + 200 = 300$ joule.

Παρατηρούμε ότι $K_{ολ,αρχ} > K_{ολ,τελ}$ άρα η κρούση είναι ανελαστική.

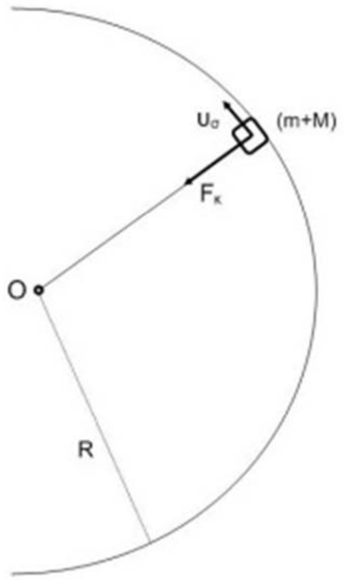
20
16091

Δ_1.



Ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής (δείτε το σχήμα): $m \cdot u = (m + M) \cdot u_\sigma \Rightarrow u_\sigma = m \cdot u / (m + M) \Rightarrow u_\sigma = 1 \cdot 20 / (1 + 1) \Rightarrow u_\sigma = 10\ m/s$. Όπου u_σ: η ταχύτητα του συσσωματώματος.

Δ_2. Η δύναμη που ασκεί το έλασμα στο συσσωμάτωμα παίζει το ρόλο κεντρομόλου δύναμης (δείτε το σχήμα):



$F_K = (m + M) \cdot u_\sigma^2 / R \Rightarrow F_K = (1 + 1) \cdot 10^2 / 2 \cdot 10^{-1}\ s \Rightarrow F_K = 10^3\ N$.

Δ_3. Ο χρόνος που διαρκεί η κίνηση του συσσωματώματος (διαγράφει ημικύκλιο) είναι: $t = T / 2$.

Σχέση γραμμικής ταχύτητας και περιόδου – ακτίνας στην ομαλή κυκλική κίνηση: $u_\sigma = 2\pi \cdot R / T \Rightarrow T = 2\pi \cdot R / u_\sigma$

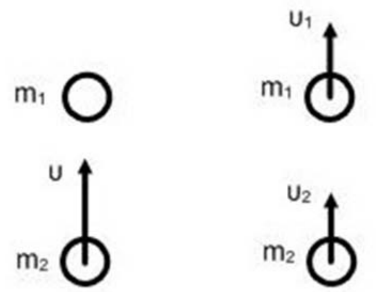
Άρα ο ζητούμενος χρόνος: $t = 2\pi \cdot R / 2 \cdot u_\sigma \Rightarrow t = 2\pi \cdot 20 \cdot 10^{-2} / 2 \cdot 10 \Rightarrow t = 2\pi \cdot 10^{-2}\ s \Rightarrow t = 0{,}0628\ s$.

Δ_4. Ο 2ος γενικευμένος νόμος του Newton: $\Sigma F = \Delta P_\sigma / \Delta t \Rightarrow \Sigma F = (0 - (m + M) \cdot u_\sigma) / \Delta t \Rightarrow \Sigma F = -(1 + 1) \cdot 10 / 10^{-1} \Rightarrow \Sigma F = -200\ N$.

21
16094

Δ₁. Η αρχή διατήρησης της ορμής:

(Ισχύει σε ένα μονωμένο σύστημα σωμάτων, δηλαδή σε ένα σύστημα όπου η συνισταμένη ($\Sigma F_{\varepsilon\xi} = 0$) των εξωτερικών (δυνάμεις που ασκούνται από σώματα εκτός του συστήματος) δυνάμεων είναι μηδέν)



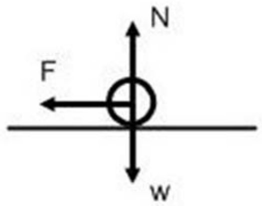
$P_{ολ,αρχ} = P_{ολ,τελ} \Rightarrow m_2 \cdot υ = m_2 \cdot υ_2 + m_1 \cdot υ_1 \Rightarrow$

Η αρχή διατήρησης της ορμής είναι διανυσματική σχέση, έχουμε πάρει θετική φορά προς τα πάνω.

$m_1 \cdot υ_1 = m_2 \cdot υ - m_2 \cdot υ_2 \Rightarrow υ_1 = m_2 \cdot (υ - υ_2) / m_1 \Rightarrow υ_1 = 1 \cdot (40 - 8) / 2 = 16\ m/s$.

Δ₂.

Μετά την κρούση των σωμάτων το m_1 εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση γιατί ασκείτε πάνω του κεντρομόλος δύναμη από το νήμα ΟΚ. Στο m_1 ασκούνται οι δυνάμεις: το βάρος του w, η κάθετη δύναμη από το δάπεδο N και η δύναμη F (ή T η τάση του νήματος) από το νήμα (το επίπεδο είναι λείο, αλλιώς θα είχαμε και τριβή $T_{τρ} = μ \cdot N$).



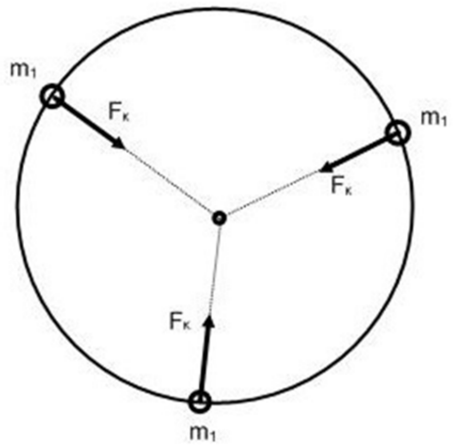
Η επίδραση μόνο της F επηρεάζει την κίνηση μας, η F έχει διεύθυνση την ακτίνα και φορά προς τα μέσα. Η κεντρομόλος δύναμη είναι η F άρα $F = m_1 \cdot υ_1^2 / R$ θα μπορούσαμε να την υπολογίσουμε, όπως και την κεντρομόλο επιτάχυνση $α_K = υ_1^2 / R$.

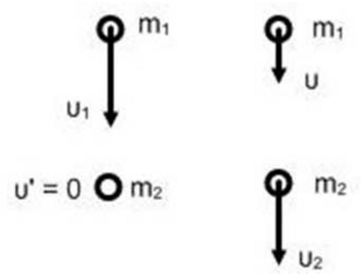
Ισχύει στην ομαλή κυκλική κίνηση η σχέση της ταχύτητας με την περίοδο και την ακτίνα:

$υ_1 = 2π \cdot R / T \Rightarrow T = 2π \cdot R / υ_1 \Rightarrow T = 2π \cdot 1 / 16 \Rightarrow T = π / 8\ s$.

Η περίοδος είναι η χρονική διάρκεια (όχι χρονική στιγμή) που διαρκεί η πλήρης περιφορά ενός σώματος γύρω από το Ο, το σώμα σε χρόνο t = T (στην χρονική στιγμή) έχει μόλις διαγράψει ένα κύκλο. Άρα τον μισό κύκλο σε χρόνο:

$t_{KΛ} = T / 2 = π / 16\ s$.

	Δ_3. Το Σ_1 διαγράφει 2 πλήρεις περιφορές σε χρόνο $t'' = 2\cdot T \Rightarrow t'' = 2\cdot(\pi / 8) \Rightarrow t'' = \pi / 4$ s. Το Σ_2 εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα $\upsilon_2 = \Delta x_2 / t'' \Rightarrow \Delta x_2 = \upsilon_2 \cdot t'' \Rightarrow \Delta x_2 = 8\cdot\pi / 4 = 2\pi$ m. Το Σ_1 θα βρίσκεται ξανά στη θέση Κ ($t'' = 2\cdot T$), άρα η απόσταση d των δύο σωμάτων: $d = \Delta x_2 - 0 \Rightarrow d = \Delta x_2 = 2\cdot\pi$ m. **Δ_4.** Η αρχική κινητική ενέργεια του συστήματος (αρχικά το m_1 είναι ακίνητο): $K_{\text{ολ,αρχ}} = ½\cdot m_2\cdot\upsilon^2 \Rightarrow K_{\text{ολ,αρχ}} = ½\cdot1\cdot40^2 \Rightarrow K_{\text{ολ,αρχ}} = 800$ joule. Η τελική κινητική ενέργεια του συστήματος: $K_{\text{ολ,τελ}} = ½\cdot m_1\cdot\upsilon_1^2 + ½\cdot m_2\cdot\upsilon_2^2 \Rightarrow K_{\text{ολ,τελ}} = ½\cdot2\cdot16^2 + ½\cdot1\cdot8^2 \Rightarrow K_{\text{ολ,τελ}} = 288$ joule Η κρούση είναι ανελαστική εφόσον $K_{\text{ολ,αρχ}} > K_{\text{ολ,τελ}}$. Η ΔΚ απώλειας ενέργειας έγινε θερμότητα κατά την κρούση.
22 16095	**Δ_1.**  Η κεντρομόλος (που είναι η συνισταμένη δύναμη) ασκείται από την ράβδο στο σώμα Σ_1: $F_K = m_1\cdot\upsilon_1^2 / R \Rightarrow F\kappa = 2\cdot20^2 / 1 = 800$ N. **Δ_2.** Η αρχή διατήρησης της ορμής (πήραμε θετική φορά προς τα κάτω): (Άλλη μια φορά: σημαντικότατη διανυσματική σχέση που ισχύει σε μονωμένο σύστημα, δηλαδή $\Sigma F_{\varepsilon\xi} = 0$)



$P_{ολ,αρχ} = P_{ολ,τελ} \Rightarrow m_1 \cdot υ_1 = m_1 \cdot υ + m_2 \cdot υ_2 \Rightarrow υ = (m_1 \cdot υ_1 - m_2 \cdot υ_2) / m_1 \Rightarrow υ = υ_1 - (m_2 / m_1) \cdot υ_2 \Rightarrow υ = 20 - ½ \cdot 20 = 10\ m / s$.

Δ₃. Η σχέση της ταχύτητας με την περίοδο και την ακτίνα στην ομαλή κυκλική κίνηση:

$υ = 2π \cdot R / T \Rightarrow T = 2π \cdot R / υ$, αυτή είναι η γενική σχέση, γράφουμε τις σχέσεις για τις περιόδους T_1 και T_2, και διαιρούμε κατά μέλη (μια συνηθισμένη πρακτική) τις δύο σχέσεις:

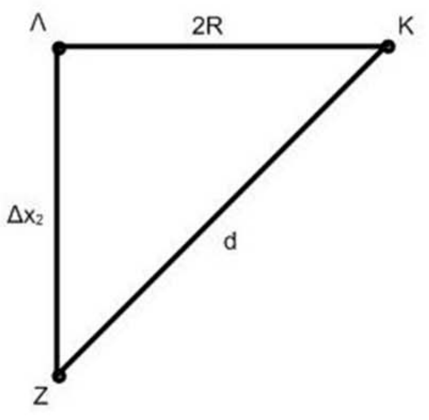
$T_1 / T_2 = (2π \cdot R / υ_1) / (2π \cdot R / υ) \Rightarrow T_1 / T_2 = υ / υ_1 \Rightarrow T_1 / T_2 = 10 / 20 \Rightarrow T_1 / T_2 = ½$.

Δ₄. Το σώμα $Σ_1$ εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση και μετά την κρούση, αλλά με διαφορετική ταχύτητα, η νέα του περίοδος είναι: $T_2 = 2π \cdot R / υ \Rightarrow T_2 = 2π \cdot 1 / 10 \Rightarrow T_2 = π / 5\ s$.

Το σώμα $Σ_1$ φτάνει στο σημείο Κ για πρώτη φορά σε χρόνο $Δt_2 = T_2 / 2 \Rightarrow Δt_2 = (π / 5) / 2 \Rightarrow Δt_2 = π / 10\ s$.

Στο χρόνο $Δt_2$ το σώμα $Σ_1$, που εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, έχει διανύσει:

$υ_2 = Δx_2 / Δt_2 \Rightarrow Δx_2 = υ_2 \cdot Δt_2 \Rightarrow Δx_2 = 20 \cdot (π / 10) \Rightarrow Δx_2 = 2π\ m$.



Για να βρούμε την απόσταση d μεταξύ των δύο σωμάτων:

Πυθαγόρειο θεώρημα $d^2 = Δx_2^2 + (2 \cdot R)^2 \Rightarrow d^2 = (2π)^2 + (2 \cdot 1)^2 \Rightarrow d^2 = 4π^2 + 4 \Rightarrow d^2 = 4 \cdot 11 \Rightarrow d = 2\sqrt{11}\ m$.

23
16097

Δ1. Η μοτοσυκλέτα m_1 από την σχέση ταχύτητας υ με την περιόδο Τ και την ακτίνα R:

$υ = 2π·R / T$ (την σχέση έχουμε συναντήσει σε αρκετές ασκήσεις, δείτε την απόδειξη της και αναλογιστείτε αν $T' = T / 2$ και $R' = 2·R$, τι θα συμβεί στη ταχύτητα;)

Οι περίοδοι περιστροφής των δύο μοτοσυκλετών:

$υ_1 = 2π·R / T_1 \Rightarrow T_1 = 2π·R / υ_1 \Rightarrow T_1 = 2π·(400 / π) / 40 \Rightarrow T_1 = 20$ s ,

$υ_2 = 2π·R / T_2 \Rightarrow T_2 = 2π·R / υ_2 \Rightarrow T_2 = 2π·(400 / π) / 50 \Rightarrow T_2 = 16$ s .

Δ2. Οι δύο μοτοσυκλέτες εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση αλλά η γρηγορότερη η m_2 θα διαγράψει μεγαλύτερο τόξο. Οι μοτοσυκλέτες θα συναντηθούν, και η m_1 θα έχει διαγράψει $ΔS_1 = ΔS$ ενώ η m_2 θα έχει διαγράψει $ΔS_2 = 2π·R + ΔS$, άρα:

$υ_1 = ΔS_1 / Δt \Rightarrow ΔS = υ_1·Δt \ldots (I)$

και $υ_2 = ΔS_2 / Δt \Rightarrow ΔS_2 = υ_2·Δt \Rightarrow 2π·R + ΔS = υ_2·Δt \ldots (II)$,

με την βοήθεια της (I) η (II) γίνεται: $2π·R + υ_1·Δt = υ_2·Δt \Rightarrow 2π·R = υ_2·Δt - υ_1·Δt \Rightarrow 2π·R = (υ_2 - υ_1)·Δt \Rightarrow Δt = 2π·R / (υ_2 - υ_1) \Rightarrow Δt = 2π·(400 / π) / (50 - 40) \Rightarrow Δt = 80$ s .

Επιπλέον η άσκηση θα μπορούσε να ζητάει το τόξο που έχουν διαγράψει τα δύο οχήματα:

Η μοτοσυκλέτα m_1 έχει διαγράψει, από την σχέση (I) : $ΔS = υ_1·Δt \Rightarrow ΔS = 40·80 = 320$ m ,

Η μοτοσυκλέτα m_2 έχει διαγράψει: $ΔS_2 = 2π·R + ΔS \Rightarrow ΔS_2 = 2π·(400 / π) + 320 \Rightarrow ΔS_2 = 800 + 320 = 1120$ m.

Δ3. Η m_2 μοτοσυκλέτα κινείται γρηγορότερα,άρα η μεταβολή της ορμής της είναι:

$ΔP = m_2·υ_3 - (- m_2·υ_2) \Rightarrow ΔP = m_2·(υ_3 + υ_2) \Rightarrow ΔP = 300·(2 + 50) = 15600$ kg·m / s .

2ος γενικευμένος νόμος του Newton: $ΣF = ΔP / Δt \Rightarrow ΣF = 15600 / 2 = 7800$ N

Δ4. Η αρχική κινητική ενέργεια της μοτοσυκλέτας:

$K_{2,αρχ} = ½·m_2·υ_2^2 \Rightarrow K_{2,αρχ} = ½·300·50^2 = 375000$ joule .

Η τελική κινητική ενέργεια της μοτοσυκλέτας:

$K_{2,τελ} = ½·m_2·υ_3^2 \Rightarrow K_{2,τελ} = ½·300·2^2 = 600$ joule .

Αρχή διατήρησης της ενέργειας (η γενικότερη σχέση,όση ενέργεια είχαμε τόση ενέργεια πρέπει να έχουμε):

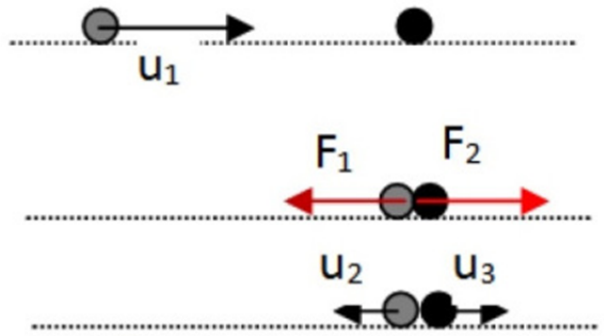
$K_{2,αρχ} = Q + K_{2,τελ} \Rightarrow Q = K_{2,αρχ} - K_{2,τελ} \Rightarrow Q = 375000 - 600 = 374400$ joule

	Το ζητούμενο ποσοστό είναι: $Q / K_{2,αρχ}$ % = (374400 / 375000)·100% = 99,84 % .
24 **16098**	**Δ**$_1$.

$Δ_1$.

Έχουμε μελέτη του φαινομένου της κρούσης (η αλληλεπίδραση δύο σωμάτων που διαρκεί ελάχιστο (dt) χρόνο και αναπτύσσονται πολύ μεγάλες δυνάμεις (τόσο που οι εξωτερικές δυνάμεις να είναι αμεληταίες)).

Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής για το σύστημα σωμάτων: (αναφερόμαστε στο παρακάτω σχήμα 1)



σχήμα 1

$P_1 + P_2 = P_1΄ + P_2΄ \Rightarrow$

Λαμβάνοντας ως θετική την προς τα δεξιά φορά:

$\Rightarrow P_1 + 0 = P_1΄ + P_2΄ \Rightarrow m_1 \cdot υ_1 = - m \cdot υ_2 + 3m \cdot υ_3 \Rightarrow υ_3 = (υ_1 + υ_2) / 3$

$\Rightarrow υ_3 = (40 + 5) / 3 = 15$ m / s .

$Δ_2$. Κατά την επαφή τους οι σφαίρες αλληλεπιδρούν. Οι δυνάμεις αλληλεπίδρασης (οι εσωτερικές δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ των σωμάτων του συστήματος) σύμφωνα με τον 3ο νόμο του Newton , είναι αντίθετα διανύσματα. Κάθε μια από τις δυνάμεις έχει ως μέση τιμή τον μέσο ρυθμό μεταβολής της ορμής εκάστου σώματος. Η μεταβολή της ορμής λαμβάνει χώρα κατά τη διάρκεια της κρούσης.

$F_{1,μ} = - F_{2,μ}$ (Οι δυνάμεις είναι δυνάμεις δράσης – αντίδρασης που ασκούνται στα δύο διαφορετικά σώματα)

2ος γενικευμένος νόμος του Newton:

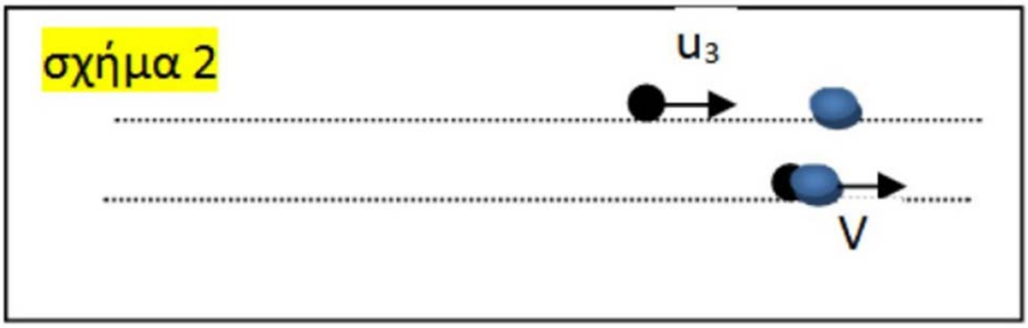
$F_{2,μ} = ΔP_2 / Δt \Rightarrow F_{2,μ} = (P_2΄ - 0) / Δt \Rightarrow F_{2,μ} = 3m \cdot υ_3 / Δt \Rightarrow F_{2,μ} = 3 \cdot 2 \cdot 15 / 10^{-2}$

$\Rightarrow F_{2,μ} = 9 \cdot 10^3$ N .

Οπότε: $F_{1,μ} = - F_{2,μ} = - 9 \cdot 10^3$ N .

Δ_3. Έχουμε μελέτη του φαινομένου της πλαστικής κρούσης (περίπτωση της ανελαστικής κρούσης όπου έχουμε την δημιουργία συσσωματώματος).

Ισχύει (όπως σε κάθε κρούση) η αρχή διατήρησης της ορμής:
(αναφερόμαστε στο σχήμα 2)



$P_2' = P_{συσ} \Rightarrow 3m \cdot υ_3 = (3m + 2m) \cdot v \Rightarrow v = (3/5) \cdot υ_3 \Rightarrow v = (3/5) \cdot 15 = 9\ m/s$.

Το συσσωμάτωμα στη συνέχεια εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση.
Η σχέση γραμμικής ταχύτητας – περιόδου:

$v = 2\pi \cdot L / T \Rightarrow T = 2\pi \cdot L / v \Rightarrow T = 2\pi \cdot 0{,}9 / 9 \Rightarrow T = 0{,}2\pi\ s$.

Σχέση μέτρων γραμμικής και γωνιακής ταχύτητας (σχέση μέτρων δεδομένου ότι τα v, ω βρίσκονται σε διαφορετικά επίπεδα):

$v = \omega \cdot L \Rightarrow \omega = v / L \Rightarrow \omega = 9 / 0{,}9 = 10\ rad/s$.

(Υπάρχει και απλούστερος τρόπος $\omega = 2\pi / T = 2\pi / 0{,}2\pi = 10\ rad/s$, απλά θέλαμε να τονίσουμε την σχέση των v, ω)

Το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης:

$\alpha_K = v^2 / L \Rightarrow \alpha_K = 9^2 / 0{,}9 = 90\ m/s^2$.

Δ_4.

Κατά την οριζόντια βολή, η οριζόντια μετατόπιση και η κατακόρυφη μετατόπιση υπολογίζονται βάσει του γεγονότος ότι η κίνηση απαρτίζεται από δύο συνιστώσες: ευθύγραμμη ομαλή και ελεύθερη πτώση αντίστοιχα. Έτσι:

$\Delta x = v \cdot t'$ ..(3)

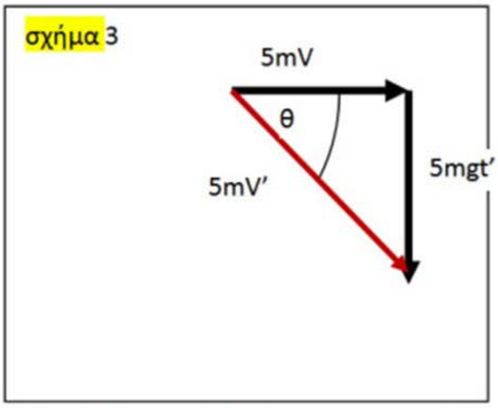
$\Delta y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t'^2 \Rightarrow t'^2 = 2 \cdot \Delta y / g \Rightarrow$

όπου $\Delta y = h$ άρα :

$t'^2 = 2 \cdot h / g \Rightarrow t'^2 = 2 \cdot 80 \cdot 10^{-2} / 10 \Rightarrow t'^2 = 16 \cdot 10^{-2} \Rightarrow t' = 0{,}4\ s$.

(3) $\Rightarrow \Delta x = v \cdot t' \Rightarrow \Delta x = 9 \cdot 0{,}4 \Rightarrow \Delta x = 3{,}6\ m$.

Αναφερόμενοι στο σχήμα 3



$\Sigma F = \Delta P_{\sigma\upsilon\sigma} / \Delta t$ (ισχύει για κάθε χρονική στιγμή κατά τη διάρκεια της οριζόντιας βολής)

Όμως $\Sigma F = 5 \cdot m \cdot g$, χρονικά σταθερή δύναμη.

(Οι δυνάμεις μεταβάλλονται με την θέση και είναι χωρικά μεταβαλλόμενες ή μεταβάλλονται με τον χρόνο και είναι χρονικά μεταβαλλόμενες (υπάρχουν ασκήσεις και από τις δύο κατηγορίες στη τράπεζα θεμάτων της Α΄ λυκείου))

Κατά συνέπεια η στιγμιαία τιμή και η μέση τιμή του ρυθμού μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος, είναι ίσες:

$5 \cdot m \cdot g = \Delta P_{\sigma\upsilon\sigma} / \Delta t \Rightarrow 5 \cdot m \cdot g = (P_{\tau\varepsilon\lambda} - P_{\alpha\rho\chi}) / t' \Rightarrow P_{\tau\varepsilon\lambda} = 5 \cdot m \cdot g \cdot t' + P_{\alpha\rho\chi}$

(τα μεγέθη $P_{\tau\varepsilon\lambda}$, g, $P_{\alpha\rho\chi}$ είναι διανυσματικά)

Με βάση το σχήμα όπου φαίνεται η σχέση των διανυσματικών μεγεθών, το μέτρο v΄της ταχύτητας που έχει το συσσωμάτωμα κατά την άφιξη του στο έδαφος υπολογίζεται ως ακολούθως:

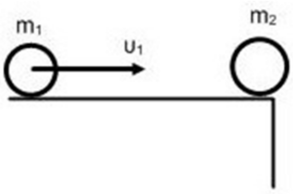
$P_{\tau\varepsilon\lambda}^2 = (5 \cdot m \cdot g \cdot t')^2 + P_{\alpha\rho\chi}^2 \Rightarrow (5 \cdot m \cdot v')^2 = (5 \cdot m \cdot g \cdot t')^2 + (5 \cdot m \cdot v)^2 \Rightarrow v'^2 = v^2 + 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow v'^2 = 9^2 + 2 \cdot 10 \cdot 80 \cdot 10^{-2} \Rightarrow v'^2 = 81 + 16 \Rightarrow v'^2 = 97 \Rightarrow v' = 9{,}84 \ m/s$

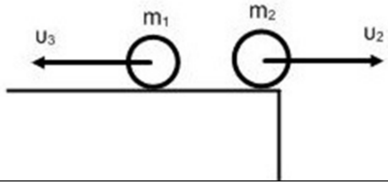
Για τον προσδιορισμό της κατεύθυνσης της ταχύτητας αυτής έχουμε:

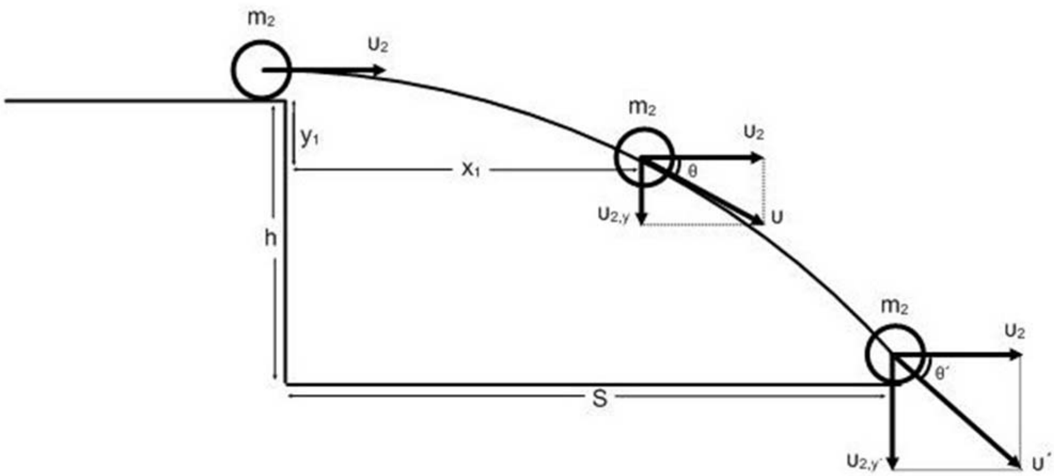
$\varepsilon\varphi\,\theta = (5 \cdot m \cdot g \cdot t') / (5 \cdot m \cdot v) \Rightarrow \varepsilon\varphi\,\theta = g \cdot t' / v \Rightarrow \varepsilon\varphi\,\theta = 4/9$.

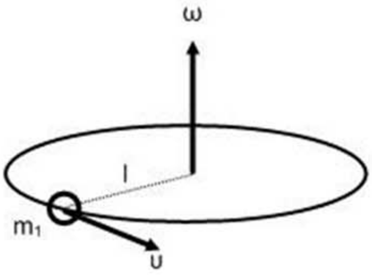
25
16100

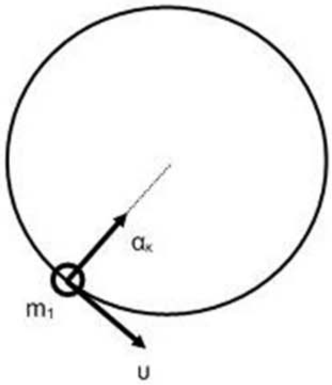
Δ_1. Το σύστημα είναι μονωμένο ($\Sigma F_{\varepsilon\xi} = 0$) και ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής, έχουμε πάρει θετική φορά προς τα δεξιά):





	$P_1 + P_2 = P_1' + P_2' \Rightarrow m_1\cdot\upsilon_1 + 0 = -m_1\cdot\upsilon_3 + m_2\cdot\upsilon_2 \Rightarrow \upsilon_2 = m_1\cdot(\upsilon_1 + \upsilon_3) / m_2 \Rightarrow \upsilon_2 = ½\cdot(2 + 1) / 1,5 \Rightarrow \upsilon_2 = 1\ m/s$. **$\Delta_2$.** Η m_2 εκτελεί οριζόντια βολή,  για $t = t_1$ έχει διανύσει μετατόπιση στον κατακόρυφο άξονα: $y_1 = ½\cdot g\cdot t_1^2$ και μετατόπιση στον οριζόντιο άξονα: $x_1 = \upsilon_2\cdot t_1$, όπως βλέπουμε στο σχήμα. Μας δίνεται : $y_1 = x_1 \Rightarrow \upsilon_2\cdot t_1 = ½\cdot g\cdot t_1^2 \Rightarrow t_1 = 2\cdot\upsilon_2 / g \Rightarrow t_1 = 2\cdot 1 / 10 = 0,2\ s$. **$\Delta_3$.** Το ύψος (η μέγιστη κατακόρυφη μετατόπιση) : $h = ½\cdot g\cdot t^2 \Rightarrow t^2 = 2\cdot h / g \Rightarrow t^2 = 2\cdot 0,8 / 10 \Rightarrow t^2 = 16\cdot 10^{-2} \Rightarrow t = 0,4\ s$. Το βεληνεκές (η μέγιστη οριζόντια μετατόπιση): $S = \upsilon_2\cdot t \Rightarrow S = 1\cdot 0,4 = 0,4\ m$. Η κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας: $\upsilon_{2,y}' = g\cdot t \Rightarrow \upsilon_{2,y}' = 10\cdot 0,4 = 4\ m/s$. Το μέτρο της ταχύτητας: $\upsilon'^2 = \upsilon_2^2 + \upsilon_{2,y}'^2 \Rightarrow \upsilon'^2 = 1^2 + 4^2 = 17 \Rightarrow \upsilon' = \sqrt{17}\ m/s$. **$\Delta_4$.** Μας δίνετε $\upsilon_y = \upsilon_2\cdot\sqrt{2}$, το μέτρο της ταχύτητας: $\upsilon_y^2 = \upsilon_2^2 + \upsilon_{2,y}^2 \Rightarrow 2\cdot\upsilon_2^2 = \upsilon_2^2 + \upsilon_{2,y}^2 \Rightarrow \upsilon_{2,y}^2 = \upsilon_2^2 \Rightarrow \upsilon_{2,y} = \upsilon_2 \Rightarrow \upsilon_{2,y} = 1\ m/s$. Ισχύει $\upsilon_{2,y} = g\cdot t_2 \Rightarrow t_2 = \upsilon_{2,y} / g \Rightarrow t_2 = 1 / 10 = 0,1\ s$.
26 **16101**	**Δ_1.** Το m_1 εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με ακτίνα $R = l$, τα μέτρα των υ , ω συνδέονται: (μια σχέση που χρειάζεται να γνωρίζετε, ενώ τις διευθύνσεις βλέπετε στο σχήμα) $\upsilon = \omega\cdot R \Rightarrow \omega = \upsilon / l \Rightarrow \omega = 10 / ½ \Rightarrow \omega = 20\ rad/s$.





Η γωνιακή ταχύτητα ω με την περίοδο Τ, συνδέονται:

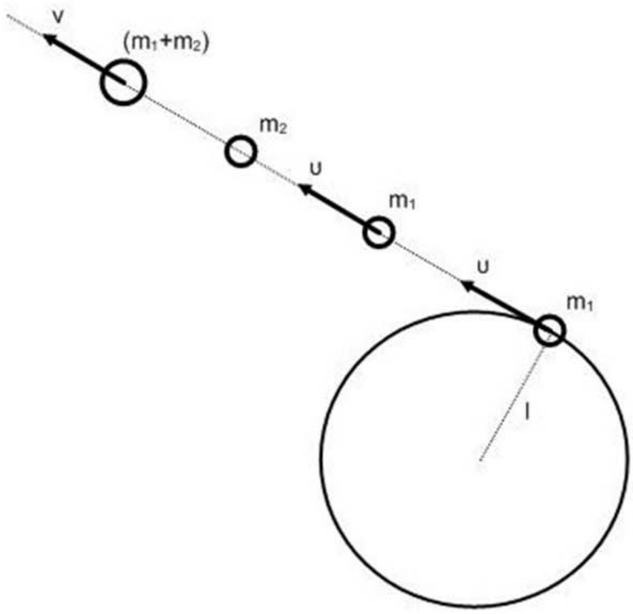
$ω = 2π / T \Rightarrow T = 2π / ω \Rightarrow T = 2π / 20 \Rightarrow T = π / 10$ s .

Η κεντρομόλος επιτάχυνση έχει διεύθυνση πάνω στην ακτίνα της τροχιάς στο σημείο που βρίσκεται το σώμα m_1 και μέτρο που δίνεται από την σχέση :

(ισχύει R = l)

$α_K = υ^2 / R \Rightarrow α_K = υ^2 / l \Rightarrow α_K = 10^2 / ½ \Rightarrow α_K = 200$ rad / s² .

Δ$_2$. Το νήμα σπάει και το σώμα m_1 κινείται εφαπτομενικά (αφού αυτή είναι η διεύθυνση της ταχύτητας του κάθε στιγμή της ομαλής κυκλικής κίνησης που εκτελεί)



Έχουμε πλαστική (δημιουργία συσσωματώματος) κρούση μεταξύ των m_1 και m_2 και ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής:

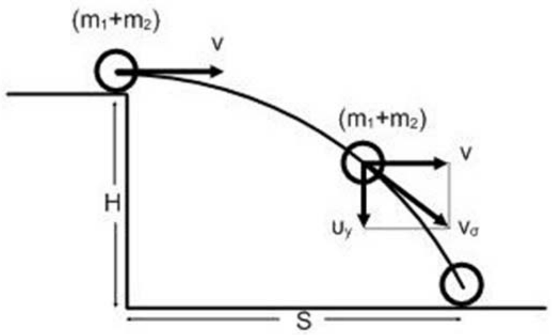
(το σύστημα των m_1 και m_2 είναι μονωμένο, δηλαδή $ΣF_{εξ} = 0$, στο σχήμα βλέπετε ότι όλη η κίνηση γίνεται πάνω στην ίδια διεύθυνση)

$P_{ολ,αρχ} = P_{ολ,τελ} \Rightarrow P_1 + P_2 = P_1' + P_2' \Rightarrow m_1 \cdot υ_1 = (m_1 + m_2) \cdot v \Rightarrow v = m_1 \cdot υ_1 / (m_1 + m_2) \Rightarrow v = 0{,}2 \cdot 10 / (0{,}2 + 0{,}8) \Rightarrow v = 2$ m / s .

Μας ζητείται το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του m_1 που απέκτησε το συσσωμάτωμα $(m_1 + m_2)$:

$(K_{συσ} / K_1)\% = (½\cdot(m_1 + m_2)\cdot v^2 / ½\cdot m\cdot υ^2)\cdot 100\% \Rightarrow (K_{συσ} / K_1)\% = ((m_1 + m_2)\cdot v^2 / (m\cdot υ^2))\cdot 100\% \Rightarrow (K_{συσ} / K_1)\% = (1\cdot 2^2 / (0{,}2\cdot 10^2))\cdot 100\% \Rightarrow (K_{συσ} / K_1)\% = 20\%$.

$Δ_3$. Το σώμα m_1 εκτελεί οριζόντια βολή .



Το βεληνεκές (η μέγιστη απομάκρυνση κατά τον οριζόντιο άξονα x):

$S = v\cdot t \Rightarrow t = S / v \Rightarrow t = 0{,}8 / 2 = 0{,}4$ s .

Το μέγιστο ύψος H :

$H = ½\cdot g\cdot t^2 \Rightarrow H = ½\cdot 10\cdot(4\cdot 10^{-1})^2 \Rightarrow H = 0{,}8$ m .

$Δ_4$. Μας ζητείται η χρονική στιγμή t_1 όπου η ταχύτητα του συσσωματώματος θα είναι $v_σ = v\cdot\sqrt{2}$:

$v_σ{}^2 = v^2 + υ_y{}^2 \Rightarrow 2\cdot v^2 = v^2 + υ_y{}^2 \Rightarrow υ_y{}^2 = 2\cdot v^2 - v^2 \Rightarrow υ_y{}^2 = v^2 \Rightarrow υ_y = v = 2$ m / s .

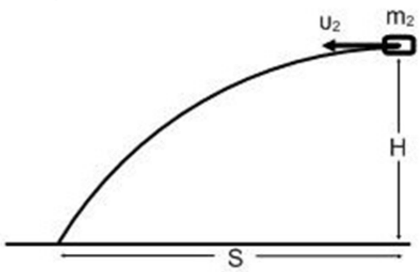
(η λύση $υ_y = -v$ δεν έχει νόημα, δεδομένου ότι ψάχνουμε το μέτρο της κατακόρυφης συνιστώσας της ταχύτητας)

Η κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας:

$υ_y = g\cdot t_1 \Rightarrow t_1 = υ_y / g \Rightarrow t_1 = 2 / 10 \Rightarrow t_1 = 0{,}2$ s .

27
16102

$Δ_1$. Το m_2 εκτελεί οριζόντια βολή από ύψος H: $H = ½\cdot g\cdot t^2 \Rightarrow t^2 = 2\cdot H / g \Rightarrow t^2 = 2\cdot 1{,}8 / 10 \Rightarrow t^2 = 36\cdot 10^{-2} \Rightarrow t = 0{,}6$ s .



Το βεληνεκές (μέγιστη οριζόντια απόσταση) του σώματος m_2 : $S = υ_2\cdot t \Rightarrow υ_2 = S / t \Rightarrow υ_2 = 6 / 6\cdot 10^{-1} \Rightarrow υ_2 = 10$ m / s .

$Δ_2$. Ισχύει $M = m_1 + m_2 \Rightarrow m_2 = M - m_1 \Rightarrow m_2 = 9 - 6 \Rightarrow m_2 = 3$ kg .

Ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής για το (μονωμένο) σύστημα M και m_2, m_1 έτσι ώστε:

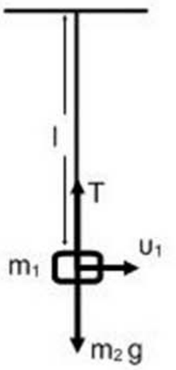
$P_{ολ,αρχ} = P_{ολ,τελ} \Rightarrow 0 = m_1\cdot υ_1 - m_2\cdot υ_2 \Rightarrow m_1\cdot υ_1 = m_2\cdot υ_2 \Rightarrow υ_1 = υ_2\cdot(m_2 / m_1) \Rightarrow υ_1 = 10\cdot(3 / 6) \Rightarrow υ_1 = 5\ m / s$.

$Δ_3$. Η αρχή διατήρησης της ενέργειας:

(η γενικότερη μορφή, προσέξτε το Q μπαίνει στο αριστερό μέλος, η $K_{ολ,αρχ}$ είναι μηδέν, το σώμα M αρχικά δεν κινείται. Υπάρχει τελική κινητική ενέργεια και στα δύο σώματα m_1, m_2, τμήματα του αρχικού σώματος M, άρα η ενέργεια αυτή προέκυψε από την έκρηξη)

$Q + K_{ολ,αρχ} = K_{ολ,τελ} \Rightarrow Q = ½\cdot m_1\cdot υ_1^2 + ½\cdot m_2\cdot υ_2^2 \Rightarrow Q = ½\cdot 6\cdot 5^2 + ½\cdot 3\cdot 10^2 \Rightarrow Q = 225$ joule.

$Δ_4$. Η κεντρομόλος δύναμη που ασκείται στο m_2:

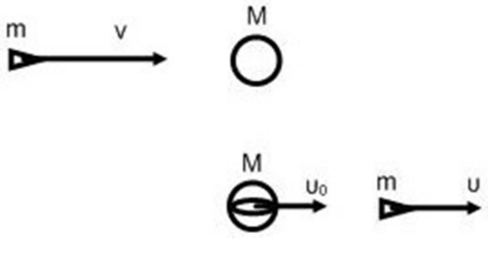


$F_K = m_1\cdot υ_1^2 / l \Rightarrow F_K = 6\cdot 5^2 / 2 \Rightarrow F_K = 75$ N.

28
16103

$Δ_1$. Ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής:

(το σύστημα είναι μονωμένο, θετική φορά έχουμε πάρει προς τα δεξιά στο σχήμα και η κρούση είναι ανελαστική)



$m \cdot v = m \cdot \upsilon + M \cdot \upsilon_0 \Rightarrow M \cdot \upsilon_0 = m \cdot v - m \cdot \upsilon \Rightarrow \upsilon_0 = m \cdot (v - \upsilon) / M \Rightarrow \upsilon_0 = 0{,}2 \cdot (200 - 50) / 5 \Rightarrow \upsilon_0 = 6\ m / s$.

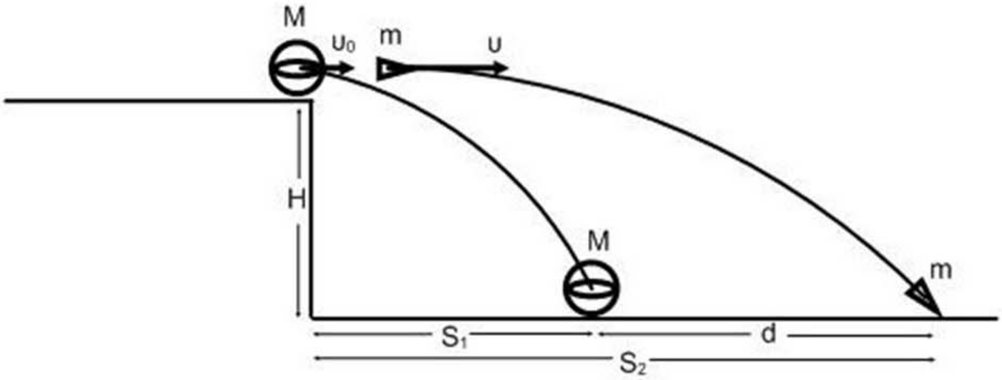
Δ₂. Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας: $\Delta K = K_{ολ,αρχ} - K_{ολ,τελ} \Rightarrow \Delta K = ½ \cdot m \cdot v^2 - (½ \cdot m \cdot \upsilon^2 + ½ \cdot M \cdot \upsilon_0^2) \Rightarrow \Delta K = ½ \cdot 0{,}2 \cdot 200^2 - (½ \cdot 0{,}2 \cdot 50^2 + ½ \cdot 5 \cdot 6^2) \Rightarrow \Delta K = 4000 - 340 = 3660$ joule.

Παρατηρήσαμε ότι $K_{ολ,αρχ} > K_{ολ,τελ}$ και βρήκαμε $\Delta K = K_{ολ,αρχ} - K_{ολ,τελ}$. Για να μην υπάρξουν αντιρρήσεις θεωρήστε $\Delta K = | K_{ολ,τελ} - K_{ολ,αρχ} |$.

Επίσης $\Delta E = \Delta K + \Delta U \Rightarrow \Delta E = \Delta K + 0$, όπου ΔΕ είναι η μεταβολή (απώλεια στην άσκηση) της μηχανικής ενέργειας, ΔΚ η μεταβολή της κινητικής ενέργειας και ΔU η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του συστήματος. Στη περίπτωση μας $\Delta U = 0$ δεδομένου ότι αμέσως πριν και αμέσως μετά την διάτρηση τα σώματα Μ και m βρίσκονται στο ίδιο ύψος.

Δ₃. Αφού το ύψος είναι το ίδιο, τα δύο σώματα θα φθάσουν ταυτόχρονα στο έδαφος.

(στην εξίσωση $y = ½ \cdot g \cdot t^2$ δεν υπάρχει ούτε η μάζα, ούτε η ταχύτητα του σώματος παράγοντες που αλλάζουν στα δύο σώματα της άσκησης μας)



Το ύψος Η στην οριζόντια βολή:

$H = ½ \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow t^2 = 2 \cdot H / g \Rightarrow t^2 = 2 \cdot 1{,}8 / 10 \Rightarrow t^2 = 36 \cdot 10^{-2} \Rightarrow t = 0{,}6$ s.
(άρα $\Delta t = t - t = 0$)

Το βεληνεκές S_1 για το Μ και S_2 για το m:

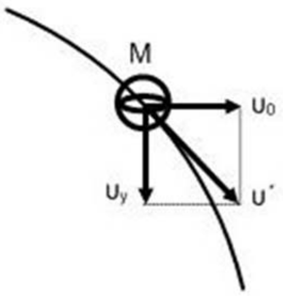
$S_1 = \upsilon_0 \cdot t \Rightarrow S_1 = 6 \cdot 0{,}6 \Rightarrow S_1 = 3{,}6$ m.

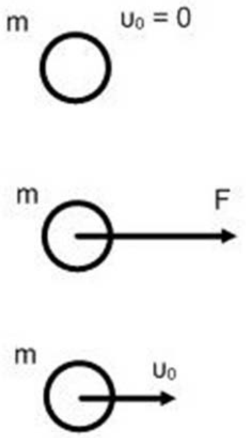
$S_2 = \upsilon \cdot t \Rightarrow S_2 = 50 \cdot 0{,}6 \Rightarrow S_2 = 30$ m.

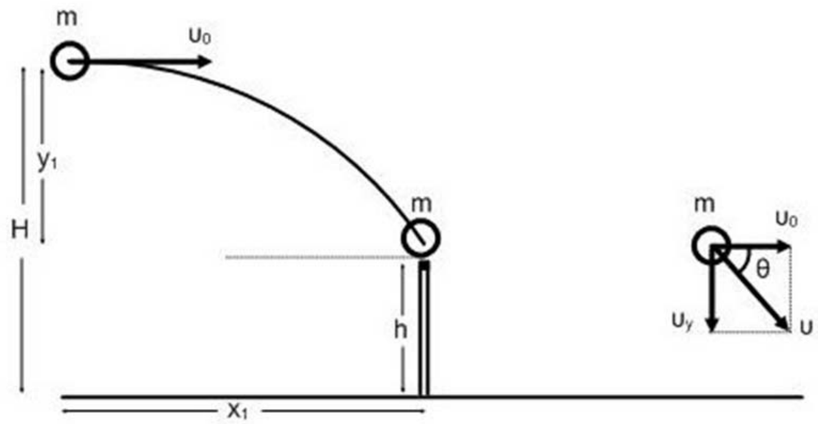
Η οριζόντια απόσταση των Μ και m:

$d = S_2 - S_1 \Rightarrow d = 30 - 3{,}6 = 26{,}4$ m.

Δ₄.

<table>
<tr>
<td></td>
<td>


Δίνεται η σχέση των κινητικών ενεργειών $K_M΄$ και K_M, όπου $K_M΄$ η κινητική ενέργεια του σώματος M την χρονική στιγμή $t = t_1$ και K_M η κινητική ενέργεια του M αμέσως μετά την κρούση:
$K_M΄ = 1{,}25 \cdot K_M \Rightarrow ½ \cdot M \cdot υ΄^2 = 1{,}25 \cdot ½ \cdot M \cdot υ_0^2 \Rightarrow υ΄^2 = 1{,}25 \cdot υ_0^2 \Rightarrow υ_0^2 + υ_y^2 = 1{,}25 \cdot υ_0^2 \Rightarrow υ_y^2 = υ_0^2 / 4 \Rightarrow υ_y = υ_0 / 2 \Rightarrow g \cdot t_1 = υ_0 / 2 \Rightarrow t_1 = υ_0 / (2 \cdot g) \Rightarrow t_1 = 6 / (2 \cdot 10) \Rightarrow t_1 = 0{,}3\ s$.
</td>
</tr>
<tr>
<td>29
16104</td>
<td>
$Δ_1$. 2ος γενικευμένος νόμος Newton:


$ΣF = ΔP / Δt \Rightarrow F = m \cdot υ_0 - 0 / Δt \Rightarrow υ_0 = F \cdot Δt / m \Rightarrow υ_0 = 600 \cdot 0{,}01 / 3 \cdot 10^{-1} \Rightarrow υ_0 = 20\ m / s$.
$Δ_2$. Η μπάλα εκτελεί οριζόντια βολή:


Στον x – άξονα: $x_1 = υ_0 \cdot t_1 \Rightarrow t_1 = x_1 / υ_0 \Rightarrow t_1 = 10 / 20 \Rightarrow t_1 = ½\ s$.
$H = y_1 + h \Rightarrow H = ½ \cdot g \cdot t_1^2 + h \Rightarrow H = ½ \cdot 10 \cdot ¼ + 2{,}5 \Rightarrow H = (5 / 4) + 2{,}5 \Rightarrow H = 3{,}75\ m$.
</td>
</tr>
</table>

Δ3. Η κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας:

$υ_y = g \cdot t_1 \Rightarrow υ_y = 10 \cdot ½ = 5\ m/s$.

Το μέτρο της ταχύτητας:

$υ^2 = υ_0^2 + υ_y^2 \Rightarrow υ^2 = 20^2 + 5^2 \Rightarrow υ^2 = 400 + 25 \Rightarrow υ^2 = 425 \Rightarrow υ = 5 \cdot \sqrt{17}\ m/s$.

Η διεύθυνση της ταχύτητας (η ταχύτητα είναι διανυσματικό μέγεθος):

$εφ\,θ = υ_y / υ_0 \Rightarrow εφ\,θ = 5/20 = ¼$.

Δ4. Θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας:

(η μεταβολή της κινητικής ενέργειας της μπάλας, ισούται με το έργο όλων των δυνάμεων που ασκούνται στη μπάλα, ένα θεώρημα που είναι μια άλλη έκφραση της αρχής διατήρησης της ενέργειας και ισχύει πάντα)

$ΔK = K_{τελ} - K_{αρχ} = W_w \Rightarrow W_w = ½ \cdot m \cdot υ^2 - ½ \cdot m \cdot υ_0^2 \Rightarrow W_w = ½ \cdot m \cdot (υ^2 - υ_0^2) \Rightarrow W_w = ½ \cdot 0{,}3 \cdot (425 - 400) \Rightarrow W_w = 3{,}75$ joule.

Ή για να ελέγξουμε το αποτέλεσμα η σχέση του έργου του βάρους W_w με την μεταβολή της δυναμικής ΔU ενέργειας :

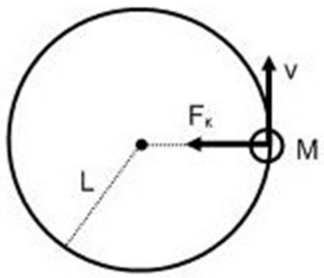
$W_w = -ΔU \Rightarrow W_w = -(U_{τελ} - U_{αρχ}) \Rightarrow W_w = -(m \cdot g \cdot h - m \cdot g \cdot H) \Rightarrow W_w = m \cdot g \cdot (H - h) \Rightarrow W_w = 0{,}3 \cdot 10 \cdot (3{,}75 - 2{,}5) \Rightarrow W_w = 3{,}75$ joule.

30
16105

Δ1. Η δύναμη από την τιμή μηδέν, ακαριαία (σε dt χρόνο) αποκτά μια σταθερή δύναμη 9 N. Η χρονική στιγμή t_1 είναι η στιγμή της κρούσης: Η άσκηση περιγράφει την πλαστική κρούση του m με το M. Το ότι δημιουργείται συσσωμάτωμα M + m. Μέρος της αρχικής κινητικής ενέργειας του σώματος m (το M είναι αρχικά ακίνητο) μετατρέπεται σε θερμότητα κατά την κρούση , ενώ η υπόλοιπη ενέργεια κινεί το συσσωμάτωμα M + m, όπως η αρχή διατήρησης της ορμής υπαγορεύει (θεωρούμε ότι δεν ακούγεται ήχος και δεν δημιουργείται λάμψη κατά την κρούση).

Δ2. Το συσσωμάτωμα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με την επίδραση της δύναμης F, που στη περίπτωση μας είναι η κεντρομόλος δύναμη.

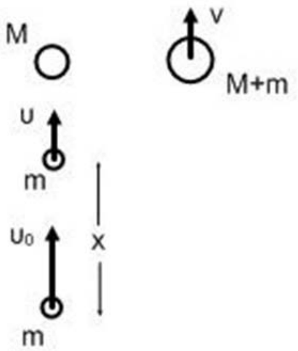
$F_K = (M + m) \cdot v^2 / L \Rightarrow v^2 = F_K \cdot L / (M + m) \Rightarrow v^2 = 9 \cdot 1 / (3 + 1) \Rightarrow v = 3/2\ m/s$.



Δ3. Αφού η άσκηση έχει κρούση σωμάτων, θα ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής :

(το σύστημα είναι μονωμένο γιατί η επίδραση των εξωτερικών δυνάμεων είναι αμελητέα, θετική είναι η προς τα πάνω φορά)

$P_{ολ,αρχ} = P_{ολ,τελ} \Rightarrow P_1 + P_2 = P_1' + P_2' \Rightarrow m\cdot υ = (M + m)\cdot v \Rightarrow υ = (M + m)\cdot v / m \Rightarrow υ = 4\cdot(3/2)/1 \Rightarrow υ = 6\ m/s$.



Αρχή διατήρησης της ενέργειας:

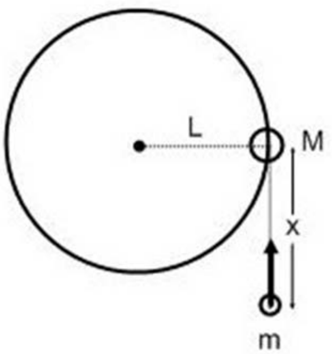
(Η γενικότερη μορφή της που πρέπει να εφαρμόζουμε σε κάθε ανελαστική κρούση, όση ενέργεια είχαμε πριν την κρούση, τόση ενέργεια πρέπει (έτσι λειτουργεί η φύση) να συνεχίσουμε να έχουμε και μετά την κρούση)

$K_{αρχ} = Q + K_{τελ} \Rightarrow Q = K_{αρχ} - K_{τελ} \Rightarrow Q = ½\cdot m\cdot υ^2 - ½\cdot(m + M)\cdot v^2 \Rightarrow Q = ½\cdot 1\cdot 6^2 - ½\cdot(3 + 1)\cdot(3/2)^2 \Rightarrow Q = 18 - 4{,}5 \Rightarrow Q = 13{,}5$ joule.

Δ4. Το ερώτημα λύνεται με τις εξισώσεις κίνησης, την κινηματική της Α΄ λυκείου, αλλά κυρίως ενεργειακά για να θυμηθούμε το θεώρημα έργου – ενέργειας ή αλλιώς

Θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας:

(Ξανά: Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας ισούται με το έργο όλων των δυνάμεων που επιδρούν στο σώμα, το θεώρημα είναι μια άλλη διατύπωση της αρχής διατήρησης της ενέργειας ενώ ισχύει πάντα.)

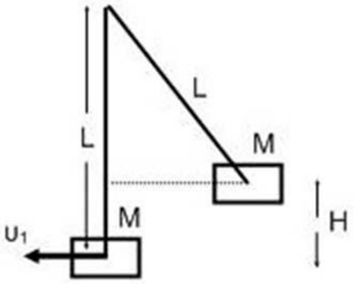


$ΔK = W_T \Rightarrow ½\cdot m\cdot υ^2 - ½\cdot m\cdot υ_0^2 = -T\cdot x \Rightarrow ½\cdot m\cdot υ_0^2 = ½\cdot m\cdot υ^2 + μ\cdot m\cdot g\cdot x \Rightarrow υ_0^2 = υ^2 + 2\cdot μ\cdot g\cdot x \Rightarrow υ_0^2 = 6^2 + 2\cdot 0{,}4\cdot 10\cdot 2 \Rightarrow υ_0^2 = 52 \Rightarrow υ_0 = \sqrt{52}\ m/s$.

31
16106

Δ_1. Ισχύει η αρχή διατήρησης μηχανικής ενέργειας:

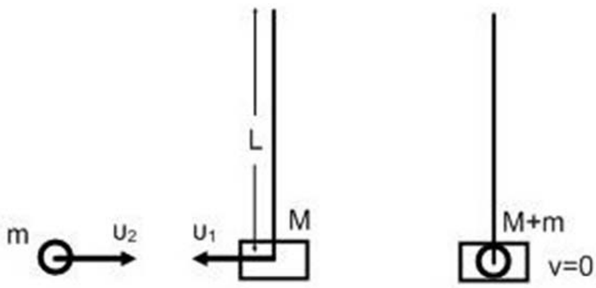
(επειδή στο σύστημα επιδρούν διατηρητικές δυνάμεις όπως το βάρος $M\cdot g$, επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας παίρνουμε την κατώτερη θέση του σώματος (κατακόρυφη θέση). Το έργο της τάσης του νήματος T είναι μηδέν δεδομένου ότι είναι κάθετο στη διεύθυνση κίνησης που είναι η εφαπτόμενη σε κάθε σημείο της κυκλικής τροχιάς)



$E_{αρχ} = E_{τελ} \Rightarrow K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \Rightarrow 0 + M\cdot g\cdot H = ½\cdot M\cdot υ_1^2 + 0 \Rightarrow υ_1^2 = 2\cdot g\cdot H \Rightarrow υ_1^2 = 2\cdot 10\cdot 45\cdot 10^{-2} \Rightarrow υ_1^2 = 9 \Rightarrow υ_1 = 3\ m/s$.

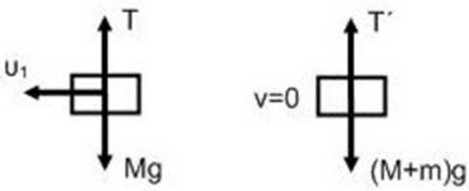
Δ_2. Έχουμε πλαστική κρούση, άρα ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής:

(Ξανά: το σύστημα είναι μονωμένο, η $\Sigma F_{εξ} = 0$, θετική φορά στο σχήμα η φορά προς τα αριστερά)



$P_{ολ,αρχ} = P_{ολ,τελ} \Rightarrow P_M + P_m = P_M' + P_m' \Rightarrow M\cdot υ_1 - m\cdot υ_2 = 0 \Rightarrow υ_2 = M\cdot υ_1 / m \Rightarrow υ_2 = 4\cdot 3 / ½ \Rightarrow υ_2 = 24\ m/s$.

Δ_3. Η κεντρομόλος δύναμη πριν την κρούση, για το σώμα M : $F_K = T - M\cdot g \Rightarrow M\cdot υ_1^2 / L = T - M\cdot g \Rightarrow T = M\cdot υ_1^2 / L + M\cdot g \Rightarrow T = 4\cdot 9 / 1 + 4\cdot 10 \Rightarrow T = 76\ N$.



Η κεντρομόλος δύναμη μετά την κρούση, για το σώμα M + m : $F_K' = T' - (m + M)\cdot g \Rightarrow 0 = T' - (m + M)\cdot g \Rightarrow T' = (m + M)\cdot g \Rightarrow T' = (4 + ½)\cdot 10 \Rightarrow T' = 45\ N$.

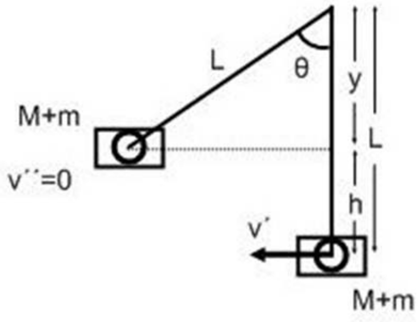
Η μεταβολή του μέτρου της δύναμης που ασκεί το νήμα στο σώμα M πριν την κρούση, αλλά και στο M + m μετά την κρούση είναι:

$\Delta T = T' - T \Rightarrow \Delta T = 45 - 76 \Rightarrow \Delta T = -31\ N$.

Δ_4. Θα υπολογίσουμε αρχικά το ύψος h που ανέβηκε το συσσωμάτωμα, όπου η ταχύτητα του σώματος είναι μηδέν (το συσσωμάτωμα στιγμιαία ακινητοποιείται).

Στο παρακάτω σχήμα βλέπουμε:

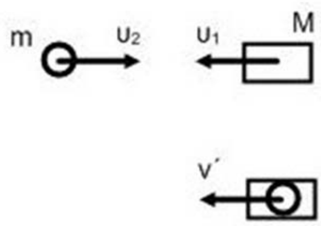
το $συν\,\theta = y / L \Rightarrow y = L \cdot συν\,\theta$ και $L = h + y \Rightarrow h = L - y \Rightarrow h = L - L\cdot συν\,\theta \Rightarrow h = L\cdot(1 - συν\,\theta) \Rightarrow h = 1\cdot(1 - 0{,}8) \Rightarrow h = 0{,}2\ m$.



Θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας:
(ισχύει παντού, αφορά στη περίπτωση μας το συσσωμάτωμα από την κατακόρυφη θέση , στη θέση όπου η ταχύτητα του μηδενίζεται, το έργο του βάρους είναι αρνητικό γιατί η φορά του βάρους (προς τα κάτω) είναι αντίθετη της φοράς κίνησης (προς τα πάνω))

$\Delta K = W_w \Rightarrow K_{τελ} - K_{αρχ} = W_w \Rightarrow 0 - ½\cdot(M + m)\cdot v'^2 = -(M + m)\cdot g\cdot h \Rightarrow v'^2 = 2\cdot g\cdot h \Rightarrow v'^2 = 2\cdot 10\cdot 0{,}2 \Rightarrow v' = 2\ m/s$.

Ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής για την νέα πλαστική κρούση:



$P_{ολ,αρχ}' = P_{ολ,τελ}' \Rightarrow P_M' + P_m' = P_M'' + P_m'' \Rightarrow m\cdot υ_2' = M\cdot υ_1 - (M + m)\cdot v' \Rightarrow υ_2' = (M\cdot υ_1 - (M + m)\cdot v') / m \Rightarrow υ_2' = (4\cdot 3 - (4 + ½)\cdot 2) / ½ \Rightarrow υ_2' = 6\ m/s$.