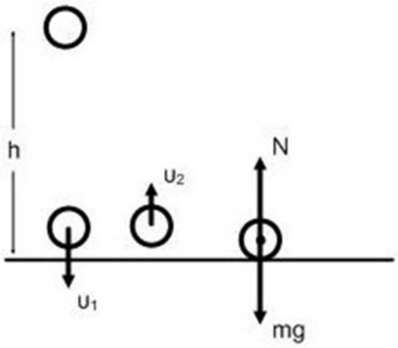
Δ΄ ΘΕΜΑΤΑ - ΛΥΣΕΙΣ

Δύναμη και μεταβολή ορμής

1
15988



Δ1. Η μεταβολή της ορμής της σφαίρας: $\Delta p = p_2 - p_1 \Rightarrow \Delta p = m\cdot \upsilon_2 - (-m\cdot\upsilon_1)$ $\Rightarrow \Delta p = m\cdot(\upsilon_2 + \upsilon_1) \Rightarrow \Delta p = 0{,}1\cdot(2+5) = 0{,}7\ kg\cdot m/s^2$. Η διεύθυνση της Δp είναι κατακόρυφη και η φορά προς τα πάνω.

Δ2. Ο 2ος γενικευμένος νόμος του Newton: $\Sigma F = \Delta p/\Delta t \Rightarrow \Sigma F = 0{,}7\ /0{,}1 = 7$ N. Η ΣF και Δp έχουν ίδια διεύθυνση και φορά.

Η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα: $\Sigma F = N - m\cdot g \Rightarrow N = m\cdot g + \Sigma F \Rightarrow$ $N = 0{,}1\cdot 10 + 7 \Rightarrow N = 8\ N$.

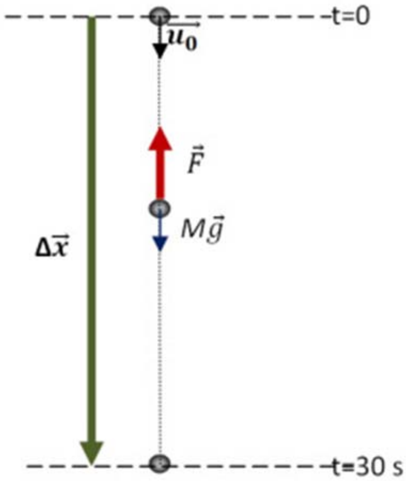
Δ3. Η σφαίρα εκτελεί ελεύθερη πτώση: με ταχύτητα $\upsilon_1 = g\cdot t \Rightarrow t = \upsilon_1/g \Rightarrow t = 5/10 \Rightarrow t = ½\ s$. Το ζητούμενο ύψος $h = ½\cdot g\cdot t^2 \Rightarrow h = 5/4 = 1{,}25\ m$.

Δ4. Η αρχή διατήρησης της ενέργειας: $K_{αρχ} = K_{τελ} + Q \Rightarrow Q = K_{αρχ} - K_{τελ} \Rightarrow Q = ½\cdot m\cdot\upsilon_1^2 - ½\cdot m\cdot\upsilon_2^2 \Rightarrow Q = ½\cdot 0{,}1\cdot 5^2 - ½\cdot 0{,}1\cdot 2^2 \Rightarrow Q = 1{,}25 - 0{,}2 \Rightarrow Q = 1{,}05$ joule.

Το ζητούμενο ποσοστό: $(Q/K_{αρχ})\cdot 100\% = (1{,}05/1{,}25)\cdot 100\% = 84\ \%$.

2
16000

Στη τάξη αυτή (Β” λυκείου) δεν λαμβάνουμε ακόμα υπόψη τις διαστάσεις των σωμάτων οπότε στο διπλανό σχήμα το Μπόϊγκ 777 απεικονίζεται ως μικρή σφαίρα, και στο εξής θα αναφέρεται απλά ως «σώμα». Άλλωστε η παραδοχή περί αμελητέων διαστάσεων, συνάδει με το γεγονός ότι αγνοούμε την αντίσταση του αέρα.



Έχουμε σχεδιάσει το σώμα τη χρονική στιγμή t = 0 , μια ενδιάμεση χρονική στιγμή και για t = 30 s. Η δύναμη που ασκεί ο υπερήρωας στο σώμα δεν έχει σταθερό μέτρο κατά τη διάρκεια αυτού του χρονικού διαστήματος . Έχουμε σχεδιάσει τις δυνάμεις που δέχεται το σώμα σε μια ενδιάμεση χρονική στιγμή.

Ως αρχική ορμή , θεωρούμε αυτή που έχει το σώμα τη χρονική στιγμή t = 0 και ως τελική αυτή που έχει το σώμα τη χρονική στιγμή t = 30 s, η οποία είναι μηδέν .

Όλα τα διανυσματικά μεγέθη της άσκησης έχουν κατακόρυφη διεύθυνση , οπότε θα τα αντικαταστήσουμε με τις αλγεβρικές τιμές τους, θεωρώντας ως θετική τη φορά της αρχικής ταχύτητας (προς τα κάτω) .

Δ_1. Η μεταβολή της ορμής: $\Delta P = P_{τελ} - P_{αρχ} = 0 - m \cdot υ_0$.

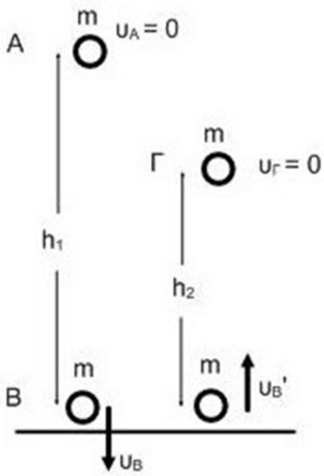
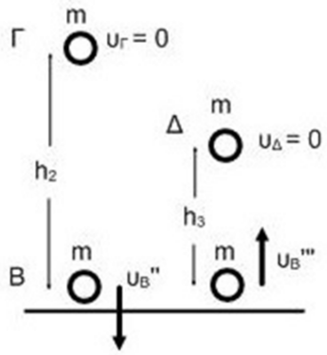
$\Delta P = -\,2 \cdot 10^5$ Kg $\cdot$ 270 m / s = $-\,54 \cdot 10^6$ Kg·m / s

$|\Delta P| = 54 \cdot 10^6$ Kg·m / s (το μέτρο της μεταβολής της ορμής)

Δ_2. Γνωρίζουμε ότι:

- Κάθε χρονική στιγμή ,ο ρυθμός της μεταβολής του σώματος είναι η συνισταμένη των δυνάμεων που δρουν στο σώμα εκείνη τη χρονική στιγμή.
- Σε κάθε χρονικό διάστημα Δt το πηλίκο της μεταβολής της ορμής του σώματος προς το χρονικό αυτό διάστημα ,είναι ίσο με τη μέση συνισταμένη δύναμη που έδρασε στο σώμα στο θεωρούμενο χρονικό διάστημα.

Έτσι αντικαθιστώντας έχουμε : $\Sigma F_{μέση} = \Delta P / \Delta t$ (Σχέση διανυσματικών μεγεθών που γίνεται σχέση αλγεβρικών τιμών): αντικαθιστώντας $\Sigma F_{μέση} = -\,1{,}8 \cdot 10^6$ N

	Όμως: $\Sigma F_{μέση} = m\cdot g + F_{μ}$. Στην παραπάνω σχέση θεωρώ ότι αγνοώ την φορά της κατακόρυφης δύναμης που ο υπερήρωας ασκεί στο σώμα ,και αρχικά τη θεωρώ ομόρροπη του βάρους. Έτσι αντικαθιστώντας $F_{μ} = -3{,}8\cdot 10^{6}$ N Το αρνητικό πρόσημο της πιο πάνω αλγεβρικής τιμής ,επαληθεύει τη φορά της δύναμης αυτής, όπως αυτή έχει σχεδιαστεί στο σχήμα. **Δ$_3$.** Σύμφωνα με τον τρίτο Νόμο του Νεύτωνα , οι δυνάμεις αλληλεπίδρασης μεταξύ δύο σωμάτων ,είναι αντίθετες . Έτσι η δύναμη που δέχεται ο υπερ-ήρωάς μας είναι $F''_{μ} = +3{,}8\cdot 10^{6}$ N ,αποτελεί την αντίδραση της δύναμης $F_{μ}$ είναι επίσης κατακόρυφη και έχει φορά προς τα κάτω. **Δ$_4$.** Θα χρησιμοποιήσω το θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας για την μετατόπιση Δx του σώματος από τη χρονική στιγμή που δέχθηκε τη δύναμη $F_{μ}$, μέχρι τη χρονική στιγμή που αυτό σταμάτησε. Για τον υπολογισμό του έργου της συνισταμένης των δυνάμεων που έδρασαν στο σώμα στη θεωρούμενη χρονική διάρκεια , θα λάβω υπόψη μου τη μέση τιμή της συνισταμένης δύναμης , όπως αυτή υπολογίστηκε στο ερώτημα **Δ$_2$** . Το έργο της συνισταμένης αυτής υπολογίζεται ως το γινόμενο των αλγεβρικών τιμών των μεγεθών : μέση συνισταμένη δύναμη και μετατόπιση. Αυτό το κάνω όποτε υπολογίζω το έργο δύναμης συγγραμμικής με την μετατόπιση. Η μετατόπιση θεωρείται να έχει θετική αλγεβρική τιμή ,όντας κατακόρυφη με φορά προς τα κάτω. $K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{\Sigma F} \Rightarrow 0 - m\cdot υ_0^{2}/2 = \Sigma F_{μέση}\cdot \Delta x \Rightarrow \Delta x = -m\cdot υ_0^{2}/2\cdot \Sigma F \Rightarrow \Delta x =$ 4050 m .
3 15952	**Δ$_1$.**  

Αρχή διατήρησης μηχανικής ενέργειας: Α → Β : $K_A + U_A = K_B + U_B \Rightarrow 0 + m\cdot g\cdot h_1 = ½\cdot m\cdot υ_B^2 + 0 \Rightarrow υ_B^2 = 2\cdot g\cdot h_1 \Rightarrow υ_B^2 = 2\cdot 10\cdot 8\cdot 10^{-1} \Rightarrow υ_B^2 = 16 \Rightarrow υ_B = 4$ m / s .

Δ$_2$. Αρχή διατήρησης μηχανικής ενέργειας: Β→ Γ : $K_B + U_B = K_Γ + U_Γ \Rightarrow ½\cdot m\cdot υ_B''^2 + 0 = 0 + m\cdot g\cdot h_2 \Rightarrow υ_B''^2 = 2\cdot g\cdot h_2 \Rightarrow υ_B''^2 = 2\cdot 10\cdot 0{,}2 \Rightarrow υ_B''^2 = 4 \Rightarrow υ_B'' = 2$ m / s .

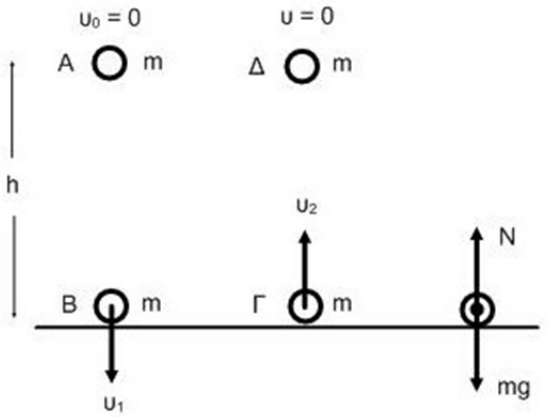
Κατά την πρόσκρουση του σώματος στο έδαφος η μεταβολή της ορμής του είναι: $Δp = p_{τελ} - p_{αρχ} \Rightarrow Δp = m\cdot υ_B'' - m\cdot υ_B = 0{,}1\cdot(2 - (-4)) = 0{,}6$ kg·m / s .

Δ$_3$. Ο δεύτερος γενικευμένος νόμος του Newton: $ΣF = Δp / Δt \Rightarrow Δt = Δp / ΣF \Rightarrow Δt = 0{,}6 / 6 \Rightarrow Δt = 0{,}1$ s .

Δ$_4$. Η ταχύτητα που επιστρέφει στο Β είναι ίδια με αυτή που είχε πριν $υ_B'' = υ_B»$ (το ύψος h_2 είναι το ίδιο) , χάνεται στο περιβάλλον το 50% ενέργειας που είχε κατά την πρόσκρουση, άρα: $K_B» = (50 / 100)\cdot ½\cdot m\cdot υ_B»^2 = ¼\cdot 0{,}1\cdot 2^2 = 0{,}1$ joule.

Αρχή διατήρησης μηχανικής ενέργειας: Β→ Δ : $K_B» + U_B = K_Δ + U_Δ \Rightarrow 0{,}1 + 0 = 0 + m\cdot g\cdot h_3 \Rightarrow h_3 = 0{,}1 / 0{,}1\cdot 10 = 0{,}1$ m.

4
16011



Δ$_1$. Θα πρέπει να υπολογίσουμε την ταχύτητα $υ_1$, με τους εξής τρόπους:

α. με το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για το σώμα m μεταξύ των θέσεων Α και Β $ΔK = W_{mg} \Rightarrow ½\cdot m\cdot υ_1^2 - 0 = mgh \Rightarrow υ_1^2 = 2\cdot g\cdot h \Rightarrow υ_1^2 = 2\cdot 10\cdot 1{,}25 \Rightarrow υ_1^2 = 25 \Rightarrow υ_1 = 5$ m / s .

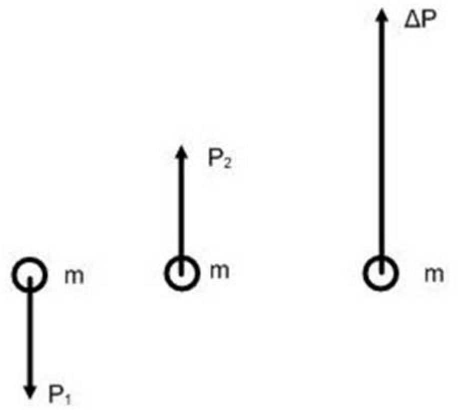
β. με την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας μεταξύ των θέσεων Α και Β: $E_A = E_B \Rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B \Rightarrow 0 + m\cdot g\cdot h = ½\cdot m\cdot υ_1^2 + 0 \Rightarrow υ_1^2 = 2\cdot g\cdot h \Rightarrow υ_1^2 = 2\cdot 10\cdot 1{,}25 \Rightarrow υ_1^2 = 25 \Rightarrow υ_1 = 5$ m / s .

γ. το m εκτελεί ελεύθερη πτώση άρα $h = ½\cdot g\cdot t_1^2$ και $υ_1 = g\cdot t_1$.

Το σώμα μετά την κρούση ανεβαίνει μέχρι το ίδιο ύψος: άρα ισχύει (με τους α. , β. τρόπους όπως και πριν αλλά $W_{mg} = - m\cdot g\cdot h$) ότι $υ_2 = - υ_1$.

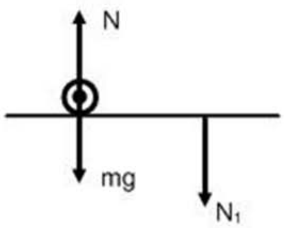
Η ζητούμενη ορμή $P_1 = -\,m \cdot υ_1 = -\,0{,}5 \cdot 5 = -\,2{,}5\ kg \cdot m/s$, επίσης: $P_2 = m \cdot υ_2 = 0{,}5 \cdot 5 = +\,2{,}5\ kg \cdot m/s$.

Δ$_2$. Τα διανύσματα που ζητούνται:



$ΔP = P_2 - P_1 = 2{,}5 - (-2{,}5) = 5\ kg \cdot m/s$. Θετική φορά προς τα πάνω.

Δ$_3$. Τα διανύσματα που ζητούνται:



Ο χρόνος ανόδου t_K: $h = ½ \cdot g \cdot t_K^2 \Rightarrow t_K^2 = 2 \cdot h / g \Rightarrow t_K^2 = 2 \cdot 1{,}25 / 10 \Rightarrow t_K^2 = 25 \cdot 10^{-2} \Rightarrow t_K = 5 \cdot 10^{-1}\ s$. Ο χρόνος ανόδου ισούται με τον χρόνο καθόδου: $t_K = t_{αν}$ άρα:

$t_{ολ} = t_K + t_{αν} + Δt \Rightarrow Δt = t_{ολ} - (t_K + t_{αν}) \Rightarrow Δt = 1{,}1 - (0{,}5 + 0{,}5) = 0{,}1\ s$. Όπου $Δt$ είναι ο χρόνος που διαρκεί η κρούση.

2ος γενικευμένος νόμος του Newton: $ΣF = ΔP / Δt \Rightarrow ΣF = 5 / 0{,}1 = 50\ N$.

$ΣF = N - mg \Rightarrow N = ΣF + mg \Rightarrow N = 50 + 0{,}5 \cdot 10 = 55\ N$.

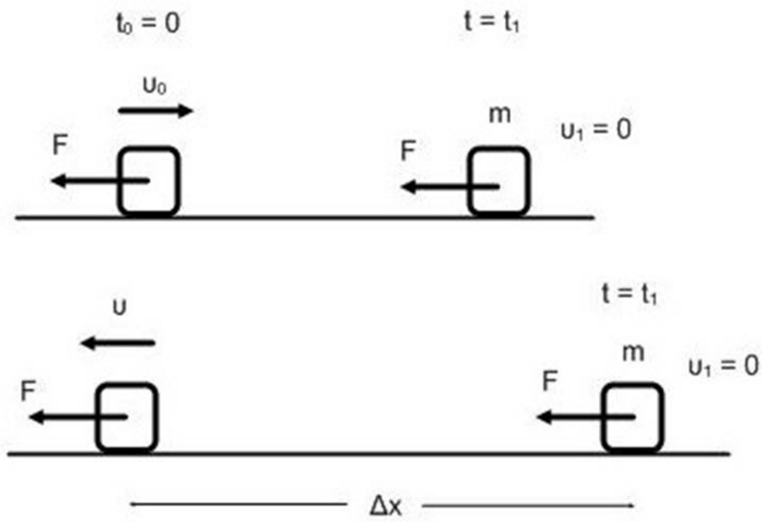
Η δύναμη που μας ζητείται είναι η δύναμη από το σώμα στο δάπεδο N_1, ενώ εμείς βρήκαμε την Ν την δύναμη από το δάπεδο στο σώμα. Ν και N_1 ,είναι δυνάμεις δράσης – αντίδρασης με ίδιο μέτρο, $N_1 = N = 55\ N$ και η φορά της N_1 φαίνεται στο σχήμα.

5
16005

Δ$_1$. Η μεταβολή της ορμής: $ΔP = P_{τελ} - P_{αρχ} \Rightarrow -\,3m \cdot υ_0 = P_{τελ} - m \cdot υ_0 \Rightarrow P_{τελ} = -\,3m \cdot υ_0 + m \cdot υ_0 \Rightarrow P_{τελ} = -\,2m \cdot υ_0 \Rightarrow m \cdot υ = -\,2m \cdot υ_0 \Rightarrow υ = -\,2 \cdot υ_0$.

Η ταχύτητα υ θα έχει αντίθετη φορά από την αρχική ταχύτητα $υ_0$ (η υ θα έχει αρνητική φορά) .

Η κίνηση του σώματος ξεκινάει με $υ_0$, F να έχουν αντίθετη φορά τα διανύσματα τους και καταλήγει με τα υ , F να έχουν την ίδια φορά.



Το σώμα αρχικά επιβραδύνεται ομαλά, μέχρι να σταματήσει έστω ότι η ταχύτητα του σώματος μηδενίζεται την χρονική στιγμή $t = t_1$. (Την χρονική στιγμή t_1 μπορούμε να την υπολογίσουμε: $υ_1 = υ_0 - α\, t_1 \Rightarrow 0 = υ_0 - α{\cdot}t_1 \Rightarrow α{\cdot}t_1 = υ_0 \Rightarrow t_1 = υ_0 / α$ ενώ 2ος Newton $F = m{\cdot}α$ θα μας δώσει την επιτάχυνση α .)

Από την χρονική στιγμή $t = t_1$ και μετά, η επίδραση της δύναμης F στο σώμα το επιταχύνει ομαλά.

Το ότι η επιβράδυνση και η επιτάχυνση έχουν σταθερή τιμή (γι'αυτό και η κίνηση είναι ομαλή) οφείλεται στο ότι η δύναμη είναι σταθερή (2ος Newton) .

Δ$_2$. 2ος γενικευμένος νόμος του Newton: $ΣF = ΔP / Δt \Rightarrow - F = - 3m{\cdot}υ_0 / Δt \Rightarrow Δt = 3m{\cdot}υ_0 / F$.

Αν και προβλέψιμο το ερώτημα, τονίζει τον διανυσματικό χαρακτήρα του 2ου γενικευμένου νόμου του Newton .

Δ$_3$. και **Δ$_4$.**

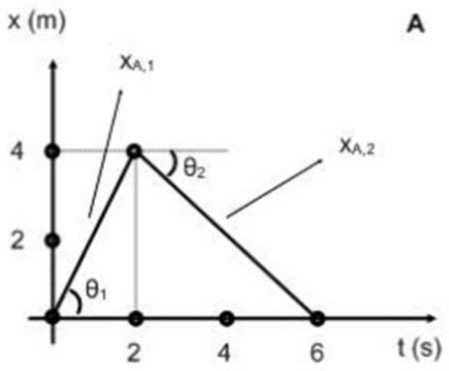
Το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για τις θέσεις (I) την χρονική στιγμή $t = t_1$ (κάτω δεξιά σχήμα) ως την θέση (II) (κάτω αριστερά σχήμα) : $W_F = ΔK \Rightarrow W_F = K_{τελ} - K_{αρχ} \Rightarrow W_F = ½{\cdot}m{\cdot}υ^2 - 0 \Rightarrow W_F = ½{\cdot}m{\cdot}(2υ_0)^2 \Rightarrow W_F = 2m{\cdot}υ_0^2$.

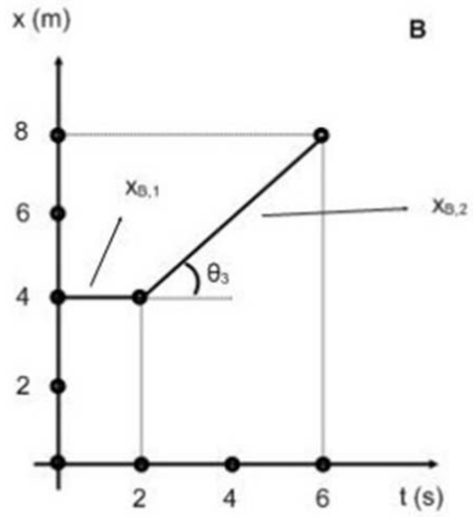
Ο ορισμός του έργου: $W_F = F{\cdot}Δx = 2m{\cdot}υ_0^2 \Rightarrow Δx = 2m{\cdot}υ_0^2 / F$.

Αρχή διατήρησης της ορμής

6
16006

Δ1.





Κινήσεις (φυσική Α λυκείου):

Για το σώμα Α :

$υ_A$ = κλίση στο ($x_{A,1}$ – t) διάγραμμα ⇒ $υ_A$ = εφ $θ_1$ = (4 – 0) / (2 – 0) ⇒ $υ_A$ = 2 m / s .

$υ_A$“ = κλίση στο ($x_{A,2}$ – t) διάγραμμα ⇒ $υ_A$“ = εφ $θ_2$ = (0 – 4) / (6 – 2) ⇒ $υ_A$“ = -1 m / s .

Για το σώμα Β :

$υ_B$ = κλίση στο ($x_{B,1}$ – t) διάγραμμα ⇒ $υ_B$ = εφ $θ_3$ = 0 ⇒ $υ_B$ = 0 .

$υ_B$“ = κλίση στο ($x_{B,2}$ – t) διάγραμμα ⇒ $υ_B$“ = εφ $θ_4$ = (8 – 4) / (6 – 2) ⇒ $υ_A$ = 1 m / s .

Ακολουθούν υπολογισμοί:

Η ορμή του σώματος m_A πριν την κρούση: $P_A = m_A \cdot υ_A \Rightarrow P_A = 1 \cdot 2 = 2$ kg·m / s .

Η ορμή του σώματος m_A μετά την κρούση: P_A“ = $m_A \cdot υ_A$“ ⇒ P_A“ = – 1·2 = – 2 kg·m / s .

Η ορμή του σώματος m_B πριν την κρούση: $P_B = m_B \cdot υ_B \Rightarrow P_B = 3 \cdot 0 = 0$.

Η ορμή του σώματος m_B μετά την κρούση: P_B“ = $m_B \cdot υ_B$“ ⇒ P_B“ = 3·1 = 3 kg·m / s .

Η κινητική ενέργεια του m_A πριν την κρούση: $K_A = ½ \cdot m_A \cdot υ_A^2 \Rightarrow K_A = ½ \cdot 1 \cdot 2^2 = 2$ joule .

Η κινητική ενέργεια του m_A μετά την κρούση: K_A“ = ½·m_A·$υ_A$“ ^{2} ⇒ K_A“ = ½·1·1^2 = 0,5 joule .

Η κινητική ενέργεια του m_B πριν την κρούση: $K_B = ½·m_B·υ_B^2 \Rightarrow K_B = 0$.

Η κινητική ενέργεια του m_B μετά την κρούση: $K_B“ = ½·m_B·υ_B“^2 \Rightarrow K_B“ = ½·3·1^2 = 1{,}5$ joule .

Με όλα τα παραπάνω συμπληρώνουμε τον πίνακα:

	Πριν την Κρούση		Μετά την κρούση	
	Α	Β	Α	Β
Ταχύτητα	+ 2 m / s	0	– 1 m / s	+ 1 m / s
Ορμή	+2 kg·m / s	0	– 1 kg·m / s	+ 3 kg·m / s
Κινητική Ενέργεια	2 joule	0	0,5 joule	1,5 joule

Δ₂. Από τις τιμές του παραπάνω πίνακα παρατηρούμε:

Ότι ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής: $P_{ολ,αρχ} = P_{ολ,τελ} \Rightarrow P_A + P_A“ = P_B + P_B“ \Rightarrow 2 + 0 = -1 + 3 \Rightarrow 2 = 2$.

Ότι ισχύει η αρχή διατήρησης της κινητικής ενέργειας: $K_{ολ,αρχ} = K_{ολ,τελ} \Rightarrow K_A + K_A“ = K_B + K_B“ \Rightarrow 2 + 0 = 0{,}5 + 1{,}5 \Rightarrow 2 = 2$.

Αφού η κινητική ενέργεια διατηρείται η κρούση είναι ελαστική.

$Δ_3$. Ο 2ος γενικευμένος Newton: $F_{A,B} = ΔP_B / Δt \Rightarrow F_{A,B} = P_B - 0 / Δt \Rightarrow F_{A,B} = 3 / 10^{-2} \Rightarrow F_{A,B} = + 300$ N .

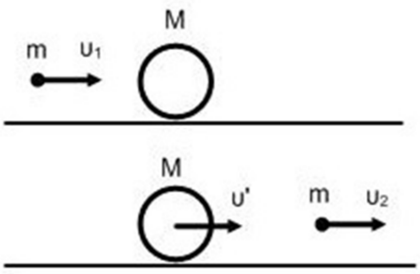
$Δ_4$. Το ζητούμενο ποσοστό της κινητικής ενέργειας του κινούμενου σώματος (K_A) που μεταφέρθηκε στο ακίνητο σώμα ($ΔK_B = K_B“ – K_B$) :

$(ΔK_B / K_{αρχ})\% = ((K_B“ – K_B) / K_A)·100\% \Rightarrow (ΔK_B / K_{αρχ})\% = ((1{,}5 – 0) / 2)·100\% = \Rightarrow (ΔK_B / K_{αρχ})\% = 0{,}75·100\% = 75\%$.

7
16007

$Δ_1$. Από τις τιμές του πίνακα για t = 4 s έχουμε $x_A = x_B$.

$Δ_2$. Παρατηρούμε (από τις τιμές του πίνακα) ότι το Α σώμα κινείται από την θέση $x_{0,A} = 20$ m στη $x_A = 12$ m με ταχύτητα $υ_A = Δx_A / Δt \Rightarrow υ_A = 12 – 20 / 4 – 0 \Rightarrow υ_A = – 2$ m / s .

	Παρατηρούμε (από τις τιμές του πίνακα) ότι το Β σώμα κινείται από την θέση $x_{0,B}$ = 0 m στη x_B = 12 m με ταχύτητα $υ_B = Δx_B / Δt ⇒ υ_B = 12 – 0 / 4 – 0 ⇒ υ_B = + 3$ m / s . Παρατηρούμε (από τις τιμές του πίνακα) ότι το Α σώμα κινείται από την θέση x_A = 12 m στη $x_{A,1}$ = 30 m με ταχύτητα $υ_{A,1} = Δx_{A,1} / Δt ⇒ υ_{A,1} = 30 – 12 / 10 – 4 ⇒ υ_{A,1} = + 3$ m / s . Παρατηρούμε (από τις τιμές του πίνακα) ότι το Β σώμα κινείται από την θέση x_B = 12 m στη $x_{B,1}$ = 0 m με ταχύτητα $υ_{B,1} = Δx_{B,1} / Δt ⇒ υ_{B,1} = 0 – 12 / 10 – 4 ⇒ υ_{B,1} = – 2$ m / s . Ίσως ο συγγραφέα να είχε στο μυαλό του μια γραφική λύση, είναι σίγουρα ένας άλλος τρόπος να λυθεί η άσκηση. **Δ3.** Ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής: $P_{ολ,αρχ} = P_{ολ,τελ} ⇒ P_A + P_B = P_{A,1} + P_{B,1} ⇒ – m_A·υ_A + m_B·υ_B = m_A·υ_{A,1} – m_B·υ_{B,1} ⇒ – m_A·2 + m_B·3 = m_A·3 – m_B·2 ⇒ 5·m_B = 5·m_A ⇒ m_B = m_A$. **Δ4.** Θα βρούμε τις κινητικές ενέργειες των σωμάτων (τα σώματα κινούνται στην ίδια ευθεία άρα δεν υπάρχει μεταβολή στη βαρυτική δυναμική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων): $K_A = ½·m_A·υ_A^2 ⇒ K_A = ½·m_A·2^2 ⇒ K_A = 2·m_A$. $K_B = ½·m_B·υ_B^2 ⇒ K_B = ½·m_B·3^2 ⇒ K_A = 4,5·m_B$. $K_{A,1} = ½·m_A·υ_{A,1}^2 ⇒ K_A = ½·m_A·3^2 ⇒ K_A = 4,5·m_A$. $K_{B,1} = ½·m_B·υ_{B,1}^2 ⇒ K_{B,1} = ½·m_B·2^2 ⇒ K_{B,1} = 2·m_B$. Η κινητική ενέργεια διατηρείται, άρα η κρούση είναι ελαστική: $K_{ολ,αρχ} = K_{ολ,τελ} ⇒ K_A + K_B = K_{A,1} + K_{B,1} ⇒ 2·m_A + 4,5·m_B = 4,5·m_A + 2·m_B$ που ισχύει δεδομένου ότι $m_B = m_A$. Αφού διατηρείται η κινητική ενέργεια και έχουμε κίνηση σε μία ευθεία, θα διατηρείται και η μηχανική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων.
8 15956	

	Δ$_1$. Αρχή διατήρησης της ορμής: $p_{ολ.αρχ} = p_{ολ.τελ} \Rightarrow m\cdot υ_1 = m\cdot υ_2 + M\cdot υ' \Rightarrow M\cdot υ' = m\cdot υ_1 - m\cdot υ_2 \Rightarrow υ' = m\cdot(υ_1 - υ_2) / M \Rightarrow υ' = 0{,}04\cdot(10 - 2) / 0{,}2 \Rightarrow υ' = 0{,}32 / 0{,}2 \Rightarrow υ' = 1{,}6\ m / s$. $p_M = M\cdot υ' = 0{,}2\cdot 1{,}6 = 0{,}32\ kg\cdot m / s$. **Δ**$_2$. $\Delta p_m = p_{τελ,m} - p_{αρχ,m} = m\cdot υ_2 - m\cdot υ_1 \Rightarrow \Delta p_m = m\cdot(υ_2 - υ_1) \Rightarrow \Delta p_m = 0{,}04\cdot(2 - 10) = -0{,}32\ kg\cdot m / s$. **Δ**$_3$. $\Sigma F_m = \Delta p_m / \Delta t \Rightarrow \Sigma F_m = -0{,}32 / 0{,}1 = -3{,}2\ N$ $\Sigma F_M = \Delta p_M / \Delta t \Rightarrow \Sigma F_M = (p_M - 0) / 0{,}1 = 0{,}32 / 0{,}1 = 3{,}2\ N$. **Δ**$_4$. Η ενέργεια διατηρείται: $K_{αρχ} = K_{τελ} + Q \Rightarrow Q = K_{αρχ} - K_{τελ} \Rightarrow Q = ½\cdot m\cdot υ_1^2 - (½\cdot m\cdot υ_2^2 + ½\cdot M\cdot υ'^2) \Rightarrow Q = ½\cdot 0{,}04\cdot 10^2 - (½\cdot 0{,}04\cdot 2^2 + ½\cdot 0{,}2\cdot 1{,}6^2) \Rightarrow Q = 2 - (0{,}08 + 0{,}256) = 2 - 0{,}336 = 1{,}664$ joule. Ζητείται το ποσοστό: $(Q / K_{αρχ})\cdot 100\% = (1{,}664 / 2)\cdot 100\% = 83{,}2\ \%$.
9 16425	

<table>
<tr><td>10
16008</td><td>

$Δ_1$. Τα καρότσια εκτελούν ευθύγραμμη ομαλή κίνηση (γιατί αγνοούμε τις τριβές) άρα στον ίδιο χρόνο $Δt$ θα έχουν διανύσει τις αποστάσεις $Δx_A$ και $Δx_B$ που φαίνονται στο σχήμα:

$υ_A = Δx_A / Δt = 0{,}45 / Δt$ και $υ_B = Δx_B / Δt = 0{,}9 / Δt$, αρκεί να διαιρέσουμε κατά μέλη:

$υ_A / υ_B = (Δx_A / Δt) / (Δx_B / Δt) \Rightarrow υ_A / υ_B = (0{,}45 / Δt) / (0{,}9 / Δt) \Rightarrow υ_A / υ_B = 0{,}45 / 0{,}9 \Rightarrow υ_A / υ_B = ½$.

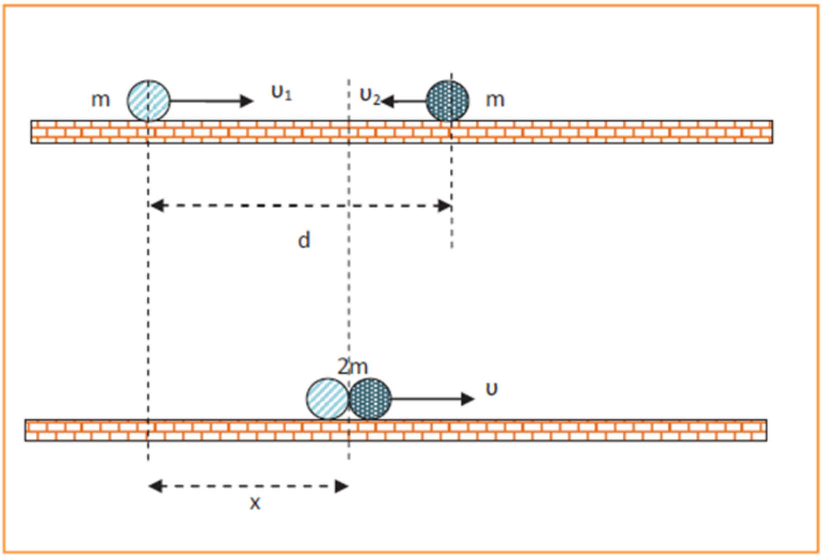
$Δ_2$. Η αρχή διατήρησης της ορμής: $P_{ολ,αρχ} = P_{ολ,τελ} \Rightarrow 0 = m_A \cdot υ_A - m_B \cdot υ_B \Rightarrow m_A \cdot υ_A = m_B \cdot υ_B \Rightarrow m_A / m_B = υ_B / υ_A \Rightarrow m_A / m_B = 2 / 1$.

$Δ_3$. Ο 2ος γενικευμένος νόμος του Newton για το καρότσι A και το καρότσι B:

$F_A = ΔP_A / Δt$ και $F_B = ΔP_B / Δt$, διαιρούμε κατά μέλη $F_A / F_B = (ΔP_A / Δt) / (ΔP_B / Δt) \Rightarrow F_A / F_B = ΔP_A / ΔP_B \Rightarrow F_A / F_B = 0 - m_A \cdot υ_A / 0 - m_B \cdot υ_B \Rightarrow$ $F_A / F_B = m_A \cdot υ_A / m_B \cdot υ_B \Rightarrow F_A / F_B = (m_A / m_B) \cdot (υ_A / υ_B) \Rightarrow F_A / F_B = 2 \cdot ½ \Rightarrow$ $F_A / F_B = 1$.

$Δ_4$. Ο λόγος των κινητικών ενεργειών: $K_A / K_B = ½ \cdot m_A \cdot υ_A^2 / ½ \cdot m_B \cdot υ_B^2 \Rightarrow K_A / K_B = (m_A / m_B) \cdot (υ_A / υ_B)^2 \Rightarrow K_A / K_B = 2 \cdot (½)^2 \Rightarrow K_A / K_B = ½$.

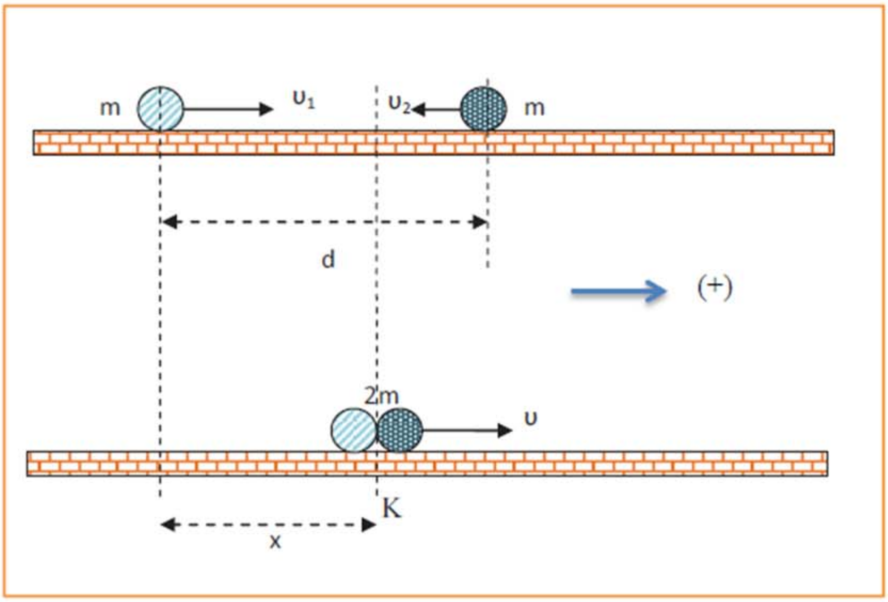
</td></tr>
<tr><td>11
15652</td><td>



Α) Το μέτρο της ορμής της πρώτης σφαίρας θα είναι:
$p_1 = m \cdot υ_1$ άρα $p_1 = 0,2 \cdot 6 = 1,2$ kg·m/s,
επίσης το μέτρο της ορμής της δεύτερης σφαίρας θα είναι:
$p_2 = m \cdot υ_2$ άρα $p_2 = 0,2 \cdot 2 = 0,4$ kg·m/s.

Β) Η κρούση θα συμβεί στο σημείο συνάντησης των δύο σφαιρών έστω στο σημείο Κ, σε απόσταση χ από την 1η σφαίρα, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

</td></tr>
</table>



Η σφαίρα μάζας m με ταχύτητα υ_1 θα μετακινηθεί κατά x εκτελώντας ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και θα ισχύει:

$\upsilon_1 = x / t \quad \Rightarrow \quad x = \upsilon_1 \cdot t \quad (1)$

Η σφαίρα μάζας m με ταχύτητα υ_2 θα μετακινηθεί κατά (d – x) εκτελώντας ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και θα ισχύει:

$\upsilon_2 = d - x / t \quad \Rightarrow \quad d - x = \upsilon_2 \cdot t \quad (2)$

Οι εξισώσεις (1) και (2) αποτελούν σύστημα δυο εξισώσεων με δυο αγνώστους.

Λύνουμε το σύστημα προσθέτοντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2), οπότε προκύπτει:

$d = (\upsilon_1 + \upsilon_2) \cdot t \quad \Rightarrow \quad t = d / (\upsilon_1 + \upsilon_2)$

ή $t = 4 / (6 + 2) \quad \Rightarrow \quad t = 1/2 \text{ s} \quad \Rightarrow \quad t=0,5$ s.

Από την (1) για t=0,5 s προκύπτει: x = 3m.

Γ)

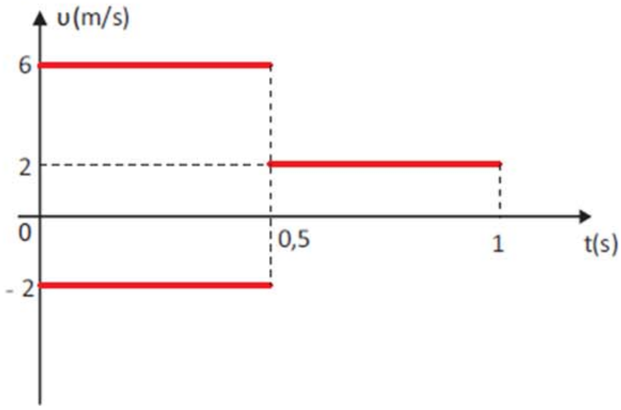
Αφού $\Sigma F_{εξωτερικών} = 0$ ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Ορμής:

$$\vec{p}_{ολ(αρχ)} = \vec{p}_{ολ(τελ)}$$

θεωρώντας θετική φορά την προς τα δεξιά η σχέση αυτή αλγεβρικά γίνεται:

$$m \cdot \upsilon_1 - m \cdot \upsilon_2 = 2m \cdot \upsilon \Rightarrow \upsilon = \frac{\upsilon_1 - \upsilon_2}{2} \Rightarrow \upsilon = 2m / s.$$

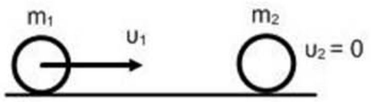
Δ) Από τα προηγούμενα προκύπτει το παρακάτω διάγραμμα υ - t :

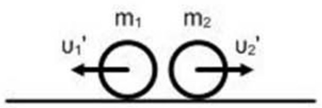


Α.Δ.Ο αλλά και Θ.Μ.Κ.Ε. ή Α.Δ.Μ.Ε.

12
16014

$Δ_1$.





Η αρχή διατήρησης της ορμής:

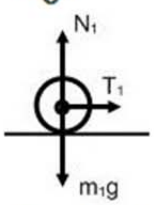
$P_{ολ,αρχ} = P_{ολ,τελ} \Rightarrow m_1 \cdot \upsilon_1 = -m_1 \cdot \upsilon_1' + m_2 \cdot \upsilon_2' \Rightarrow m_1 \cdot (\upsilon_1 + \upsilon_1') = m_2 \cdot \upsilon_2'$
$\Rightarrow m_1 / m_2 = \upsilon_2' / (\upsilon_1 + \upsilon_1') \Rightarrow m_1 / m_2 = 5 / (10 + 5) \Rightarrow m_1 / m_2 = 1 / 3$.

Άρα $m_1 / m_2 = 1 / 3 \Rightarrow m_2 = 3 \cdot m_1$.

$Δ_2$. Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του m_1 σώματος που μεταβιβάστηκε στο m_2:

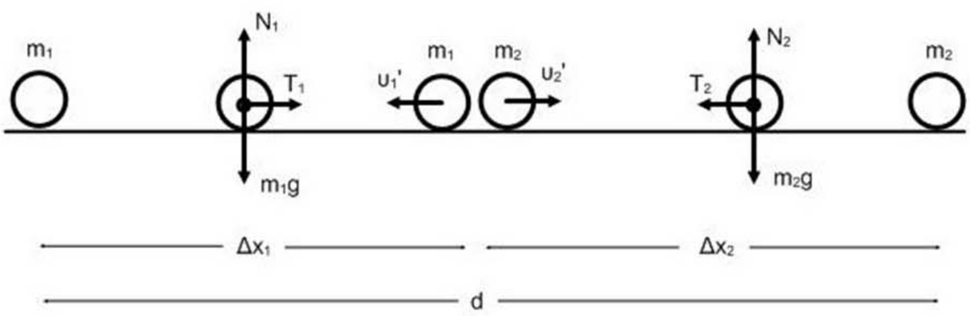
$(ΔK_2 / K_{1,αρχ})\% = ((K_{2,τελ} - K_{2,αρχ}) / K_{1,αρχ}) \cdot 100\% \Rightarrow (ΔK_2 / K_{1,αρχ})\% = ((½ \cdot m_2 \cdot \upsilon_2'^{\,2} - 0) / ½ \cdot m_1 \cdot \upsilon_1^2) \cdot 100\% \Rightarrow (ΔK_2 / K_{1,αρχ})\% = (½ \cdot 3 \cdot m_1 \cdot 5^2 / ½ \cdot m_1 \cdot 10^2) \cdot 100\% \Rightarrow (ΔK_2 / K_{1,αρχ})\% = 75\%$.

$Δ_3$.



Ο ρυθμός που μεταβάλλεται η ορμή του m_1 είναι: $(ΔP / Δt)_1 = ΣF_1 \Rightarrow (ΔP / Δt)_1 = -T_1 \Rightarrow (ΔP / Δt)_1 = -T_1 \Rightarrow (ΔP / Δt)_1 = -μ \cdot N_1 \Rightarrow (ΔP / Δt)_1 = -μ \cdot m_1 \cdot g \Rightarrow (ΔP / Δt)_1 = -0,1 \cdot 0,5 \cdot 10 = -0,5\ N$.

$Δ_4$.



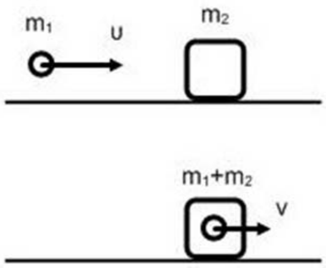
Θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για το m_1 από την αρχική έως την τελική του θέση: $ΔK_1 = W_{T_1} \Rightarrow K_{1,τελ} - K_{1,αρχ} = -T_1 \cdot Δx_1 \Rightarrow 0 - ½ \cdot m_1 \cdot \upsilon_1'^{\,2} = -μ \cdot m_1 \cdot g \cdot Δx_1 \Rightarrow Δx_1 = \upsilon_1'^{\,2} / 2 \cdot μ \cdot g \Rightarrow Δx_1 = 5^2 / 2 \cdot 0,1 \cdot 10 \Rightarrow Δx_1 = 12,5\ m$.

Θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για το m_2 από την αρχική έως την τελική του θέση: $\Delta K_2 = W_{T_2} \Rightarrow K_{2,\tau\varepsilon\lambda} - K_{2,\alpha\rho\chi} = -T_2\cdot\Delta x_2 \Rightarrow 0 - ½\cdot m_2\cdot\upsilon_2'^{\,2} = -\mu\cdot m_2\cdot g\cdot\Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2 = \upsilon_2'^{\,2} / 2\cdot\mu\cdot g \Rightarrow \Delta x_2 = 5^2 / 2\cdot 0,1\cdot 10 \Rightarrow \Delta x_2 = 12,5$ m .

Η απόσταση d των σωμάτων είναι (δείτε το σχήμα): $d = \Delta x_1 + \Delta x_2 \Rightarrow d = 12,5 + 12,5 = 25$ m .

13
16013

Δ_1.



Η αρχή διατήρησης της ορμής: $P_{o\lambda,\alpha\rho\chi} = P_{o\lambda,\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow P_{o\lambda,\tau\varepsilon\lambda} = m_1\cdot\upsilon = 0,1\cdot 160 = 16$ kg·m / s .

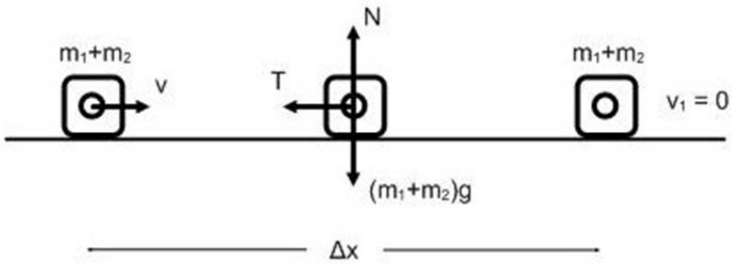
Θα μπορούσε η άσκηση να ζητάει την ταχύτητα του συσσωματώματος: $m_1\cdot\upsilon = (m_1 + m_2)\cdot v \Rightarrow v = m_1\cdot\upsilon / (m_1 + m_2) \Rightarrow v = 0,1\cdot 160 / (0,1 + 1,9) \Rightarrow v = 16 / 2 \Rightarrow v = 8$ m / s .

Δ_2. Η μείωση της κινητικής ενέργειας του βλήματος (όχι του συστήματος των σωμάτων):

$\Delta K = K_{\tau\varepsilon\lambda,1} - K_{\alpha\rho\chi,1} \Rightarrow \Delta K = ½\cdot m_1\cdot v^2 - ½\cdot m_1\cdot\upsilon^2 \Rightarrow \Delta K = ½\cdot m_1\cdot(v^2 - \upsilon^2) \Rightarrow \Delta K = ½\cdot 0,1\cdot(8^2 - 160^2) \Rightarrow \Delta K = -1276,8$ joule . Το μείον εκφράζει την μείωση της κινητικής ενέργειας του βλήματος.

Δ_3. Ο 2ος γενικευμένος νόμος του Newton: $\Sigma F_{\kappa\iota\beta} = (\Delta P / \Delta t)_{\kappa\iota\beta} \Rightarrow \Sigma F_{\kappa\iota\beta} = (P_{\tau\varepsilon\lambda,\kappa\iota\beta} - P_{\alpha\rho\chi,\kappa\iota\beta}) / \Delta t \Rightarrow \Sigma F_{\kappa\iota\beta} = (m_2\cdot v - 0) / \Delta t \Rightarrow \Sigma F_{\kappa\iota\beta} = 1,9\cdot 8 / 2\cdot 10^{-2} \Rightarrow \Sigma F_{\kappa\iota\beta} = 760$ N .

Δ_4.



Η τριβή $T = \mu\cdot N$ και $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - (m_1 + m_2)\cdot g = 0 \Rightarrow N = (m_1 + m_2)\cdot g \Rightarrow N = (0,1 + 1,9)\cdot 10 = 20$ N , άρα $T = \mu\cdot N \Rightarrow T = 0,2\cdot 20 = 4$ N .

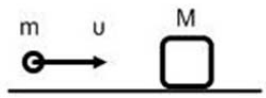
Ο 2ος Newton: $\Sigma F = (m_1 + m_2)\cdot\alpha \Rightarrow T = (m_1 + m_2)\cdot\alpha \Rightarrow \alpha = T / (m_1 + m_2) \Rightarrow \alpha = 4 / 2 = 2\ m/s^2$

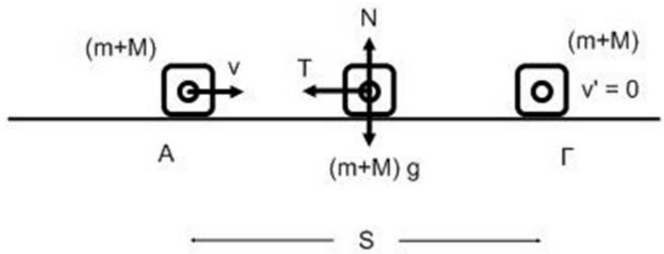
Το συσσωμάτωμα εκτελεί ευθύγραμμα ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση μέχρι που σταματάει, η ταχύτητα του δίνεται: $v_1 = v - \alpha\cdot t_1 \Rightarrow 0 = v - \alpha\cdot t_1 \Rightarrow t_1 = v / \alpha \Rightarrow t_1 = 8 / 2 = 4\ s$.

Το διάστημα δίνεται: $\Delta x = v\cdot t_1 - ½\cdot\alpha\cdot t_1^2 \Rightarrow \Delta x = 8\cdot 4 - ½\cdot 2\cdot 4^2 \Rightarrow \Delta x = 32 - 16 = 16\ m$.

Θα μπορούσαμε επίσης να βρούμε την μετατόπιση Δx με το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας.

14
15993





Δ$_1$. Από την αρχή διατήρησης της ορμής στις θέσεις πριν και μετά την κρούση (δείτε στο σχήμα) έχουμε: $m\cdot u = (m + M)\cdot v \Rightarrow v = m\cdot u / (M + m) = 6\ m/s$.

Δ$_2$. Από το 2ο νόμο του Νεύτωνα για το κιβώτιο M: $\Sigma F = \Delta P / \Delta t \Rightarrow F = (M\cdot v - 0) / \Delta t \Rightarrow F = (M\cdot v - 0) / \Delta t = (M\cdot v - 0) / \Delta t \Rightarrow F = (0{,}97\cdot 6 / 0{,}01) = 582\ N$.

(Επειδή η T είναι εξωτερική δύναμη και κατά τη διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα, δείτε σχολικό βιβλίο σελ. 45).

Δ$_3$. Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος λόγω της κρούσης: $\Delta K_{συστ} = K_{τελ} - K_{αρχ} \Rightarrow \Delta K_{συστ} = ½\cdot(m + M)\cdot v^2 - ½\cdot m\cdot u^2 \Rightarrow \Delta K_{συστ} = ½\cdot(0{,}03 + 0{,}97)\cdot 6^2 - ½\cdot 0{,}03\cdot 200^2 \Rightarrow \Delta K_{συστ} = 18 - 600 = -582$ joule. Το μείον εκφράζει την μείωση της κινητικής ενέργειας του συστήματος, στην εκφώνηση διατυπώνεται σαν απώλεια.

Δ$_4$. Το συσσωμάτωμα εκτελεί ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση μέχρι να σταματήσει άρα ισχύουν:

$S = v\cdot t - ½\cdot|\alpha|\cdot t^2$ …(1) και $0 = v - |\alpha|\cdot t$ …(2). Από τις (1) και (2) με απαλοιφή του χρόνου έχουμε $S = v^2 / 2\cdot|\alpha|$ …(3)

2ος Newton για το συσσωμάτωμα: $\Sigma F = (M+m)\cdot\alpha$, όπου $T = \mu\cdot N$ και $\Sigma F = -T$, συνδυάζοντας τις σχέσεις: $\mu\cdot(M + m)\cdot g = (M + m)\cdot\alpha \Rightarrow \alpha = -\mu\cdot g$ …(4)

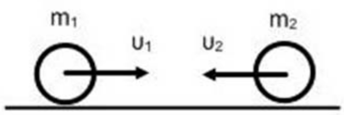
Οπότε αντικαθιστώντας την (4) στην (3) σχέση έχουμε $S = v^2 / (2 \cdot \mu \cdot g) = 36 / 4 = 9$ m.

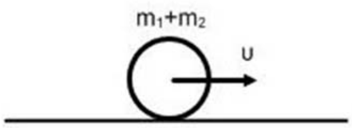
Β' τρόπος

Θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για το συσσωμάτωμα (m + M) μεταξύ των θέσεων Α και Γ του σχήματος: $K_{τελ}' - K_{αρχ}' = W_T \Rightarrow 0 - ½ \cdot (m + M) \cdot v^2 = - T \cdot S \Rightarrow - ½ \cdot (m + M) \cdot v^2 = - \mu \cdot (M + m) \cdot S \Rightarrow S = v^2 / 2 \cdot \mu \cdot g \Rightarrow S = 36 / 4 = 9$ m.

15
16003

Δ$_1$.





Η αρχή διατήρησης της ορμής: $P_{ολ,αρχ} = P_{ολ,τελ} \Rightarrow m_1 \cdot υ_1 - m_2 \cdot υ_2 = (m_1 + m_2) \cdot υ \Rightarrow υ = (m_1 \cdot υ_1 - m_2 \cdot υ_2) / (m_1 + m_2) \Rightarrow υ = (6 \cdot 20 - 4 \cdot 10) / (6 + 4) \Rightarrow υ = 8$ m / s.

Η πλαστική κρούση (ανήκει στις ανελαστικές κρούσεις) οδηγεί στη δημιουργία συσσωματώματος.

Δείτε τα πρόσημα στην αρχή διατήρησης της ορμής, θετική φορά έχουμε πάρει προς τα δεξιά.

Δ$_2$. Η αρχή διατήρησης της ενέργειας: $K_{αρχ} = Q + K_{τελ} \Rightarrow Q = K_{αρχ} - K_{τελ} \Rightarrow Q = (½ \cdot m_1 \cdot υ_1^2 + ½ \cdot m_2 \cdot υ_2^2) - ½ \cdot (m_1 + m_2) \cdot υ^2 \Rightarrow Q = (½ \cdot 6 \cdot 20^2 + ½ \cdot 4 \cdot 10^2) - ½ \cdot (6 + 4) \cdot 8^2 \Rightarrow Q = 1400 - 320 = 1080$ joule. Όπου Q η ενέργεια που δαπανήθηκε για την δημιουργία του συσσωματώματος και η θερμότητα που δόθηκε κατά την δημιουργία αυτή στο περιβάλλον (στη πραγματικότητα περιέχει και άλλες μορφές ενέργειας που δεν σχολιάζονται στη φυσική σε επίπεδο λυκείου)

Ο δημιουργός της άσκησης ζητάει: $ΔΕ = E_{αρχ} - E_{τελ} = K_{αρχ} - K_{τελ}$ γιατί μηχανική ενέργεια σε αυτή την περίπτωση είναι μόνο η κινητική ενέργεια (δεν έχουμε κίνηση κατά τον άξονα y άρα η βαρυτική δυναμική ενέργεια είναι σταθερή και η μεταβολή της μηδέν).

Διατύπωση της αρχής διατήρησης της ενέργειας: Η ενέργεια μετασχηματίζεται και μεταφέρεται, αλλά ούτε δημιουργείται, ούτε καταστρέφεται (αν και διαρκώς υποβαθμίζεται).

Η αρχή διατήρησης της ενέργειας δεν αποδεικνύεται και φυσικά ισχύει σε όλο το σύμπαν.

Δ_3.

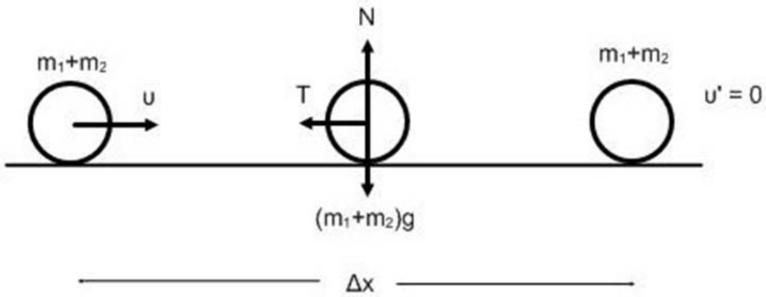
Η δύναμη που ασκείται από το m_1 στο m_2 από τον 2ο γενικευμένο νόμο του Newton: $F_{1,2} = \Delta P_2 / \Delta t \Rightarrow F_{1,2} = (m_2 \cdot \upsilon - (-m_2 \cdot \upsilon_2)) / \Delta t \Rightarrow F_{1,2} = m_2 \cdot (\upsilon + \upsilon_2) / \Delta t \Rightarrow F_{1,2} = 4 \cdot (8 + 10) / 0{,}1 \Rightarrow F_{1,2} = 720\ N$.

Η δύναμη που ασκείται από το m_2 στο m_1 από τον 2ο γενικευμένο νόμο του Newton: $F_{2,1} = \Delta P_1 / \Delta t \Rightarrow F_{2,1} = (m_1 \cdot \upsilon - m_1 \cdot \upsilon_1) / \Delta t \Rightarrow F_{2,1} = m_1 \cdot (\upsilon - \upsilon_1) / \Delta t \Rightarrow F_{2,1} = 6 \cdot (8 - 20) / 0{,}1 \Rightarrow F_{2,1} = -720\ N$.

Το αποτέλεσμα μας είναι λογικό γιατί οι $F_{1,2}$ και η $F_{2,1}$ είναι δυνάμεις δράσης – αντίδρασης.

Δηλαδή: Έστω ένα φτερό που βρίσκεται σε τροχιά γύρω από τον Ήλιο (η υπόθεση έχει αρκετά φυσικά παράδοξα). Ο Ήλιος ασκεί την ίδια δύναμη στο φτερό με αυτή που το φτερό ασκεί στο Ήλιο.! Οι δυνάμεις εμφανίζονται σε ζεύγη δυνάμεων δράσης – αντίδρασης.

Δ_4.



Το συσσωμάτωμα ισορροπεί στον y άξονα: $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - (m_1 + m_2) \cdot g = 0 \Rightarrow N = (m_1 + m_2) \cdot g$.

Θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για το συσσωμάτωμα στις θέσεις (I) και (II) :

$K_{(II)} - K_{(I)} = W_T \Rightarrow 0 - ½ \cdot (m_1 + m_2) \cdot \upsilon^2 = - T \cdot \Delta x \Rightarrow ½ \cdot (m_1 + m_2) \cdot \upsilon^2 = \mu \cdot (m_1 + m_2) \cdot g \cdot \Delta x \Rightarrow \Delta x = \upsilon^2 / (2 \cdot \mu \cdot g) \Rightarrow \Delta x = 8^2 / (2 \cdot 0{,}32 \cdot 10) \Rightarrow \Delta x = 10\ m$.

Το έργο της τριβής μετατρέπει την κινητική ενέργεια του συσσωματώματος σε θερμότητα που μεταφέρεται στο περιβάλλον (κυρίως στο δάπεδο).

16
15971

Δ₁. Το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για το m_1, από την θέση Α στη θέση Β:

$K_{τελ} - K_{αρχ} = W \Rightarrow ½ \cdot m_1 \cdot υ_1{}^2 - 0 = m_1 \cdot g \cdot l \Rightarrow υ_1{}^2 = 2 \cdot g \cdot l \Rightarrow υ_1{}^2 = 2 \cdot 10 \cdot 1{,}25 \Rightarrow υ_1{}^2 = 25 \Rightarrow υ_1 = 5\ m/s$.

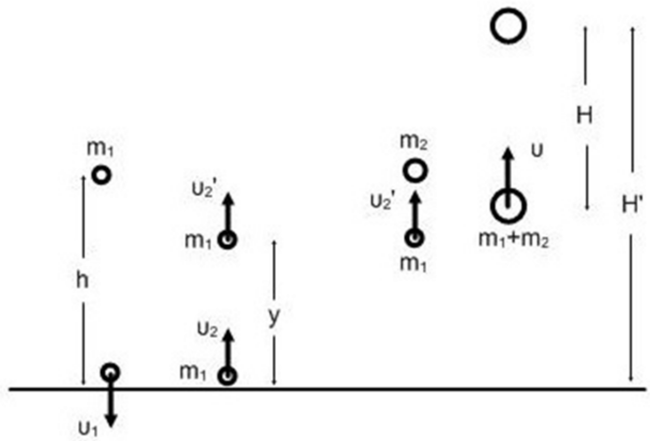
Δ₂. Η κεντρομόλος δύναμη που ασκείται στο m_1 είναι η συνισταμένη των δυνάμεων: $ΣF = m_1 \cdot υ_1{}^2 / l \Rightarrow T - m_1 \cdot g = m_1 \cdot υ_1{}^2 / l \Rightarrow T = m_1 \cdot υ_1{}^2 / l + m_1 \cdot g \Rightarrow T = 2 \cdot 25 / 1{,}25 + 2 \cdot 10 \Rightarrow T = 40 + 20 = 60\ N$.

Δ₃. Η αρχή διατήρησης της ορμής: $p_{ολ,αρχ} = p_{ολ,τελ} \Rightarrow m_2 \cdot υ_2 - m_1 \cdot υ_1 = (m_1 + m_2) \cdot v \Rightarrow υ_2 = ((m_1 + m_2) \cdot v + m_1 \cdot υ_1) / m_2 \Rightarrow υ_2 = (5 \cdot 4 + 2 \cdot 5) / 3 \Rightarrow υ_2 = 10\ m/s$.

Δ₄. Η θερμική ενέργεια κατά την κρούση Q, υπολογίζεται από την αρχή διατήρησης της ενέργειας:

$K_{αρχ} = Q + K_{τελ} \Rightarrow Q = K_{αρχ} - K_{τελ} \Rightarrow Q = ½ \cdot m_2 \cdot υ_2{}^2 + ½ \cdot m_1 \cdot υ_1{}^2 - ½ \cdot (m_1 + m_2) \cdot v^2 \Rightarrow Q = ½ \cdot 3 \cdot 10^2 + ½ \cdot 2 \cdot 5^2 - ½ \cdot 5 \cdot 4^2 \Rightarrow Q = 150 + 25 - 40 \Rightarrow Q = 135$ joule.

17
15969



Δ₁. Κατά την ελεύθερη πτώση του σώματος m_1 από ύψος $h = ½ \cdot g \cdot t_1{}^2 \Rightarrow h = ½ \cdot 10 \cdot 3^2 \Rightarrow h = 45\ m$, η ταχύτητα $υ_1 = g \cdot t_1 \Rightarrow υ_1 = 10 \cdot 3 \Rightarrow υ_1 = 30\ m/s$.

Άλλος δρόμος για την λύση είναι ο ενεργειακός: με την αρχή διατήρησης μηχανικής ενέργειας ή το θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας που εφαρμόσαμε στο Δ3.

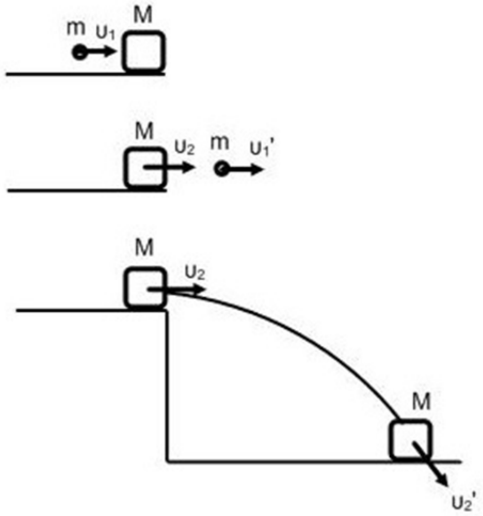
Δ₂. Η συνισταμένη δύναμη $ΣF = Δp_1 / Δt \Rightarrow ΣF = (m_1 \cdot υ_2 - (-m_1 \cdot υ_1)) / Δt \Rightarrow ΣF = (2 \cdot 20 + 2 \cdot 30) / 0{,}1 \Rightarrow ΣF = 1000\ N$.

Δ₃. Θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας: $K_{τελ} - K_{αρχ} = W \Rightarrow ½ \cdot m_1 \cdot υ_2'^2 - ½ \cdot m_1 \cdot υ_2{}^2 = -m_1 \cdot g \cdot y \Rightarrow υ_2'^2 = υ_2{}^2 - 2 \cdot g \cdot y \Rightarrow υ_2'^2 = 20^2 - 2 \cdot 10 \cdot 15 \Rightarrow υ_2'^2 = 400 - 300 \Rightarrow υ_2'^2 = 100 \Rightarrow υ_2' = 10\ m/s$.

Αρχή διατήρησης της ορμής: $p_{ολ,αρχ} = p_{ολ,τελ} \Rightarrow m_1 \cdot υ_2' + 0 = (m_1 + m_2) \cdot υ \Rightarrow υ = m_1 \cdot υ_2' / (m_1 + m_2) \Rightarrow υ = 2 \cdot 10 / 5 \Rightarrow υ = 4 \ m/s$.

Δ$_4$. Το συσσωμάτωμα θα φτάσει στο μέγιστο ύψος άρα $υ' = 0$, το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας είναι: $K_{τελ} - K_{αρχ} = W \Rightarrow ½ \cdot (m_1 + m_2) \cdot υ'^2 - ½ \cdot (m_1 + m_2) \cdot υ^2 = -(m_1 + m_2) \cdot g \cdot H \Rightarrow 0 - ½ \cdot (m_1 + m_2) \cdot υ^2 = -(m_1 + m_2) \cdot g \cdot H \Rightarrow H = υ^2 / 2 \cdot g \Rightarrow H = 16 / 20 \Rightarrow H = 0{,}8 \ m$, το συνολικό ύψος που θα ανέβει το συσσωμάτωμα είναι: $H' = H + y \Rightarrow H' = 0{,}8 + 15 = 15{,}8 \ m$.

18
15974



Δ$_1$. Μια περίπτωση ανελαστικής κρούσης, το βλήμα m περνάει μέσα από το σώμα Μ. Στο πρώτο και δεύτερο σχήμα βλέπουμε τα m και Μ πριν και μετά την κρούση.

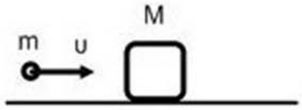
Αρχή διατήρησης της ορμής: $p_{ολ,αρχ} = p_{ολ,τελ} \Rightarrow m \cdot υ_1 = M \cdot υ_2 + m \cdot υ_1' \Rightarrow M \cdot υ_2 = m \cdot υ_1 - m \cdot υ_1' \Rightarrow υ_2 = (m \cdot υ_1 - m \cdot υ_1') / M \Rightarrow υ_2 = (0{,}1 \cdot 200 - 0{,}1 \cdot 100) / 5 \Rightarrow υ_2 = (20 - 10) / 5 \Rightarrow υ_2 = 2 \ m/s$.

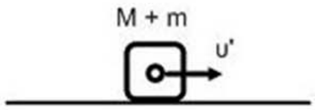
Δ$_2$. Αρχή διατήρησης της ενέργειας: $K_{αρχ} = Q + K_{τελ} \Rightarrow Q = K_{αρχ} - K_{τελ} \Rightarrow Q = ½ \cdot m \cdot υ_1^2 - (½ \cdot m \cdot υ_1'^2 + ½ \cdot M \cdot υ_2^2) \Rightarrow Q = ½ \cdot 0{,}1 \cdot 200^2 - (½ \cdot 0{,}1 \cdot 100^2 + ½ \cdot 5 \cdot 2^2) \Rightarrow Q = 2000 - (500 + 10) \Rightarrow Q = 1490$ joule.

Δ$_3$. Ο 2ος γενικευμένος νόμος του Newton: $ΣF = Δp / Δt \Rightarrow ΣF = (M \cdot υ_2 - 0) / Δt \Rightarrow ΣF = 5 \cdot 2 / 0{,}01 \Rightarrow ΣF = 1000 \ N$.

Δ$_4$. Το σώμα Μ εκτελεί οριζόντια βολή. Μας δίνεται $υ_2' = 2 \cdot υ_2 = 4 \ m/s$.
Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας: $K_{τελ} - K_{αρχ} = W \Rightarrow ½ \cdot M \cdot υ_2'^2 - ½ \cdot M \cdot υ_2^2 = M \cdot g \cdot h \Rightarrow h = (υ_2'^2 - υ_2^2) / 2 \cdot g \Rightarrow h = (4^2 - 2^2) / 2 \cdot 10 \Rightarrow h = (16 - 4) / 20 \Rightarrow h = 12 / 20 = 0{,}6 \ m$.

19
15979





$Δ_1$. Η αρχή διατήρησης της ορμής: $p_{ολ,αρχ} = p_{ολ,τελ} \Rightarrow m\cdot υ = (m + M)\cdot υ' \Rightarrow υ' = m\cdot υ / (m + M) \Rightarrow υ' = 0{,}1\cdot 100 / (0{,}1 + 4{,}9) \Rightarrow υ' = 2$ m / s .

$Δ_2$. Η θερμότητα που απελευθερώθηκε λόγω της κρούσης υπολογίζεται από την αρχή διατήρησης της ενέργειας: $K_{αρχ} = Q + K_{τελ} \Rightarrow Q = K_{αρχ} - K_{τελ} \Rightarrow Q = ½\cdot m\cdot υ^2 - ½\cdot(M + m)\cdot υ'^2 \Rightarrow Q = ½\cdot 0{,}1\cdot 100^2 - ½\cdot 5\cdot 2^2 \Rightarrow Q = 500 - 10 = 490$ joule .

$Δ_3$. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής για τα δύο σώματα είναι:

$Δp_m = p_{τελ,m} - p_{αρχ,m} \Rightarrow Δp_m = m\cdot υ' - m\cdot υ \Rightarrow Δp_m = m\cdot(υ' - υ) \Rightarrow Δp_m = 0{,}1\cdot(2 - 100) \Rightarrow Δp_m = -\,9{,}8$ kg·m / s .

$Δp_M = p_{τελ,M} - p_{αρχ,M} \Rightarrow Δp_M = M\cdot υ' - 0 \Rightarrow Δp_M = M\cdot υ' \Rightarrow Δp_M = 4{,}9\cdot 2 = 9{,}8$ kg·m / s .

$Δ_4$.

Το βλήμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση διανύοντας απόσταση x + d .

$υ' = υ - α\cdot t \Rightarrow t = (υ - υ') / α$ και $Δx = x + d = υ\cdot t - ½\cdot α\cdot t^2$ συνδιάζουμε τις σχέσεις (αντικαθιστούμε το t στο Δx) και τελικά φτάνουμε στη σχέση

$x + d = (υ^2 - υ'^2) / 2\cdot α$ …(1)

και ισχύει $F = m\cdot α$ …(2)

Το σώμα M εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση διανύοντας απόσταση d.

$υ' = α'\cdot t$ και $d = ½\cdot α'\cdot t^2 \Rightarrow d = υ'^2 / 2\,α'$ …(3)

και ισχύει $F' = M\cdot α'$ …(4) . Από τις (2) και (4) => $α' = (m / M)\cdot α$ …(5)

Από τις (1) – (3) και (5) βρίσκουμε $x = (υ^2 - υ'^2) / 2\cdot α - υ'^2 / 2\,α' \Rightarrow$

$x = (m\cdot(υ^2 - υ'^2) - υ'^2\cdot M) / (2\cdot α\cdot m) \Rightarrow α = (m\cdot(υ^2 - υ'^2) - υ'^2\cdot M) / (2\cdot x\cdot m)$.

Επομένως η (2) δίνει $F = m\cdot α = (m\cdot(υ^2 - υ'^2) - υ'^2\cdot M) / (2\cdot x) = 499$N .

Β λύση

Βλήμα: $-F\cdot(d+x) = ½\cdot m\cdot υ'^2 - ½\cdot m\cdot υ^2$

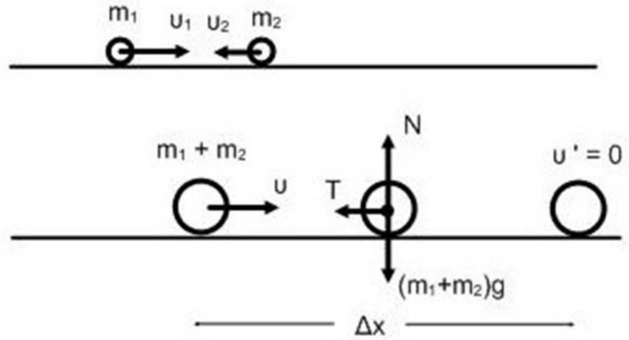
Στόχος: $+F\cdot d = ½\cdot M\cdot υ'^2 - 0$

Με πρόσθεση κατά μέλη:

$-F\cdot x = ½\cdot(M+m)\cdot υ'^2 - ½\cdot m\cdot υ^2 \Rightarrow F = 499\ N$.

20
15948

$Δ_1$.



$p_1 = m_1\cdot υ_1 = 0{,}4\cdot 20 = 8\ kg\cdot m/s$, $p_2 = m_2\cdot υ_2 = 0{,}6\cdot 5 = 3\ kg\cdot m/s$.

$Δ_2$. Αρχή διατήρησης της ορμής: $p_{ολ,αρχ} = p_{ολ,τελ} \Rightarrow m_1\cdot υ_1 - m_2\cdot υ_2 = (m_1 + m_2)\cdot υ \Rightarrow υ = (m_1\cdot υ_1 - m_2\cdot υ_2)/(m_1 + m_2) \Rightarrow υ = (8 - 3)/1 = 5\ m/s$.

$Δ_3$. Στο συσσωμάτωμα $ΣF = T = μ\cdot N = μ\cdot(m_1 + m_2)\cdot g = 0{,}2\cdot(0{,}4 + 0{,}6)\cdot 10 = 2\ N$

Ο 2ος Newton για το συσσωμάτωμα: $ΣF = (m_1 + m_2)\cdot α \Rightarrow α = T/(m_1 + m_2) \Rightarrow α = 2/1 = 2\ m/s^2$.

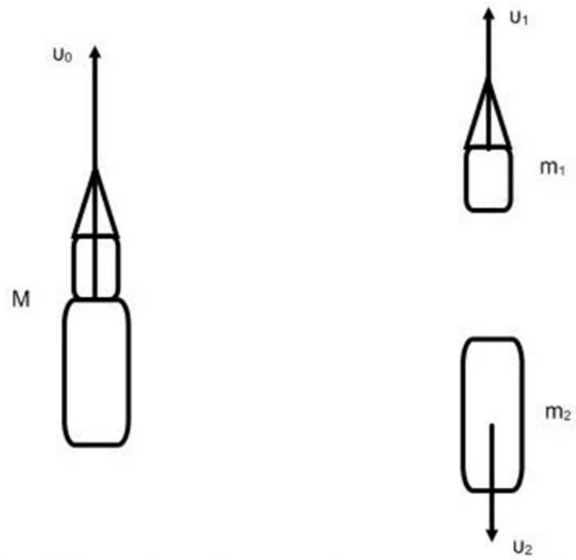
Το συσσωμάτωμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση, άρα $υ' = υ - α\cdot t \Rightarrow 0 = υ - α\cdot t \Rightarrow t = υ/α \Rightarrow t = 5/2 = 2{,}5\ s$.

$Δ_4$. Η αρχή διατήρησης της ενέργειας: $K = Q + K'$, όπου K η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση, Q η θερμική ενέργεια (θερμότητα λόγω της τριβής) και K' η τελική κινητική ενέργεια του συσσωματώματος ($K' = 0$), Άρα $Q = K \Rightarrow Q = ½\cdot(m_1 + m_2)\cdot υ^2 \Rightarrow Q = ½\cdot(1)\cdot 5^2 = 12{,}5$ joule.

Α.Δ.Ο. σε έκρηξη

21
16089

$Δ_1$. Για τις μάζες ισχύει $m_1 = 3\cdot m_2$ και $m_1 + m_2 = M$, άρα $3\cdot m_2 + m_2 = M \Rightarrow 4\cdot m_2 = M \Rightarrow 4\cdot m_2 = 4\cdot 10^4$ άρα $m_2 = 10^4$ kg και $m_1 = 3\cdot 10^4$ kg.



Επειδή ο πύραυλος κινείται σε περιοχή ασήμαντης βαρύτητας, οι μόνες δυνάμεις που αναπτύσσονται είναι οι δυνάμεις κατά την έκρηξη που είναι εσωτερικές, το σύστημα είναι μονωμένο άρα θα ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Ορμής:

$P_{\pi\rho\iota\nu} = P_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Rightarrow M \cdot \upsilon_0 = m_1 \cdot \upsilon_1 + m_2 \cdot \upsilon_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow 4 \cdot 10^4 \cdot 200 = 3 \cdot 10^4 \cdot 400 + 10^4 \cdot \upsilon_2 \Rightarrow 800 = 1200 + \upsilon_2 \Rightarrow \upsilon_2 = -400 \text{ m/s}$.

Το (-) δείχνει ότι το δεύτερο κομμάτι του δορυφόρου θα κινηθεί με ταχύτητα αντίθετης φοράς της αρχικής.

Δ₂. Η μεταβολή της ορμής του m_1 κομματιού: $\Delta P_1 = P_{1,\tau\varepsilon\lambda} - P_{1,\alpha\rho\chi} \Rightarrow \Delta P_1 = m_1 \cdot \upsilon_1 - m_1 \cdot \upsilon_0 \Rightarrow \Delta P_1 = m_1 \cdot (\upsilon_1 - \upsilon_0) \Rightarrow \Delta P_1 = 3 \cdot 10^4 \cdot (400 - 200) \Rightarrow \Delta P_1 = 600 \cdot 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$.

Η μεταβολή της ορμής του m_1 κομματιού: $\Delta P_2 = P_{2,\tau\varepsilon\lambda} - P_{2,\alpha\rho\chi} \Rightarrow \Delta P_2 = m_2 \cdot \upsilon_2 - m_2 \cdot \upsilon_0 \Rightarrow \Delta P_2 = m_2 \cdot (\upsilon_2 - \upsilon_0) \Rightarrow \Delta P_2 = 10^4 \cdot (-400 - 200) \Rightarrow \Delta P_2 = -600 \cdot 10^4 \text{ kg.m/s}$.

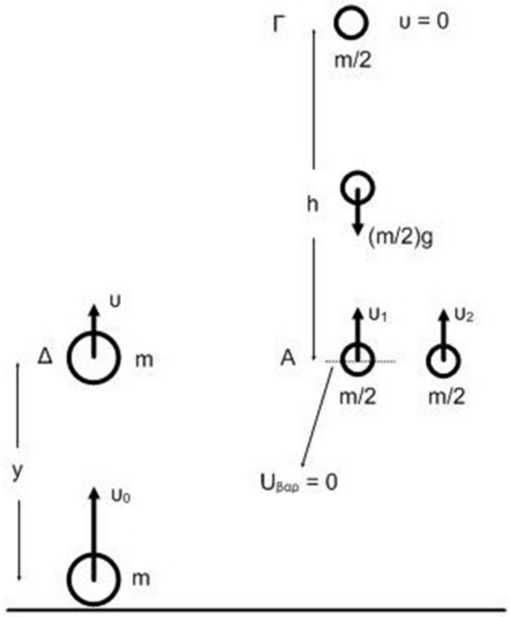
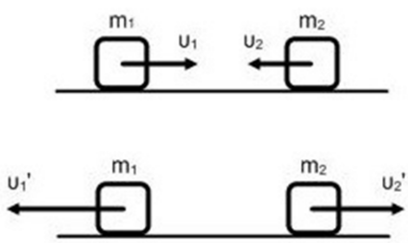
Παρατηρούμε ότι οι μεταβολές της ορμής των δύο σωμάτων είναι αντίθετες, πράγμα που είναι αναμενόμενο λόγω της διατήρησης ορμής του συστήματος.

Δ₃. Η ολική αρχική κινητική ενέργεια του συστήματος: $K_{o\lambda,\alpha\rho\chi} = ½ \cdot M \cdot \upsilon_0^2 \Rightarrow K_{o\lambda,\alpha\rho\chi} = ½ \cdot 4 \cdot 10^4 \cdot 200^2 \Rightarrow K_{o\lambda,\alpha\rho\chi} = 8 \cdot 10^8 \text{ joule}$.

Η ολική τελική κινητική ενέργεια του συστήματος: $K_{o\lambda,\tau\varepsilon\lambda} = ½ \cdot m_1 \cdot \upsilon_1^2 + ½ \cdot m_2 \cdot \upsilon_2^2 \Rightarrow K_{o\lambda,\tau\varepsilon\lambda} = ½ \cdot 3 \cdot 10^4 \cdot 400^2 + ½ \cdot 10^4 \cdot 400^2 \Rightarrow K_{o\lambda,\tau\varepsilon\lambda} = 32 \cdot 10^8 \text{ joule}$.

Επομένως η ενέργεια που ελευθερώθηκε λόγω έκρηξης E θα είναι:

$E = K_{o\lambda,\tau\varepsilon\lambda} - K_{o\lambda,\alpha\rho\chi} \Rightarrow E = 32 \cdot 10^8 - 8 \cdot 10^8 \Rightarrow E = 24 \cdot 10^8 \text{ joule}$.

	$Δ_4$. Από τον 2ο γενικευμένο νόμο του Newton: $ΣF = ΔP / Δt \Rightarrow ΣF = 600 \cdot 10^4 / 2 \cdot 10^{-1} \Rightarrow ΣF = 3 \cdot 10^7$ N.
22 16092	**$Δ_1$.**  Το βλήμα εκτελεί κατακόρυφη βολή προς τα πάνω: $υ = υ_0 - g \cdot t \Rightarrow υ = 100 - 10 \cdot 2 \Rightarrow υ = 80$ m / s. **$Δ_2$**. Θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος m από την θέση Α στη θέση Γ (ή πιο σύντομα γράφουμε Θ.Μ.Κ.Ε. για το m: Α → Γ) : $K_{τελ,m} - K_{αρχ,m} = W_{ΣF}$ όπου $K_{τελ,m}$: είναι η τελική κινητική ενέργεια του σώματος m στη θέση Γ (θέση όπου η ταχύτητα είναι μηδέν, γιατί το σώμα ανέβηκε στο μέγιστο ύψος), $K_{αρχ,m}$: είναι η αρχική κινητική ενέργεια του σώματος m στη θέση Α (θέση, όπου η ταχύτητα $υ_1$ που ψάχνουμε), $K_{τελ,m} - K_{αρχ,m} = W_w \Rightarrow$ Το έργο του βάρους είναι το έργο της μόνης δύναμης που επιδρά στο σώμα (η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα).
23 15980	**$Δ_1$**. Το σχήμα της άσκησης: 

Ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής: $p_{ολ,αρχ} = p_{ολ,τελ} \Rightarrow m_1 \cdot υ_1 - m_2 \cdot υ_2 = m_2 \cdot υ_2' - m_1 \cdot υ_1' \Rightarrow m_2 \cdot υ_2' = m_1 \cdot υ_1 - m_2 \cdot υ_2 + m_1 \cdot υ_1' \Rightarrow υ_2' = (m_1 \cdot (υ_1 + υ_1') - m_2 \cdot υ_2) / m_2 \Rightarrow υ_2' = (1 \cdot (8 + 4) - 2 \cdot 3) / 2 \Rightarrow υ_2' = 3\ m/s$.

Δ$_2$. Η μεταβολή της ορμής για το m_1 : $Δp_1 = p_1' - p_1 \Rightarrow Δp_1 = -m_1 \cdot υ_1' - m_1 \cdot υ_1 \Rightarrow Δp_1 = m_1 \cdot (-υ_1' - υ_1) \Rightarrow Δp_1 = 1 \cdot (-8 - 4) = -12\ kg \cdot m/s$.
Η μεταβολή της ορμής για το m_2 : $Δp_2 = p_2' - p_2 \Rightarrow Δp_2 = m_2 \cdot υ_2' - (-m_2 \cdot υ_2) \Rightarrow Δp_2 = m_2 \cdot (υ_2' + υ_2) \Rightarrow Δp_2 = 2 \cdot (3 + 3) = +12\ kg \cdot m/s$. Λογικό αποτέλεσμα γιατί ισχύει $Δp_1 = -Δp_2$.

Δ$_3$. Ο 2ος γενικευμένος νόμος του Newton : $ΣF_1 = Δp_1 / Δt \Rightarrow ΣF_1 = -12 / 0{,}01 = -1200\ N$.
Ο 2ος γενικευμένος νόμος του Newton : $ΣF_2 = Δp_2 / Δt \Rightarrow ΣF_2 = +12 / 0{,}01 = +1200\ N$. Λογικό γιατί ισχύει $ΣF_1 = -ΣF_2$ (δυνάμεις δράσης – αντίδρασης).

Δ$_4$. Ισχύει η αρχή διατήρησης της ενέργειας: $K_{αρχ} = Q + K_{τελ} \Rightarrow Q = K_{αρχ} - K_{τελ} \Rightarrow Q = (½ \cdot m_1 \cdot υ_1^2 + ½ \cdot m_2 \cdot υ_2^2) - (½ \cdot m_1 \cdot υ_1'^2 + ½ \cdot m_2 \cdot υ_2'^2) \Rightarrow Q = (½ \cdot 1 \cdot 4^2 + ½ \cdot 2 \cdot 3^2) - (½ \cdot 1 \cdot 8^2 + ½ \cdot 2 \cdot 3^2) \Rightarrow Q = (8 + 9) - (32 + 9) \Rightarrow Q = 17 - 41 = -24$ joule.
Παρατηρούμε ότι $K_{αρχ} < K_{τελ}$ άρα ποσότητα εκρηκτικών έχει εκραγεί.