ΝΟΜΟΙ ΑΕΡΙΩΝ - ΘΕΜΑΤΑ Δ
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

1
16099

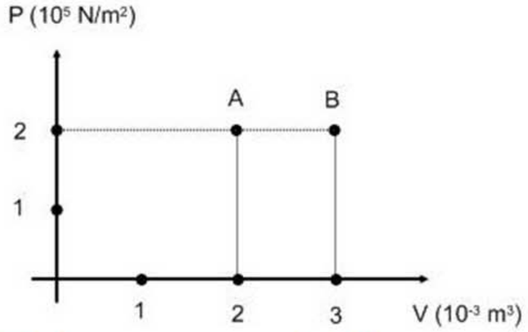
$Δ_1$. Μετατρέπουμε τις θερμοκρασίες κελσίου σε απόλυτες θερμοκρασίες:

$T_1 = θ_1 + 273 \Rightarrow T_1 = 20 + 273 = 293$ K

Δίνεται $T_2 = T_1 + (50 / 100) \cdot T_1 \Rightarrow T_2 = 1{,}5 \cdot T_1 \Rightarrow T_2 = 1{,}5 \cdot 293 = 439{,}5$ K.

Α → Β ισοβαρής θέρμανση $(P_1 = P_1)$: $V_1 / T_1 = V_2 / T_2 \Rightarrow V_2 = V_1 \cdot (T_2 / T_1) \Rightarrow V_2 = 2 \cdot 10^{-3} \cdot (1{,}5 \cdot T_1 / T_1) \Rightarrow V_2 = 3 \cdot 10^{-3}\ m^3$.

$Δ_2$. Το P – V διάγραμμα είναι:



Το έργο είναι το εμβαδό στο P – V διάγραμμα: W = εμβαδό στο P – V = $(3 - 2) \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^5 = 200$ joule.

$Δ_3$. Η μέση κινητική ενέργεια: $K = (3 / 2) \cdot k \cdot T$

Θα υπολογίσουμε το ποσοστό μείωσης της μέσης κινητικής ενέργειας :

$(ΔK / K_1)\ \% = ((K_2 - K_1) / K_1) \cdot 100\% \Rightarrow (ΔK / K_1)\ \% = ((T_2 - T_1) / T_1) \cdot 100\% \Rightarrow (ΔK / K_1)\ \% = (1{,}5 \cdot T_1) / T_1) \cdot 100\% \Rightarrow (ΔK / K_1)\ \% = 50\%$.

$Δ_4$. Δίνεται το $Δθ = 150$ °C άρα $ΔT = 150$ K

(Ας το αποδείξουμε: $ΔT = T_{τελ} - T_{αρχ} \Rightarrow ΔT = (273 + θ_{τελ}) - (273 + θ_{αρχ}) \Rightarrow ΔT = θ_{τελ} - θ_{αρχ} \Rightarrow ΔT = Δθ$)

$ΔP = 40\% \cdot P_{αρχ} \Rightarrow ΔP = (40 / 100) \cdot P_{αρχ} \Rightarrow P_{τελ} - P_{αρχ} = 0{,}4 \cdot P_{αρχ} \Rightarrow P_{τελ} = 1{,}4 \cdot P_{αρχ}$.

Η μεταβολή είναι ισόχωρη :

$P_{τελ} / T_{τελ} = P_{αρχ} / T_{αρχ} \Rightarrow T_{τελ} = T_{αρχ} \cdot (P_{τελ} / P_{αρχ}) \Rightarrow T_{τελ} = T_{αρχ} \cdot (1{,}4 \cdot P_{αρχ} / P_{αρχ}) \Rightarrow T_{τελ} = 1{,}4 \cdot T_{αρχ}$.

$ΔT = T_{τελ} - T_{αρχ} \Rightarrow ΔT = 1{,}4 \cdot T_{αρχ} - T_{αρχ} \Rightarrow ΔT = 0{,}4 \cdot T_{αρχ} \Rightarrow T_{αρχ} = ΔT / 0{,}4 \Rightarrow T_{αρχ} = 150 / 0{,}4 \Rightarrow T_{αρχ} = 375$ K

Ισχύει $T_{αρχ} = θ_{αρχ} + 273 \Rightarrow θ_{αρχ} = T_{αρχ} - 273 \Rightarrow θ_{αρχ} = 375 - 273 = 102$ °C.

Ισχύει $T_{τελ} = θ_{τελ} + 273 \Rightarrow θ_{τελ} = T_{τελ} - 273 \Rightarrow θ_{τελ} = 525 - 273 = 252$ °C.

2
16017

Δ_1. Θα μπορούσαμε να κάνουμε το ποιοτικό διάγραμμα, καλύτερα όμως να υπολογίσουμε τα θερμοδυναμικά μεγέθη P, V, T και μετά να κάνουμε το διάγραμμα.

Οι νόμοι των αερίων για τις μεταβολές:

$A \rightarrow B$ ισόχωρη θέρμανση ($V_A = V_B$) : $P_A / T_A = P_B / T_B \Rightarrow T_B = T_A \cdot P_B / P_A \Rightarrow T_B = T_A \cdot 2 \cdot P_A / P_A \Rightarrow T_B = 2 \cdot T_A$.

$B \rightarrow \Gamma$ ισόθερμη εκτόνωση ($T_B = T_\Gamma$) : $P_B \cdot V_B = P_\Gamma \cdot V_\Gamma \ldots$(I)

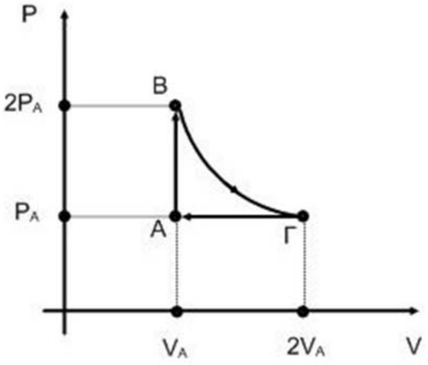
$\Gamma \rightarrow A$ ισοβαρής συμπίεση ($P_\Gamma = P_A$) : $V_\Gamma / T_\Gamma = V_A / T_A \ldots$(II)

Από την σχέση (I): $P_B \cdot V_B = P_\Gamma \cdot V_\Gamma \Rightarrow V_\Gamma = P_B \cdot V_B / P_\Gamma \Rightarrow V_\Gamma = 2 \cdot P_A \cdot V_A / P_A \Rightarrow V_\Gamma = 2 \cdot V_A$.

Μπορούμε να δημιουργήσουμε ένα πίνακα:

	A	B	Γ
P	P_A	$2 \cdot P_A$	P_A
V	V_A	V_A	$2 \cdot V_A$
T	T_A	$2 \cdot T_A$	$2 \cdot T_A$

Με την βοήθεια του παραπάνω πίνακα κάνουμε το διάγραμμα P – V:



Δ_2. Το έργο στη ισοβαρή συμπίεση $W_{\Gamma A} = P_\Gamma \cdot (V_A - V_\Gamma) \Rightarrow W_{\Gamma A} = P_A \cdot (V_A - 2 \cdot V_A) \Rightarrow W_{\Gamma A} = - P_A \cdot V_A \Rightarrow P_A \cdot V_A = -(-400)$ joule.

Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας $\Delta U_{AB} = n \cdot C_v \cdot \Delta T_{AB} \Rightarrow \Delta U_{AB} = n \cdot (3 \cdot R / 2) \cdot (T_B - T_A) \Rightarrow \Delta U_{AB} = (3/2) \cdot (P_B \cdot V_B - P_A \cdot V_A) \Rightarrow \Delta U_{AB} = (3/2) \cdot (2 \cdot P_A \cdot V_A - P_A \cdot V_A) \Rightarrow \Delta U_{AB} = 3 \cdot P_A \cdot V_A / 2 = 600$ joule.

Δ_3. Το έργο στην ισόθερμη εκτόνωση: $W_{B\Gamma} = n \cdot R \cdot T_B \cdot \ln (V_\Gamma / V_B) \Rightarrow W_{B\Gamma} = 2 \cdot n \cdot R \cdot T_A$

$\cdot \ln(2\cdot V_A / V_A) \Rightarrow W_{B\Gamma} = 2\cdot P_A\cdot V_A\cdot \ln 2 \Rightarrow W_{B\Gamma} = 2\cdot 400\cdot 0{,}7 \Rightarrow W_{B\Gamma} = 560$ joule.

Δ4. $Q_{AB} = n\cdot C_v\cdot \Delta T_{AB} \Rightarrow Q_{AB} = n\cdot(3\cdot R/2)\cdot(T_B - T_A) \Rightarrow Q_{AB} = (3/2)\cdot(P_B\cdot V_B - P_A\cdot V_A) \Rightarrow Q_{AB} = (3/2)\cdot(2\cdot P_A\cdot V_A - P_A\cdot V_A) \Rightarrow Q_{AB} = 3\cdot P_A\cdot V_A/2 \Rightarrow Q_{AB} = 600$ joule.

1ος θερμοδυναμικός νόμος στην ΒΓ: $Q_{B\Gamma} = W_{B\Gamma} + \Delta U_{B\Gamma} \Rightarrow Q_{B\Gamma} = W_{B\Gamma} = 560$ joule. Ισχύει $\Delta U_{B\Gamma} = 0$.

Η θερμότητα $Q_h = Q_{AB} + Q_{B\Gamma} \Rightarrow Q_h = 600 + 560 = 1160$ joule.

$C_p = C_v + R \Rightarrow C_p = 5\cdot R/2$.

$|Q_c| = |Q_{\Gamma A}| \Rightarrow |Q_c| = |n\cdot C_p\cdot \Delta T_{\Gamma A}| \Rightarrow |Q_c| = |n\cdot(5\cdot R/2)\cdot(T_A - T_\Gamma)| \Rightarrow |Q_c| = |(5/2)\cdot(P_A\cdot V_A - P_\Gamma\cdot V_\Gamma)| \Rightarrow |Q_c| = |(5/2)\cdot(P_A\cdot V_A - 2\cdot P_A\cdot V_A)| \Rightarrow |Q_c| = 5\cdot P_A\cdot V_A/2 \Rightarrow |Q_c| = 1000$ joule.

$e = 1 - (|Q_c| / Q_h) \Rightarrow e = 1 - (1000/1160) \Rightarrow e = 1 - 0{,}86 \Rightarrow e = 0{,}14$.

3
16012

Δ1. Οι νόμοι των ιδανικών αερίων:

$A \rightarrow B$ ισόθερμη εκτόνωση ($T_A = T_B$): $P_A\cdot V_A = P_B\cdot V_B \Rightarrow P_B = P_A\cdot V_A / V_B \Rightarrow P_B = P_0\cdot V_0 / 2\cdot V_0 \Rightarrow P_B = P_0/2 \Rightarrow P_B = 10^5/2\ N/m^2$.

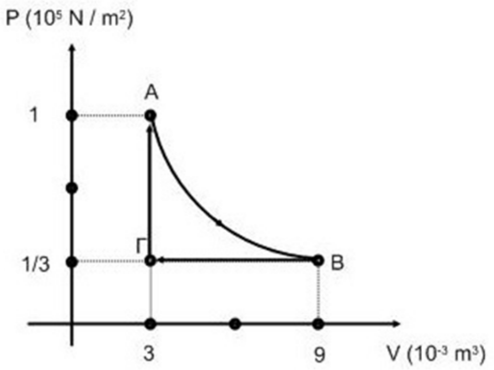
$B \rightarrow \Gamma$ ισοβαρής συμπίεση ($P_B = P_\Gamma$): $V_B/T_B = V_\Gamma/T_\Gamma \Rightarrow 3\cdot V_0/T_A = V_0/T_\Gamma \Rightarrow T_\Gamma = T_A/3 \Rightarrow T_\Gamma = 300/3 \Rightarrow T_\Gamma = 100$ K.

$\Gamma \rightarrow A$ ισόχωρη θέρμανση ($V_\Gamma = V_A$): $P_\Gamma/T_\Gamma = P_A/T_A$.

Με τις τιμές που υπολογίσαμε σχηματίζουμε τον παρακάτω πίνακα:

	A	B	Γ
P	10^5	$1/3\cdot 10^5$	$1/3\cdot 10^5$
V	$3\cdot 10^{-3}$	$9\cdot 10^{-3}$	$3\cdot 10^{-3}$
T	300	300	100

Με τις τιμές του πίνακα παίρνουμε το παρακάτω P – V διάγραμμα:



$Δ_2$. Το ποσό της θερμότητας που απορροφά το αέριο από το περιβάλλον του:

$Q_{απορ} = Q_{ΓΑ} + Q_{ΑΒ}$.

1ος Θερμοδυναμικός νόμος Γ → Α: $Q_{ΓΑ} = W_{ΓΑ} + ΔU_{ΓΑ} \Rightarrow Q_{ΓΑ} = ΔU_{ΓΑ} \Rightarrow Q_{ΓΑ} = (3 / 2)\cdot n\cdot R\cdot ΔT_{ΓΑ} \Rightarrow Q_{ΓΑ} = (3 / 2)\cdot n\cdot R\cdot(T_A - T_Γ) \Rightarrow Q_{ΓΑ} = (3 / 2)\cdot(P_A\cdot V_A - P_Γ\cdot V_Γ) \Rightarrow Q_{ΓΑ} = (3 / 2)\cdot(10^5\cdot 3\cdot 10^{-3} - 1/3\cdot 10^5\cdot 3\cdot 10^{-3}) \Rightarrow Q_{ΓΑ} = 300$ joule .

1ος Θερμοδυναμικός νόμος Α → Β: $Q_{AB} = W_{AB} + ΔU_{AB} \Rightarrow Q_{AB} = W_{AB} \Rightarrow Q_{AB} = n\cdot R\cdot T_A\cdot \ln(V_B / V_A) \Rightarrow Q_{AB} = P_A\cdot V_A\cdot \ln(V_B / V_A) \Rightarrow Q_{AB} = 10^5\cdot 3\cdot 10^{-3}\cdot \ln(9\cdot 10^{-3} / 3\cdot 10^{-3}) \Rightarrow Q_{AB} = 300\cdot \ln 3 \Rightarrow Q_{AB} = 303$ joule .

$Q_{απορ} = Q_{ΓΑ} + Q_{ΑΒ} \Rightarrow Q_{απορ} = 300 + 303 = 603$ joule .

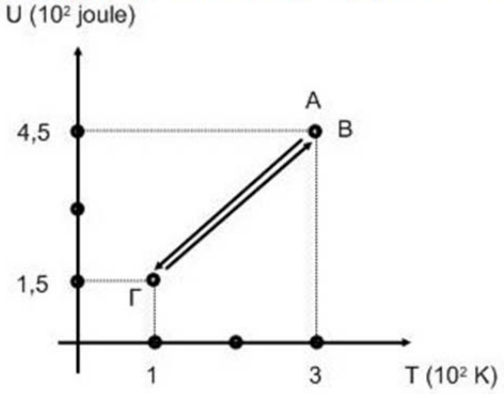
$Δ_3$. Πρέπει να υπολογίσουμε την εσωτερική ενέργεια U για την κάθε κατάσταση ισορροπίας Α, Β, Γ:

$U_A = (3 / 2)\cdot n\cdot R\cdot T_A \Rightarrow U_A = (3 / 2)\cdot P_A\cdot V_A \Rightarrow U_A = (3 / 2)\cdot 10^5\cdot 3\cdot 10^{-3} \Rightarrow U_A = 450$ joule .

$U_B = (3 / 2)\cdot n\cdot R\cdot T_B \Rightarrow U_B = (3 / 2)\cdot P_B\cdot V_B \Rightarrow U_B = (3 / 2)\cdot 1/3\cdot 10^5\cdot 9\cdot 10^{-3} \Rightarrow U_B = 450$ joule .

$U_Γ = (3 / 2)\cdot n\cdot R\cdot T_Γ \Rightarrow U_Γ = (3 / 2)\cdot P_Γ\cdot V_Γ \Rightarrow U_Γ = (3 / 2)\cdot 1/3\cdot 10^5\cdot 3\cdot 10^{-3} \Rightarrow U_Γ = 150$ joule .

Το ζητούμενο διάγραμμα U – T :



4
16009

$Δ_1$. Οι μεταβολές:

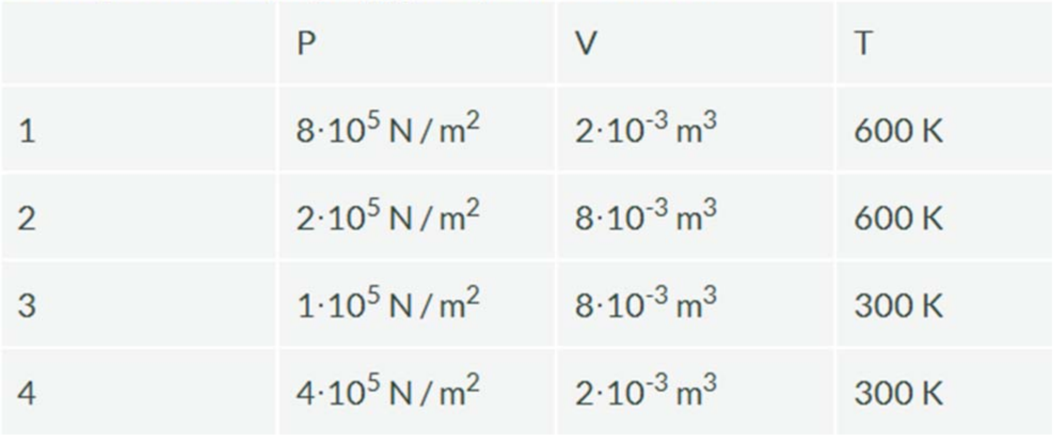
1 → 2 ισόθερμη εκτόνωση $(T_1 = T_2) : P_1\cdot V_1 = P_2\cdot V_2 \Rightarrow P_2 = P_1\cdot V_1 / V_2 \Rightarrow P_2 = 8\cdot 10^5\cdot 2\cdot 10^{-3} / 8\cdot 10^{-3} \Rightarrow P_2 = 2\cdot 10^5 \, N / m^2$.

2 → 3 ισόχωρη ψύξη $(V_2 = V_3) : P_2 / T_2 = P_3 / T_3 \Rightarrow P_3 = P_2\cdot T_3 / T_2 \Rightarrow P_3 = 2\cdot 10^5\cdot 300 / 600 \Rightarrow P_2 = P_1 / 2 = 1\cdot 10^5 \, N / m^2$.

3 → 4 ισόθερμη συμπίεση $(T_3 = T_4) : P_3\cdot V_3 = P_4\cdot V_4 \Rightarrow P_4 = P_3\cdot V_3 / V_4 \Rightarrow P_4 = 1\cdot 10^5\cdot 8\cdot 10^{-3} / 2\cdot 10^{-3} \Rightarrow P_4 = 4\cdot 10^5 \, N / m^2$.

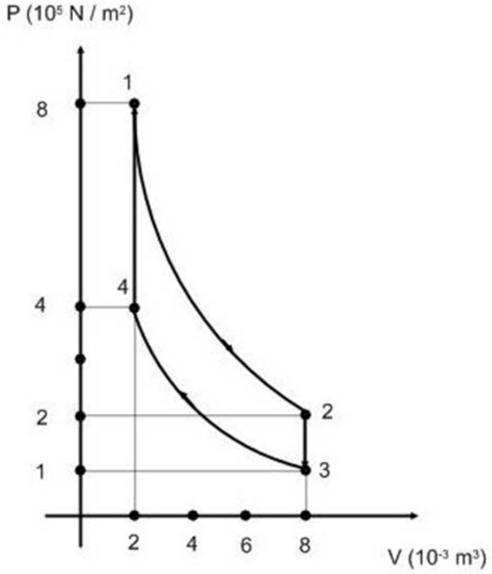
4 → 1 ισόχωρη θέρμανση $((V_4 = V_1) : P_4 / T_4 = P_1 / T_1$.

Οι παραπάνω τιμές, σχηματίζουν το πίνακα:



	P	V	T
1	$8 \cdot 10^5\ N / m^2$	$2 \cdot 10^{-3}\ m^3$	600 K
2	$2 \cdot 10^5\ N / m^2$	$8 \cdot 10^{-3}\ m^3$	600 K
3	$1 \cdot 10^5\ N / m^2$	$8 \cdot 10^{-3}\ m^3$	300 K
4	$4 \cdot 10^5\ N / m^2$	$2 \cdot 10^{-3}\ m^3$	300 K

$Δ_2$. Από τις τιμές του πίνακα, το P – V διάγραμμα:



$Δ_3$. Η 4 → 1 είναι ισόχωρη θέρμανση, άρα $Q_{41} = n \cdot C_V \cdot ΔT_{41} \Rightarrow Q_{41} = n \cdot (3 \cdot R / 2) \cdot (T_1 - T_4) \Rightarrow Q_{41} = (3/2) \cdot (P_1 \cdot V_1 - P_4 \cdot V_4) \Rightarrow Q_{41} = (3/2) \cdot (8 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3} - 4 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3}) \Rightarrow Q_{41} = 1200$ joule.

$Δ_4$. Η απόδοση της μηχανής Carnot: $e_c = 1 - (T_c / T_h) \Rightarrow e_c = 1 - (T_3 / T_1) \Rightarrow e_c = 1 - (300 / 600) \Rightarrow e_c = ½$.

Η απόδοση της μηχανής Carnot είναι η μεγαλύτερη δυνατή απόδοση κάθε θερμικής μηχανής, άρα η απόδοση της μηχανής Μ είναι μικρότερη από την απόδοση της μηχανής Carnot.

5
15996

$Δ_1$. Οι μεταβολές:

Α → Β: ισόθερμη συμπίεση ($T_A = T_B$) : $P_A \cdot V_A = P_B \cdot V_B \Rightarrow V_B = V_A \cdot P_A / P_B \Rightarrow V_B = 4 \cdot 10^{-3} \cdot 10^5 / 2 \cdot 10^5 \Rightarrow V_B = 2 \cdot 10^{-3}\ m^3$.

Β → Γ: ισοβαρής εκτόνωση ή θέρμανση ($P_B = P_Γ$): $V_B / T_B = V_Γ / T_Γ$

	$\Gamma \to A$: ισόχωρη ψύξη ($V_\Gamma = V_A$): $P_\Gamma / T_\Gamma = P_A / T_A \Rightarrow T_\Gamma = T_A \cdot P_\Gamma / P_A \Rightarrow T_\Gamma = 300 \cdot 2 \cdot 10^5 / 10^5 \Rightarrow T_\Gamma = 600$ K. Το έμβολο θα μετακινηθεί προς τα κάτω, έχουμε συμπίεση άρα: $\Delta V = V_A - V_B \Rightarrow \Delta V = 4 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^{-3} \Rightarrow \Delta V = 2 \cdot 10^{-3}\ m^3$. Κυλινδρικό δοχείο: $\Delta V = A \cdot \Delta h \Rightarrow \Delta h = \Delta V / A \Rightarrow \Delta h = 2 \cdot 10^{-3} / 4 \cdot 10^{-3} \Rightarrow \Delta h = ½$ m. **Δ$_2$.** $(υ_{εν,A} / υ_{εν,\Gamma})^2 = (3 \cdot R \cdot T_A / M) / (3 \cdot R \cdot T_\Gamma / M) \Rightarrow (υ_{εν,A} / υ_{εν,\Gamma})^2 = T_A / T_\Gamma \Rightarrow (υ_{εν,A} / υ_{εν,\Gamma})^2 = 300 / 600 = ½ \Rightarrow υ_{εν,A} / υ_{εν,\Gamma} = \sqrt{2} / 2$. **Δ$_3$.** Καταστατική εξίσωση $P_A \cdot V_A = n \cdot R \cdot T_A \Rightarrow n = P_A \cdot V_A / R \cdot T_A \Rightarrow n = 1 \cdot 10^5 \cdot 4 \cdot 10^{-3} / R \cdot 3 \cdot 10^2 \Rightarrow n = 4 / 3 \cdot R$. Η μεταβολή της απόλυτης θερμοκρασίας $\Delta T_{\Gamma A} = T_A - T_\Gamma \Rightarrow \Delta T_{\Gamma A} = 300 - 600 = -300$ joule. Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας: $\Delta U_{\Gamma A} = n \cdot C_v \cdot \Delta T_{\Gamma A} \Rightarrow C_v = \Delta U_{\Gamma A} / n \cdot \Delta T_{\Gamma A} \Rightarrow C_v = -10^3 / (4 / 3 \cdot R) \cdot (-3 \cdot 10^2) \Rightarrow C_v = 10 \cdot R / 4 \Rightarrow C_v = 2{,}5 \cdot R$ Ισχύει: $C_p = C_v + R \Rightarrow C_p = 3{,}5 \cdot C_v$.Το ζητούμενο: $γ = C_p / C_v \Rightarrow γ = 1{,}4$. **Δ$_4$.** Το συνολικό έργο: $W_{ολ} = W_{AB} + W_{B\Gamma} + W_{\Gamma\Delta}$. $W_{AB} = n \cdot R \cdot T_A \cdot \ln(V_B / V_A) \Rightarrow W_{AB} = P_A \cdot V_A \cdot \ln(V_B / V_A) \Rightarrow W_{AB} = 1 \cdot 10^5 \cdot 4 \cdot 10^{-3} \cdot \ln(2 \cdot 10^{-3} / 10^{-3}) \Rightarrow W_{AB} = 4 \cdot 10^2 \cdot \ln 2 \Rightarrow W_{AB} = 280$ joule. $W_{B\Gamma} = P_B \cdot (V_\Gamma - V_B) \Rightarrow W_{B\Gamma} = 2 \cdot 10^5 \cdot (4 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^{-3}) \Rightarrow W_{B\Gamma} = 400$ joule. $W_{\Gamma A} = 0$. Το συνολικό έργο: $W_{ολ} = W_{AB} + W_{B\Gamma} + W_{\Gamma\Delta} \Rightarrow W_{ολ} = 280 + 400 = 680$ joule.
6 **15991**	**Δ$_1$.** Η ΑΒ μεταβολή είναι ισόθερμη εκτόνωση, η ΒΓ ισοβαρής εκτόνωση (ή θέρμανση) , η ΓΔ ισόχωρη θέρμανση και η ΔΑ ισοβαρής συμπίεση (ή ψύξη) . **Δ$_2$.** Οι μεταβολές: $A \to B$ ($T_A = T_B$) : $P_A \cdot V_A = P_B \cdot V_B$. $B \to \Gamma$ ($P_B = P_\Gamma$) : $V_B / T_B = V_\Gamma / T_\Gamma \Rightarrow T_\Gamma = T_B \cdot (V_\Gamma / V_B) \Rightarrow T_\Gamma = 400 \cdot (6 \cdot 10^{-3} / 4 \cdot 10^{-3}) \Rightarrow T_\Gamma = 600$ K. $\Gamma \to \Delta$ ($V_\Gamma = V_\Delta$) : $P_\Gamma / T_\Gamma = P_\Delta / T_\Delta \Rightarrow T_\Delta = T_\Gamma \cdot (P_\Delta / P_\Gamma) \Rightarrow T_\Delta = 600 \cdot (4 \cdot 10^5 / 2 \cdot 10^5) \Rightarrow T_\Delta = 1200$ K. $\Delta \to A$ ($P_\Delta = P_A$) : $V_\Delta / T_\Delta = V_A / T_A$. **Δ$_3$.** Το αέριο απορροφά ενέργεια από το περιβάλλον όταν $Q > 0$, δηλαδή στις μεταβολές ΑΒ και ΒΓ:

1ος Θ.Ν. στην ΑΒ: $Q_{AB} = W_{AB} \Rightarrow Q_{AB} = n{\cdot}R{\cdot}T_A{\cdot}\ln(V_B / V_A) \Rightarrow Q_{AB} = P_A{\cdot}V_A{\cdot}\ln(V_B / V_A) \Rightarrow Q_{AB} = 4{\cdot}10^5{\cdot}2{\cdot}10^{-3}{\cdot}\ln(4{\cdot}10^{-3} / 2{\cdot}10^{-3}) \Rightarrow Q_{AB} = 800{\cdot}\ln 2 = 560$ joule.

$Q_{B\Gamma} = n{\cdot}C_p{\cdot}\Delta T_{B\Gamma} \Rightarrow Q_{B\Gamma} = n{\cdot}(5{\cdot}R / 2){\cdot}(T_\Gamma - T_B) \Rightarrow Q_{B\Gamma} = (5 / 2)(P_\Gamma{\cdot}V_\Gamma - P_B{\cdot}V_B) \Rightarrow Q_{B\Gamma} = (5 / 2){\cdot}(2{\cdot}10^5{\cdot}6{\cdot}10^{-3} - 2{\cdot}10^5{\cdot}4{\cdot}10^{-3}) \Rightarrow Q_{B\Gamma} = 1000$ joule.

$Q_{\Gamma\Delta} = n{\cdot}C_v{\cdot}\Delta T_{\Gamma\Delta} \Rightarrow Q_{\Gamma\Delta} = n{\cdot}(3{\cdot}R / 2){\cdot}(T_\Delta - T_\Gamma) \Rightarrow Q_{\Gamma\Delta} = (3 / 2)(P_\Delta{\cdot}V_\Delta - P_\Gamma{\cdot}V_\Gamma) \Rightarrow Q_{\Gamma\Delta} = (3 / 2)(4{\cdot}10^5{\cdot}6{\cdot}10^{-3} - 2{\cdot}10^5{\cdot}6{\cdot}10^{-3}) \Rightarrow Q_{\Gamma\Delta} = 1800$ joule.

Η θερμότητα που απορροφάται: $Q_{\alpha\pi o\rho} = Q_{AB} + Q_{B\Gamma} + Q_{\Gamma\Delta} = 560 + 1000 + 1800 = 3360$ joule.

Δ$_4$. Το έργο στη ΔΑ μεταβολή: $W_{\Delta A} = P_\Delta{\cdot}(V_A - V_\Delta) \Rightarrow W_{\Delta A} = 4{\cdot}10^5{\cdot}(2{\cdot}10^{-3} - 6{\cdot}10^{-3}) = -1600$ joule.

Το έργο στην ΓΔ :$W_{\Delta A} = 0$, ενώ το έργο στη ΒΓ θα το υπολογίσουμε από το εμβαδό στο P – V : $W_{\Delta A} = (6 - 4){\cdot}10^{-3}{\cdot}2{\cdot}10^5 = 400$ joule.

Το συνολικό έργο κατά την κυκλική μεταβολή ΑΒΓΔΑ: $W_{o\lambda} = W_{AB} + W_{B\Gamma} + W_{\Gamma\Delta} + W_{\Delta A} \Rightarrow W_{o\lambda} = -1600 + 560 + 400 + 0 = -640$ joule.

Αρνητικό ολικό έργο σε ένα αριστερόστροφο κύκλο.

7
15987

Δ$_1$. Οι μεταβολές του αερίου:

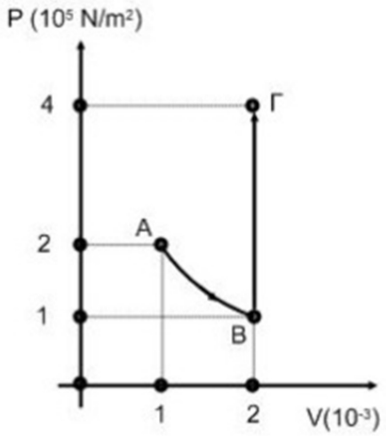
Α → Β ισόθερμη εκτόνωση ($T_A = T_B$): $P_A{\cdot}V_A = P_B{\cdot}V_B \Rightarrow P_B = P_A{\cdot}V_A / V_B \Rightarrow P_B = 2{\cdot}10^5{\cdot}10^{-3} / 2{\cdot}10^{-3} \Rightarrow P_B = 10^5\ \text{N / m}^2$.

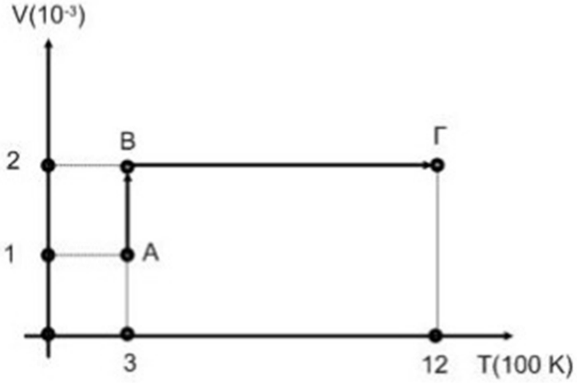
Β → Γ ισόχωρη θέρμανση ($V_B = V_\Gamma$): $P_B / T_B = P_\Gamma / T_\Gamma \Rightarrow T_\Gamma = P_\Gamma{\cdot}T_B / P_B \Rightarrow T_\Gamma = 4{\cdot}10^5{\cdot}300 / 10^5 \Rightarrow T_\Gamma = 1200$ K.

Δ$_2$. Με τις παραπάνω τιμές δημιουργούμε τον παρακάτω πίνακα:

	P	V	T
A	$2{\cdot}10^5$	10^{-3}	300
B	10^5	$2{\cdot}10^{-3}$	300
Γ	$4{\cdot}10^5$	$2{\cdot}10^{-3}$	1200

Τα ζητούμενα σχήματα:





Δ₃. Το συνολικό έργο: $W_{ολ} = W_{AB} + W_{BΓ} = n \cdot R \cdot T_A \cdot \ln(V_B / V_A) + 0 \Rightarrow W_{ολ} = P_A \cdot V_A \cdot \ln(V_B / V_A) \Rightarrow W_{ολ} = 2 \cdot 10^5 \cdot 10^{-3} \cdot \ln(2 \cdot 10^{-3} / 10^{-3}) \Rightarrow W_{ολ} = 200 \cdot \ln 2 \Rightarrow W_{ολ} = 200 \cdot 0{,}7 = 140$ joule.

Δ₄. 1ος Θ.Ν. : $Q_{AB} = \Delta U_{AB} + W_{AB} \Rightarrow Q_{AB} = 140 + 0 = 140$ joule.

1ος Θ.Ν. : $Q_{BΓ} = \Delta U_{BΓ} + W_{BΓ} \Rightarrow Q_{BΓ} = (3/2) \cdot n \cdot R \cdot (T_Γ - T_B) + 0 \Rightarrow Q_{BΓ} = (3/2) \cdot (P_Γ \cdot V_Γ - P_B \cdot V_B) \Rightarrow Q_{BΓ} = (3/2) \cdot (4 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3} - 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3}) \Rightarrow Q_{BΓ} = 900$ joule.

Η συνολική θερμότητα: $Q_{ολ} = Q_{AB} + Q_{BΓ} \Rightarrow Q_{ολ} = 140 + 900 = 1040$ joule.

8
15984

Δ₁. Οι νόμοι των αερίων:

$A \rightarrow B$ ισόθερμη εκτόνωση $(T_A = T_B)$: $P_A \cdot V_A = P_B \cdot V_B \Rightarrow P_B = P_A \cdot V_A / V_B \Rightarrow P_B = P_0 \cdot V_0 / 3 \cdot V_0 \Rightarrow P_B = P_0 / 3$.

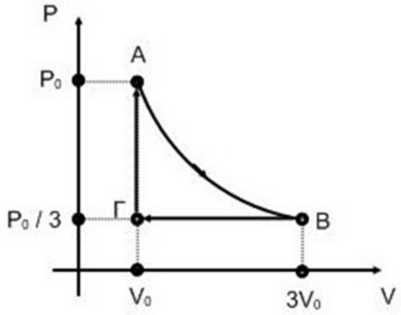
$B \rightarrow Γ$ ισοβαρής συμπίεση $(P_B = P_Γ)$: $V_B / T_B = V_Γ / T_Γ$.

$Γ \rightarrow A$ ισόχωρη θέρμανση $(V_Γ = V_A)$: $P_Γ / T_Γ = V_A / T_A \Rightarrow T_Γ = T_B \cdot V_Γ / V_B \Rightarrow T_Γ = T_0 \cdot V_0 / 3 \cdot V_0 \Rightarrow T_Γ = 3 \cdot T_0$.

Δ₂. Δημιουργούμε τον παρακάτω πίνακα:

	P	V	T
A	P_0	V_0	T_0
B	$P_0 / 3$	$3 \cdot V_0$	T_0
Γ	$P_0 / 3$	V_0	$3 \cdot T_0$

Με τις τιμές (αναλογίες) του πίνακα κάνουμε την γραφική παράσταση:



Δ₃. $\Delta U_{\Gamma A} / \Delta U_{B\Gamma} = (3/2)\cdot n\cdot R\cdot \Delta T_{\Gamma A} / (3/2)\cdot n\cdot R\cdot \Delta T_{B\Gamma} \Rightarrow \Delta U_{\Gamma A} / \Delta U_{B\Gamma} = (T_0 - 3\cdot T_0) / (3\cdot T_0 - T_0) \Rightarrow \Delta U_{\Gamma A} / \Delta U_{B\Gamma} = (-2\cdot T_0) / (2\cdot T_0) \Rightarrow \Delta U_{\Gamma A} / \Delta U_{B\Gamma} = -1$.

Δ₄. $W_{o\lambda} = W_{AB} + W_{B\Gamma} + W_{\Gamma A} \Rightarrow W_{o\lambda} = n\cdot R\cdot T_0 \cdot \ln(V_B / V_A) + P_B\cdot(V_\Gamma - V_B) + 0 \Rightarrow W_{o\lambda} = n\cdot R\cdot T_0 \cdot \ln(3\cdot V_0 / V_0) + P_B\cdot(V_0 - 3\cdot V_0) \Rightarrow W_{o\lambda} = P_0 \cdot V_0 \cdot \ln 3 - (2/3)\cdot P_0 \cdot V_0 \Rightarrow W_{o\lambda} = 0{,}43\cdot P_0 \cdot V_0$.

9
15957

Δ₁. Η απόδοση του κύκλου Carnot : $e_c = 1 - (T_c / T_h) = 1 - (T_1 / 4\cdot T_1) \Rightarrow e_c = 1 - ¼ = ¾$.

Δ₂. Από το σχήμα η ΑΒ είναι ισόθερμη εκτόνωση Α → Β :
$P_A\cdot V_A = P_B\cdot V_B \Rightarrow P_B = P_A\cdot V_A / V_B \Rightarrow P_B = 4\cdot 10^5\cdot 2\cdot 10^{-3} / 4\cdot 10^{-3} \Rightarrow P_B = 2\cdot 10^5\ N / m^2$.

Από το σχήμα η ΒΓ είναι ισόχωρη ψύξη Β → Γ : $P_B / T_B = P_\Gamma / T_\Gamma \Rightarrow P_\Gamma = T_\Gamma\cdot P_B / T_B \Rightarrow P_\Gamma = T_1\cdot 2\cdot 10^5 / 4\cdot T_1 \Rightarrow P_\Gamma = ½\cdot 10^5\ N / m^2$.

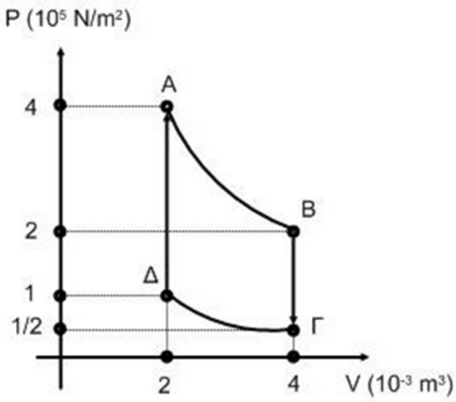
Από το σχήμα η ΓΔ είναι ισόθερμη συμπίεση Γ → Δ :
$P_\Gamma\cdot V_\Gamma = P_\Delta\cdot V_\Delta \Rightarrow P_\Delta = P_\Gamma\cdot V_\Gamma / V_\Delta \Rightarrow P_\Delta = ½\cdot 10^5\cdot 4\cdot 10^{-3} / 2\cdot 10^{-3} \Rightarrow P_B = 10^5\ N / m^2$.

Από το σχήμα η ΔΑ είναι ισόχωρη θέρμανση Δ → Α : $P_\Delta / T_\Delta = P_A / T_A$.

Με βάση τα παραπάνω δημιουργούμε τον πίνακα:

	Α	Β	Γ	Δ
P	$4\cdot 10^5$	$2\cdot 10^5$	$½\cdot 10^5$	$1\cdot 10^5$
V	$2\cdot 10^{-3}$	$4\cdot 10^{-3}$	$4\cdot 10^{-3}$	$2\cdot 10^{-3}$
T	$4\cdot T_1$	$4\cdot T_1$	T_1	T_1

Με βάση τον πίνακα σχεδιάζουμε το P – V διάγραμμα:



Δ₃. Η θερμότητα $|Q_c| = |Q_{B\Gamma} + Q_{\Gamma\Delta}| = |Q_{B\Gamma} + W_{\Gamma\Delta}| \Rightarrow |Q_c| = |n \cdot C_v \cdot \Delta T_{B\Gamma} + n \cdot R \cdot T_\Gamma \cdot \ln(V_\Delta / V_\Gamma)| \Rightarrow |Q_c| = |n \cdot (3R/2) \cdot (T_\Gamma - T_B) + n \cdot R \cdot T_\Gamma \cdot \ln(V_\Delta / V_\Gamma)| = ..$ $= 1040$ joule.

Η θερμότητα $Q_h = Q_{\Delta A} + Q_{AB} = Q_{\Delta A} + W_{AB} \Rightarrow Q_h = n \cdot C_v \cdot \Delta T_{\Delta A} + n \cdot R \cdot T_A \cdot \ln(V_B / V_A) \Rightarrow Q_h = n \cdot (3R/2) \cdot (T_A - T_\Delta) + n \cdot R \cdot T_A \cdot \ln(V_B / V_A) = \ldots = 1460$ joule.
Αρχή διατήρησης της ενέργειας: $Q_h = |Q_c| + W \Rightarrow W = Q_h - |Q_c| \Rightarrow W = 1460 - 1040 = 420$ joule.
Δ₄. Ο συντελεστής απόδοσης της θερμικής μηχανής: $e = W / Q_h \Rightarrow e = 420 / 1460 = 0{,}29$.

10
15953

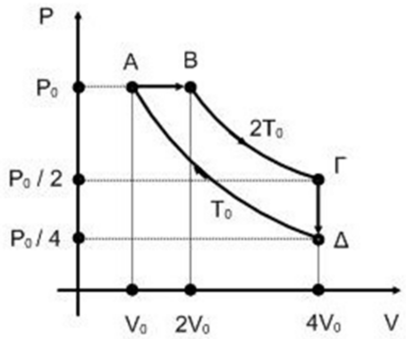
Δ₁. $A \to B\ (P_A = P_B): V_A / T_A = V_B / T_B \Rightarrow T_B = T_A \cdot V_B / V_A \Rightarrow T_B = T_0 \cdot V_B / V_A \Rightarrow T_B = T_0 \cdot 2 \cdot V_0 / V_0 \Rightarrow T_B = 2 \cdot T_0$.

$B \to \Gamma\ (T_B = T_\Gamma): P_B \cdot V_B = P_\Gamma \cdot V_\Gamma \Rightarrow P_\Gamma = P_B \cdot V_B / V_\Gamma \Rightarrow P_\Gamma = P_0 \cdot 2 \cdot V_0 / 4 \cdot V_0 \Rightarrow P_\Gamma = P_0 / 2$.
$\Gamma \to \Delta\ (V_\Gamma = V_\Delta): P_\Gamma / T_\Gamma = P_\Delta / T_\Delta \Rightarrow P_\Delta = P_\Gamma \cdot T_\Delta / T_\Gamma \Rightarrow P_\Delta = P_0 \cdot T_0 / 4 \cdot T_0 \Rightarrow P_\Delta = P_0 / 4$.
$\Delta \to A\ (T_\Delta = T_A): P_\Delta \cdot V_\Delta = P_A \cdot V_A$.

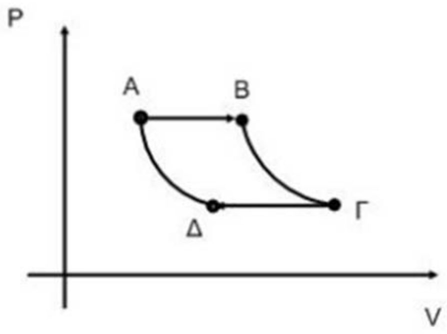
Με τις παραπάνω τιμές δημιουργούμε τον πίνακα:

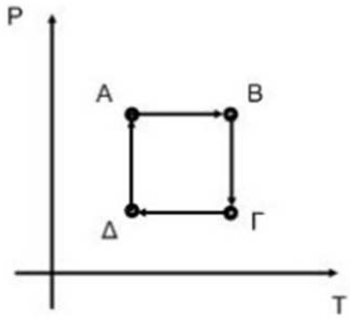
	A	B	Γ	Δ
P	P_0	P_0	$P_0 / 2$	$P_0 / 4$
V	V_0	$2 \cdot V_0$	$4 \cdot V_0$	$4 \cdot V_0$
T	T_0	$2 \cdot T_0$	$2 \cdot T_0$	T_0

Από τον πίνακα αυτόν δημιουργούμε την γραφική παράσταση:

	 **Δ₂.** Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας $\Delta U_{AB} = n\cdot C_V\cdot\Delta T_{AB} \Rightarrow \Delta U_{AB} = n\cdot(3\cdot R / 2)\cdot\Delta T_{AB} \Rightarrow \Delta U_{AB} = (3/2)\cdot(n\cdot R\cdot T_B - n\cdot R\cdot T_A) \Rightarrow \Delta U_{AB} = (3/2)\cdot(P_B\cdot V_B - P_A\cdot V_A) \Rightarrow \Delta U_{AB} = (3/2)\cdot(P_0\cdot 2V_0 - P_0\cdot V_0) \Rightarrow \Delta U_{AB} = (3/2)\cdot(P_0\cdot V_0) \Rightarrow \Delta U_{AB} = (3/2)\cdot P_0\cdot V_0$. Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας $\Delta U_{\Gamma\Delta} = n\cdot C_V\cdot\Delta T_{\Gamma\Delta} \Rightarrow \Delta U_{\Gamma\Delta} = n\cdot(3\cdot R / 2)\cdot\Delta T_{\Gamma\Delta} \Rightarrow \Delta U_{\Gamma\Delta} = (3/2)\cdot(n\cdot R\cdot T_\Delta - n\cdot R\cdot T_\Gamma) \Rightarrow \Delta U_{\Gamma\Delta} = (3/2)\cdot(P_\Delta\cdot V_\Delta - P_\Gamma\cdot V_\Gamma) \Rightarrow \Delta U_{\Gamma\Delta} = (3/2)\cdot(P_0\cdot V_0 - 2P_0\cdot V_0) \Rightarrow \Delta U_{AB} = -(3/2)\cdot(-P_0\cdot V_0)$. Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας $\Delta U_{\Delta A} = 0$ η μεταβολή είναι ισόθερμη. **Δ₃.** Το έργο στην μεταβολή $A \rightarrow B : W_{AB} = P_B\cdot(V_B - V_A) \Rightarrow W_{AB} = P_0\cdot(2\cdot V_0 - V_0) \Rightarrow W_{AB} = P_0\cdot V_0$. Το έργο στην μεταβολή $B \rightarrow \Gamma : W_{B\Gamma} = n\cdot R\cdot T_B\cdot \ln(V_\Gamma / V_B) \Rightarrow W_{B\Gamma} = n\cdot R\cdot T_B\cdot \ln(4V_0 / 2V_0) \Rightarrow W_{B\Gamma} = 2\cdot P_0\cdot V_0\cdot \ln 2$. Το έργο στην μεταβολή $\Gamma \rightarrow \Delta : W_{\Gamma\Delta} = 0$ έχουμε ισόχωρη μεταβολή. Το έργο στην μεταβολή $\Delta \rightarrow A : W_{\Delta A} = n\cdot R\cdot T_A\cdot \ln(V_A / V_\Delta) \Rightarrow W_{\Delta A} = n\cdot R\cdot T_A\cdot \ln(V_0 / 4V_0) \Rightarrow W_{\Delta A} = P_0\cdot V_0\cdot(-\ln 2^2) \Rightarrow W_{\Delta A} = -2\cdot P_0\cdot V_0\cdot \ln 2$. Το ολικό έργο δίνεται: $W_{o\lambda} = W_{AB} + W_{B\Gamma} + W_{\Gamma\Delta} + W_{\Delta A} \Rightarrow W_{o\lambda} = P_0\cdot V_0 + 2\cdot P_0\cdot V_0\cdot \ln 2 + 0 - 2\cdot P_0\cdot V_0\cdot \ln 2 \Rightarrow W_{o\lambda} = P_0\cdot V_0$. Μέσω του 1ου Θ.Ν. : $Q_{o\lambda} = W_{o\lambda} = P_0\cdot V_0$. **Δ₄.** Η απόδοση της μηχανής Carnot : $e_c = 1 - T_c / T_h \Rightarrow e_c = 1 - T_0 / 2T_0 \Rightarrow e_c = ½$. Η απόδοση της θερμικής μηχανής είναι: $e = 1 - (\lvert Q_c \rvert / Q_h)$ και υπολογίζεται απλά αν $\lvert Q_c \rvert = \lvert Q_{\Gamma\Delta} + Q_{\Gamma\Delta} \rvert$ και $Q_h = Q_{AB} + Q_{B\Gamma}$.
11 **16096**	**Δ₁.** Από τις μεταβολές που περιγράφονται στην εκφώνηση: ισοβαρή θέρμανση $A \rightarrow B$, ισόθερμη εκτόνωση $B \rightarrow \Gamma$, ισοβαρή ψύξη $\Gamma \rightarrow \Delta$ και ισόθερμη συμπίεση $\Delta \rightarrow A$

Σχεδιάζουμε τα ποιοτικά διαγράμματα P – V και P – T :





$Δ_2$. Καταστατική εξίσωση στην Α κατάσταση ισορροπίας του αερίου όπου αντικαθιστούμε την σταθερά των ιδανικών αερίων με την τιμή R = 0,082 L·atm / (mole·K) .

$P_Α·V_Α = n·R·T_Α \Rightarrow T_Α = P_Α·V_Α / n·R \Rightarrow T_Α = (10·4,1) / (10·0,082) \Rightarrow T_Α = 50$ K .

Εφαρμόζουμε τους νόμους των ιδανικών αερίων σε κάθε μεταβολή:

Α → Β : ισοβαρής θέρμανση ($P_Α = P_Β$): $V_Α / T_Α = V_Β / T_Β \Rightarrow T_Β = T_Α·(V_Β / V_Α) \Rightarrow T_Β = 50·(8,2 / 4,1) = 100$ K .

Β → Γ : ισόθερμη εκτόνωση ($T_Β = T_Γ$): $P_Β·V_Β = P_Γ·V_Γ \Rightarrow V_Γ = V_Β·(P_Β / P_Γ) \Rightarrow V_Γ = 8,2·(10 / 5) \Rightarrow V_Γ = 16,4$ L .

Γ → Δ : ισοβαρής ψύξη ($P_Γ = P_Δ$): $V_Γ / T_Γ = V_Δ / T_Δ$.

Δ → Α : ισόθερμη συμπίεση ($T_Δ = T_Α$): $P_Δ·V_Δ = P_Α·V_Α \Rightarrow V_Δ = V_Α·(P_Α / P_Δ) \Rightarrow V_Δ = 4,1·(10 / 5) = 8,2$ L .

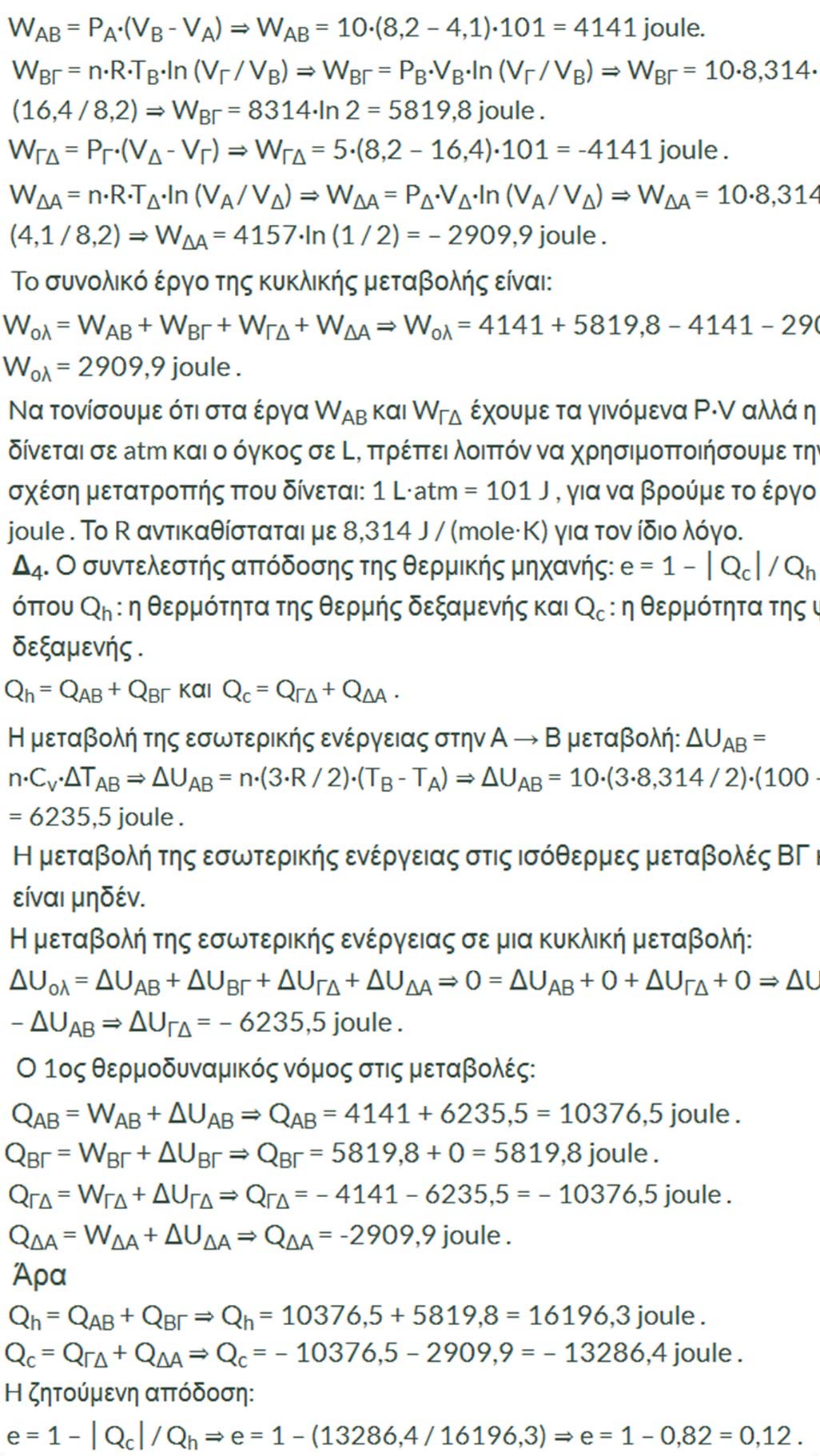
Οι παραπάνω τιμές δημιουργούν τον παρακάτω πίνακα:

	Α	Β	Γ	Δ
P	10	10	5	5
V	4,1	8,2	16,4	8,2
T	50	100	100	50

Οι ζητούμενες θερμοκρασίες βρίσκονται στον πίνακα.

Σχόλιο: ο συγγραφέας της άσκησης δεν πρόσεξε ότι αν στην καταστατική εξίσωση αντικαταστήσουμε το R = 8,314 J / (mole·K), τότε: $P_Α·V_Α = n·R·T_Α \Rightarrow T_Α = P_Α·V_Α / n·R \Rightarrow T_Α = (10·4,1·101) / (10·8,314) \Rightarrow T_Α = 49,8$ K που δεχόμαστε ότι είναι πολύ κοντά στο 50 K που υπολογίσαμε πριν, απλά δεν θέλουμε να μπερδευτούν οι μαθητές και να κάνουν ακόμα δυσκολότερες πράξεις.

$Δ_3$. Θα υπολογίσουμε το έργο σε κάθε μεταβολή:



$W_{AB} = P_A·(V_B - V_A) \Rightarrow W_{AB} = 10·(8{,}2 – 4{,}1)·101 = 4141$ joule.

$W_{BΓ} = n·R·T_B·\ln(V_Γ / V_B) \Rightarrow W_{BΓ} = P_B·V_B·\ln(V_Γ / V_B) \Rightarrow W_{BΓ} = 10·8{,}314·100·\ln(16{,}4 / 8{,}2) \Rightarrow W_{BΓ} = 8314·\ln 2 = 5819{,}8$ joule.

$W_{ΓΔ} = P_Γ·(V_Δ - V_Γ) \Rightarrow W_{ΓΔ} = 5·(8{,}2 – 16{,}4)·101 = -4141$ joule.

$W_{ΔA} = n·R·T_Δ·\ln(V_A / V_Δ) \Rightarrow W_{ΔA} = P_Δ·V_Δ·\ln(V_A / V_Δ) \Rightarrow W_{ΔA} = 10·8{,}314·50·\ln(4{,}1 / 8{,}2) \Rightarrow W_{ΔA} = 4157·\ln(1 / 2) = – 2909{,}9$ joule.

Το συνολικό έργο της κυκλικής μεταβολής είναι:

$W_{ολ} = W_{AB} + W_{BΓ} + W_{ΓΔ} + W_{ΔA} \Rightarrow W_{ολ} = 4141 + 5819{,}8 – 4141 – 2909{,}9 \Rightarrow W_{ολ} = 2909{,}9$ joule.

Να τονίσουμε ότι στα έργα W_{AB} και $W_{ΓΔ}$ έχουμε τα γινόμενα P·V αλλά η πίεση δίνεται σε atm και ο όγκος σε L, πρέπει λοιπόν να χρησιμοποιήσουμε την σχέση μετατροπής που δίνεται: 1 L·atm = 101 J, για να βρούμε το έργο σε joule. Το R αντικαθίσταται με 8,314 J / (mole·K) για τον ίδιο λόγο.

Δ₄. Ο συντελεστής απόδοσης της θερμικής μηχανής: $e = 1 – |Q_c| / Q_h$, όπου Q_h: η θερμότητα της θερμής δεξαμενής και Q_c: η θερμότητα της ψυχρής δεξαμενής.

$Q_h = Q_{AB} + Q_{BΓ}$ και $Q_c = Q_{ΓΔ} + Q_{ΔA}$.

Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας στην A → B μεταβολή: $ΔU_{AB} = n·C_V·ΔT_{AB} \Rightarrow ΔU_{AB} = n·(3·R / 2)·(T_B - T_A) \Rightarrow ΔU_{AB} = 10·(3·8{,}314 / 2)·(100 – 50) = 6235{,}5$ joule.

Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας στις ισόθερμες μεταβολές ΒΓ και ΔΑ είναι μηδέν.

Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας σε μια κυκλική μεταβολή:

$ΔU_{ολ} = ΔU_{AB} + ΔU_{BΓ} + ΔU_{ΓΔ} + ΔU_{ΔA} \Rightarrow 0 = ΔU_{AB} + 0 + ΔU_{ΓΔ} + 0 \Rightarrow ΔU_{ΓΔ} = – ΔU_{AB} \Rightarrow ΔU_{ΓΔ} = – 6235{,}5$ joule.

Ο 1ος θερμοδυναμικός νόμος στις μεταβολές:

$Q_{AB} = W_{AB} + ΔU_{AB} \Rightarrow Q_{AB} = 4141 + 6235{,}5 = 10376{,}5$ joule.

$Q_{BΓ} = W_{BΓ} + ΔU_{BΓ} \Rightarrow Q_{BΓ} = 5819{,}8 + 0 = 5819{,}8$ joule.

$Q_{ΓΔ} = W_{ΓΔ} + ΔU_{ΓΔ} \Rightarrow Q_{ΓΔ} = – 4141 – 6235{,}5 = – 10376{,}5$ joule.

$Q_{ΔA} = W_{ΔA} + ΔU_{ΔA} \Rightarrow Q_{ΔA} = -2909{,}9$ joule.

Άρα

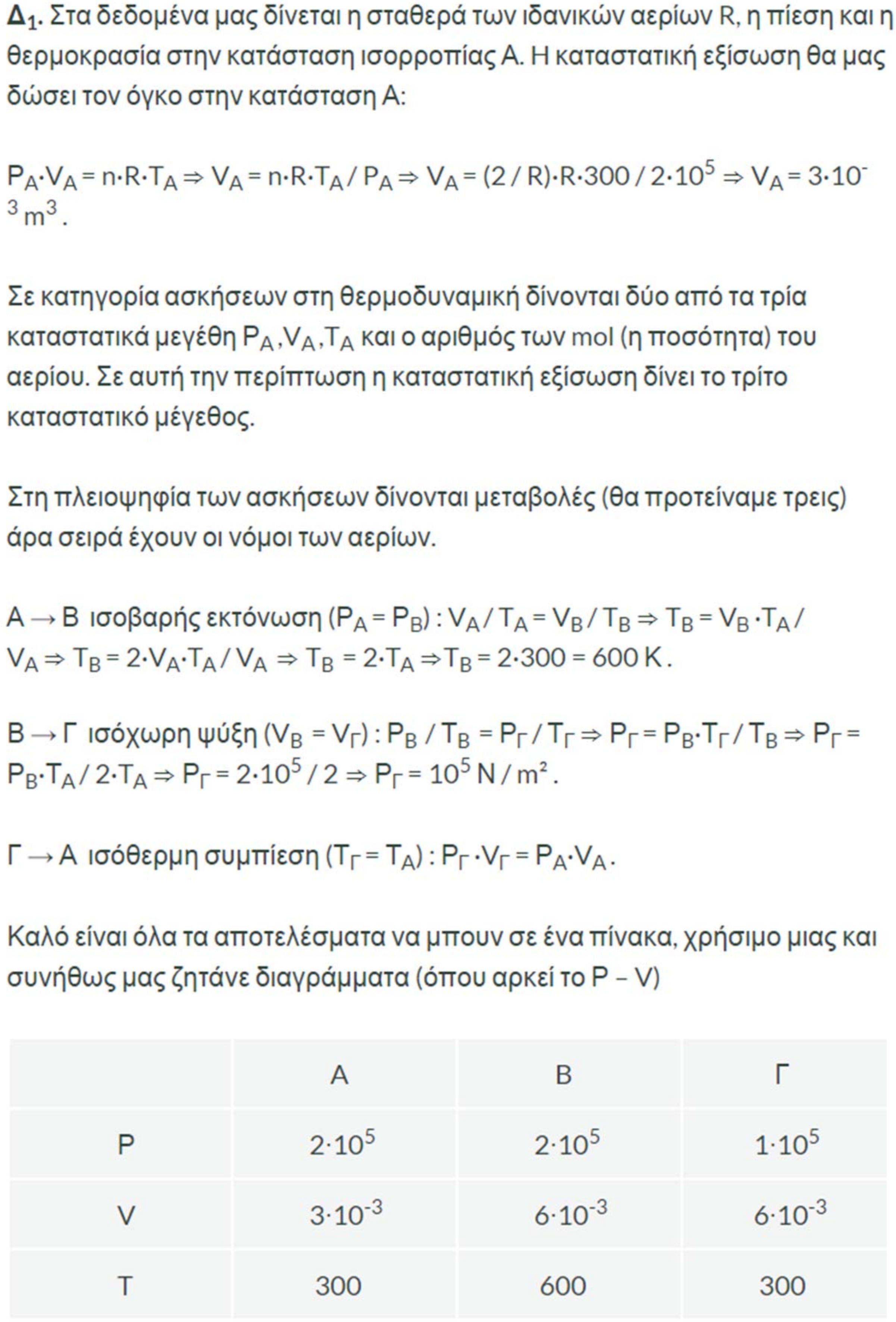
$Q_h = Q_{AB} + Q_{BΓ} \Rightarrow Q_h = 10376{,}5 + 5819{,}8 = 16196{,}3$ joule.

$Q_c = Q_{ΓΔ} + Q_{ΔA} \Rightarrow Q_c = – 10376{,}5 – 2909{,}9 = – 13286{,}4$ joule.

Η ζητούμενη απόδοση:

$e = 1 – |Q_c| / Q_h \Rightarrow e = 1 – (13286{,}4 / 16196{,}3) \Rightarrow e = 1 – 0{,}82 = 0{,}12$.

12
16093



$Δ_1$. Στα δεδομένα μας δίνεται η σταθερά των ιδανικών αερίων R, η πίεση και η θερμοκρασία στην κατάσταση ισορροπίας Α. Η καταστατική εξίσωση θα μας δώσει τον όγκο στην κατάσταση Α:

$P_A·V_A = n·R·T_A \Rightarrow V_A = n·R·T_A / P_A \Rightarrow V_A = (2 / R)·R·300 / 2·10^5 \Rightarrow V_A = 3·10^{-3} m^3$.

Σε κατηγορία ασκήσεων στη θερμοδυναμική δίνονται δύο από τα τρία καταστατικά μεγέθη P_A, V_A, T_A και ο αριθμός των mol (η ποσότητα) του αερίου. Σε αυτή την περίπτωση η καταστατική εξίσωση δίνει το τρίτο καταστατικό μέγεθος.

Στη πλειοψηφία των ασκήσεων δίνονται μεταβολές (θα προτείναμε τρεις) άρα σειρά έχουν οι νόμοι των αερίων.

$A \rightarrow B$ ισοβαρής εκτόνωση $(P_A = P_B)$: $V_A / T_A = V_B / T_B \Rightarrow T_B = V_B·T_A / V_A \Rightarrow T_B = 2·V_A·T_A / V_A \Rightarrow T_B = 2·T_A \Rightarrow T_B = 2·300 = 600 K$.

$B \rightarrow Γ$ ισόχωρη ψύξη $(V_B = V_Γ)$: $P_B / T_B = P_Γ / T_Γ \Rightarrow P_Γ = P_B·T_Γ / T_B \Rightarrow P_Γ = P_B·T_A / 2·T_A \Rightarrow P_Γ = 2·10^5 / 2 \Rightarrow P_Γ = 10^5 N / m^2$.

$Γ \rightarrow A$ ισόθερμη συμπίεση $(T_Γ = T_A)$: $P_Γ·V_Γ = P_A·V_A$.

Καλό είναι όλα τα αποτελέσματα να μπουν σε ένα πίνακα, χρήσιμο μιας και συνήθως μας ζητάνε διαγράμματα (όπου αρκεί το P – V)

	A	B	Γ
P	$2·10^5$	$2·10^5$	$1·10^5$
V	$3·10^{-3}$	$6·10^{-3}$	$6·10^{-3}$
T	300	600	300

$Δ_2$.

Πρέπει να υπολογίσουμε το έργο, την μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας και την θερμότητα σε κάθε μία από τις παραπάνω μεταβολές.

Στην $A \rightarrow B$ ισοβαρή μεταβολή:

Το έργο στην ισοβαρή υπολογίζεται $W = P \cdot \Delta V$ ή $W = n \cdot R \cdot \Delta T$

$W_{AB} = P_A \cdot (V_B - V_A) \Rightarrow W_{AB} = 2 \cdot 10^5 \cdot (6 \cdot 10^{-3} - 3 \cdot 10^{-3}) \Rightarrow W_{AB} = 600$ joule .

Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας για οποιαδήποτε μεταβολή $\Delta U = (3 / 2) \cdot n \cdot R \cdot \Delta T$ ή $\Delta U = n \cdot C_v \cdot \Delta T$ αν σας δίνεται το C_v .

$\Delta U_{AB} = n \cdot C_v \cdot \Delta T_{AB} \Rightarrow \Delta U_{AB} = (2 / R) \cdot (3 \cdot R / 2) \cdot (T_B – T_A) \Rightarrow \Delta U_{AB} = 3 \cdot (600 – 300) \Rightarrow \Delta U_{AB} = 900$ joule .

Η θερμότητα θα υπολογιστεί από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο: $Q_{AB} = \Delta U_{AB} + W_{AB} \Rightarrow Q_{AB} = 900 + 600 \Rightarrow Q_{AB} = 1500$ joule .

Στην $B \rightarrow Γ$ ισόχωρη μεταβολή:

Το έργο στην ισόχωρη είναι μηδέν (ένα από τα τέσσερα που πρέπει να γνωρίζετε) $W_{BΓ} = 0$ και $\Delta U_{BΓ} = n \cdot C_v \cdot \Delta T_{BΓ} \Rightarrow \Delta U_{BΓ} = (2 / R) \cdot (3 \cdot R / 2) \cdot (T_Γ – T_B) \Rightarrow \Delta U_{BΓ} = 3 \cdot (300 – 600) \Rightarrow \Delta U_{BΓ} = – 900$ joule .

1ος θερμοδυναμικός νόμος: $Q_{BΓ} = \Delta U_{BΓ} + W_{BΓ} \Rightarrow Q_{BΓ} = – 900 + 0 \Rightarrow Q_{AB} = -900$ joule .

Στην $Γ \rightarrow A$ ισόθερμη μεταβολή:

το έργο στην ισόθερμη : $W_{ΓA} = n \cdot R \cdot T_Γ \cdot \ln (V_A / V_Γ) \Rightarrow W_{ΓA} = (2 / R) \cdot R \cdot 300 \cdot \ln (3 \cdot 10^{-3} / 6 \cdot 10^{-3}) \Rightarrow W_{ΓA} = – 600 \cdot \ln 2 \Rightarrow W_{ΓA} = – 420$ joule .

Οι μαθητές αντιμετωπίζουν την συνάρτηση του νεπέριου λογάριθμου σκεπτικά, μας χρειάζονται μόνο τρεις ιδιότητες: $\ln 1 = 0$, $\ln(\alpha / \beta) = \ln\alpha - \ln\beta$, $\ln\alpha^{\beta} = \beta\cdot\ln\alpha$. Που αρκεί ένα παράδειγμα για να τις θυμούνται: $\ln(1/4) = \ln 1 - \ln 4 = 0 - \ln 2^2 = -2\cdot\ln 2$.

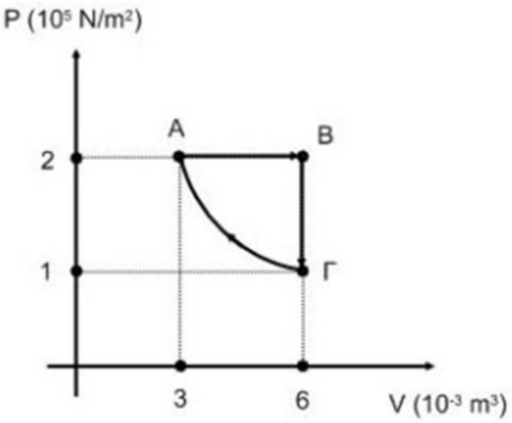
$\Delta U_{\Gamma A} = 0$ (που επίσης πρέπει να ξέρετε)

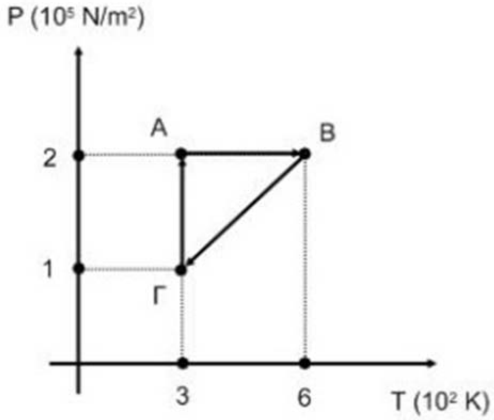
1ος θερμοδυναμικός νόμος στη Γ → Α : $Q_{\Gamma A} = W_{\Gamma A} + \Delta U_{\Gamma A} \Rightarrow Q_{\Gamma A} = -420 + 0 = -420$ joule.

Οι παραπάνω τιμές συμπληρώνουν τον πίνακα που δόθηκε:

Μεταβολή	W (joule)	ΔU (joule)	Q (joule)
Α → Β	600	900	1500
Β → Γ	0	- 900	- 900
Γ → Α	- 420	0	- 420

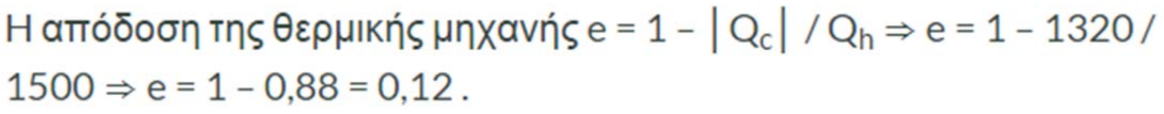
Δ_3. Τα ζητούμενα διαγράμματα (που έπρεπε να είναι δεύτερο ερώτημα):





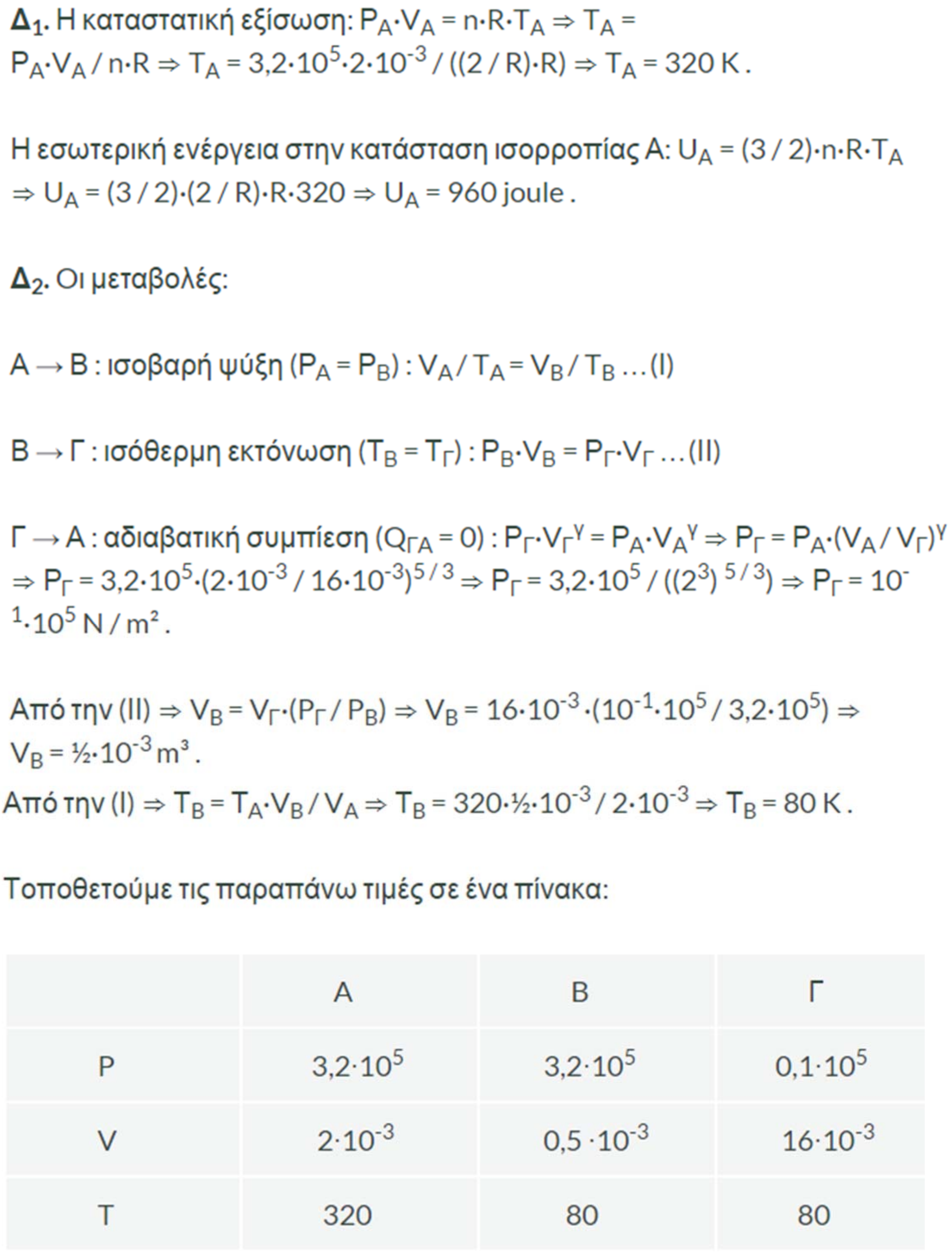
Δ_4. Η θερμότητα της θερμής δεξαμενής (η θερμότητα που προσφέρεται στο αέριο σε κάθε κύκλο της θερμικής μηχανής): $Q_h = Q_{AB} = 1500$ joule .

Η θερμότητα της ψυχρής δεξαμενής (η θερμότητα που το αέριο αποβάλει σε κάθε κύκλο της θερμικής μηχανής): $Q_c = Q_{B\Gamma} + Q_{\Gamma A} = -900 - 420 = -1320$ joule .



Η απόδοση της θερμικής μηχανής $e = 1 - |Q_c| / Q_h \Rightarrow e = 1 - 1320 / 1500 \Rightarrow e = 1 - 0,88 = 0,12$.

13
16088



$Δ_1$. Η καταστατική εξίσωση: $P_A \cdot V_A = n \cdot R \cdot T_A \Rightarrow T_A = P_A \cdot V_A / n \cdot R \Rightarrow T_A = 3,2 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3} / ((2 / R) \cdot R) \Rightarrow T_A = 320\ K$.

Η εσωτερική ενέργεια στην κατάσταση ισορροπίας Α: $U_A = (3 / 2) \cdot n \cdot R \cdot T_A \Rightarrow U_A = (3 / 2) \cdot (2 / R) \cdot R \cdot 320 \Rightarrow U_A = 960$ joule.

$Δ_2$. Οι μεταβολές:

$A \rightarrow B$: ισοβαρή ψύξη $(P_A = P_B)$: $V_A / T_A = V_B / T_B$ …(I)

$B \rightarrow Γ$: ισόθερμη εκτόνωση $(T_B = T_Γ)$: $P_B \cdot V_B = P_Γ \cdot V_Γ$ …(II)

$Γ \rightarrow A$: αδιαβατική συμπίεση $(Q_{ΓA} = 0)$: $P_Γ \cdot V_Γ^{\gamma} = P_A \cdot V_A^{\gamma} \Rightarrow P_Γ = P_A \cdot (V_A / V_Γ)^{\gamma} \Rightarrow P_Γ = 3,2 \cdot 10^5 \cdot (2 \cdot 10^{-3} / 16 \cdot 10^{-3})^{5/3} \Rightarrow P_Γ = 3,2 \cdot 10^5 / ((2^3)^{5/3}) \Rightarrow P_Γ = 10^{-1} \cdot 10^5\ N / m^2$.

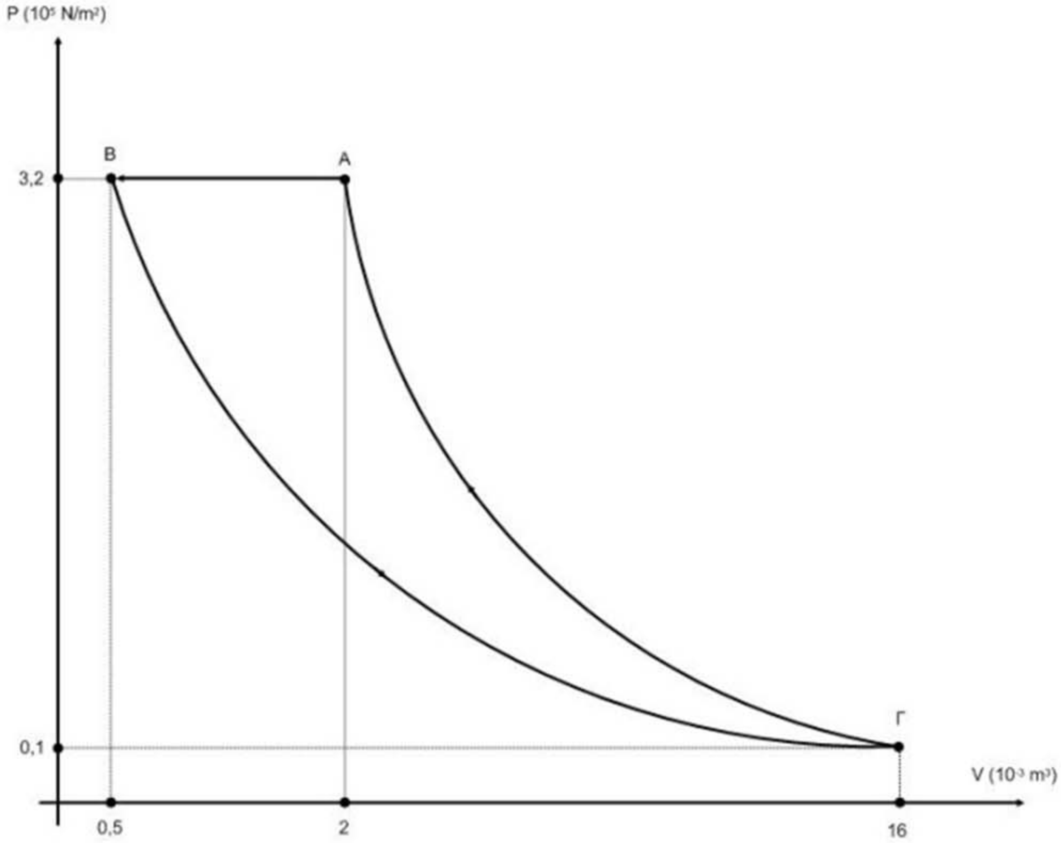
Από την (II) $\Rightarrow V_B = V_Γ \cdot (P_Γ / P_B) \Rightarrow V_B = 16 \cdot 10^{-3} \cdot (10^{-1} \cdot 10^5 / 3,2 \cdot 10^5) \Rightarrow V_B = ½ \cdot 10^{-3}\ m^3$.

Από την (I) $\Rightarrow T_B = T_A \cdot V_B / V_A \Rightarrow T_B = 320 \cdot ½ \cdot 10^{-3} / 2 \cdot 10^{-3} \Rightarrow T_B = 80\ K$.

Τοποθετούμε τις παραπάνω τιμές σε ένα πίνακα:

	Α	Β	Γ
P	$3,2 \cdot 10^5$	$3,2 \cdot 10^5$	$0,1 \cdot 10^5$
V	$2 \cdot 10^{-3}$	$0,5 \cdot 10^{-3}$	$16 \cdot 10^{-3}$
T	320	80	80

Με τις παραπάνω τιμές του πίνακα, το ζητούμενο P – V διάγραμμα :



Δ$_3$. Η ΒΓ είναι ισόθερμη εκτόνωση άρα $\Delta U_{B\Gamma} = 0$ και $Q_{B\Gamma} > 0$, 1ος Θ.Ν. στη ΒΓ: $Q_{B\Gamma} = W_{B\Gamma} + \Delta U_{B\Gamma} \Rightarrow Q_{B\Gamma} = W_{B\Gamma} \Rightarrow Q_{B\Gamma} = n{\cdot}R{\cdot}T_B{\cdot}\ln$ $(V_B / V_\Gamma) \Rightarrow Q_{B\Gamma} = P_B{\cdot}V_B{\cdot}\ln(V_\Gamma / V_B) \Rightarrow Q_{B\Gamma} = 3{,}2{\cdot}10^5{\cdot}0{,}5{\cdot}10^{-3}{\cdot}\ln(16{\cdot}10^{-3} / 0{,}5{\cdot}10^{-3}) \Rightarrow Q_{B\Gamma} = 560$ joule .

Δ$_4$. Το συνολικό έργο σε ένα κύκλο:

$W_{o\lambda} = W_{AB} + W_{B\Gamma} + W_{\Gamma A}$. όπου:

$W_{AB} = P_A{\cdot}(V_B - V_A) \Rightarrow W_{AB} = 3{,}2{\cdot}10^5{\cdot}(0{,}5 - 2){\cdot}10^{-3} \Rightarrow W_{AB} = -480$ joule .

$W_{B\Gamma} = Q_{B\Gamma} = 560$ joule .

$W_{\Gamma A} = (P_A{\cdot}V_A - P_\Gamma{\cdot}V_\Gamma) / (1 - \gamma) \Rightarrow W_{\Gamma A} = (3{,}2{\cdot}10^5{\cdot}2{\cdot}10^{-3} - 0{,}1{\cdot}10^5{\cdot}16{\cdot}10^{-3}) / (1 - (5/3)) \Rightarrow W_{\Gamma A} = -720$ joule .

Άρα : $W_{o\lambda} = W_{AB} + W_{B\Gamma} + W_{\Gamma A} \Rightarrow W_{o\lambda} = -480 + 560 - 720 = -640$ joule. Λογικό γιατί έχουμε αριστερόστροφο κύκλο.

14
16085

Δ_1. και **Δ_2.** Οι μεταβολές:

Η $A \rightarrow B$: ισόχωρη θέρμανση ($V_A = V_B = V_0$): $P_A / T_A = P_B / T_B \Rightarrow T_B = T_A \cdot P_B / P_A \Rightarrow T_B = T_0 \cdot 2 \cdot P_0 / P_0 \Rightarrow T_B = 2 \cdot T_0$.

Η $B \rightarrow \Gamma$: ισόθερμη συμπίεση ($T_B = T_\Gamma = 2 \cdot T_0$): $P_B \cdot V_B = P_\Gamma \cdot V_\Gamma \Rightarrow V_\Gamma = V_B \cdot P_B / P_\Gamma \Rightarrow V_\Gamma = V_0 \cdot 2 \cdot P_0 / 4 \cdot P_0 \Rightarrow V_\Gamma = V_0 / 2$.

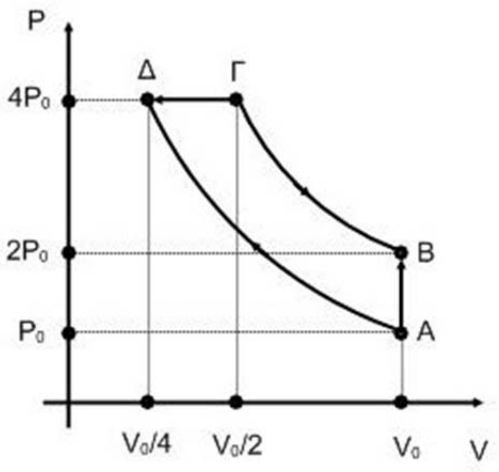
Η $\Gamma \rightarrow \Delta$: ισοβαρής συμπίεση ($P_\Gamma = P_\Delta = 4 \cdot P_0$): $V_\Gamma / T_\Gamma = V_\Delta / T_\Delta$.

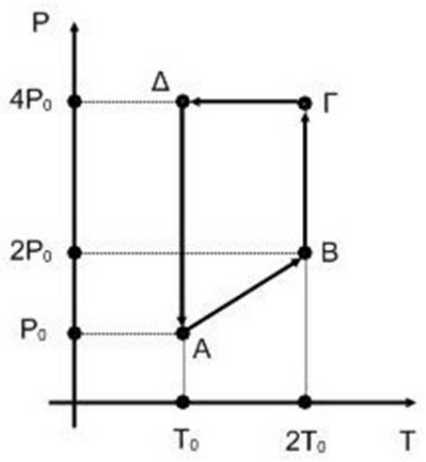
Η $\Delta \rightarrow A$: ισόθερμη εκτόνωση ($T_\Delta = T_A = T_0$): $P_\Delta \cdot V_\Delta = P_A \cdot V_A \Rightarrow V_\Delta = V_A \cdot P_A / P_\Delta \Rightarrow V_\Delta = V_0 \cdot P_0 / 4 \cdot P_0 \Rightarrow V_\Delta = V_0 / 4$.

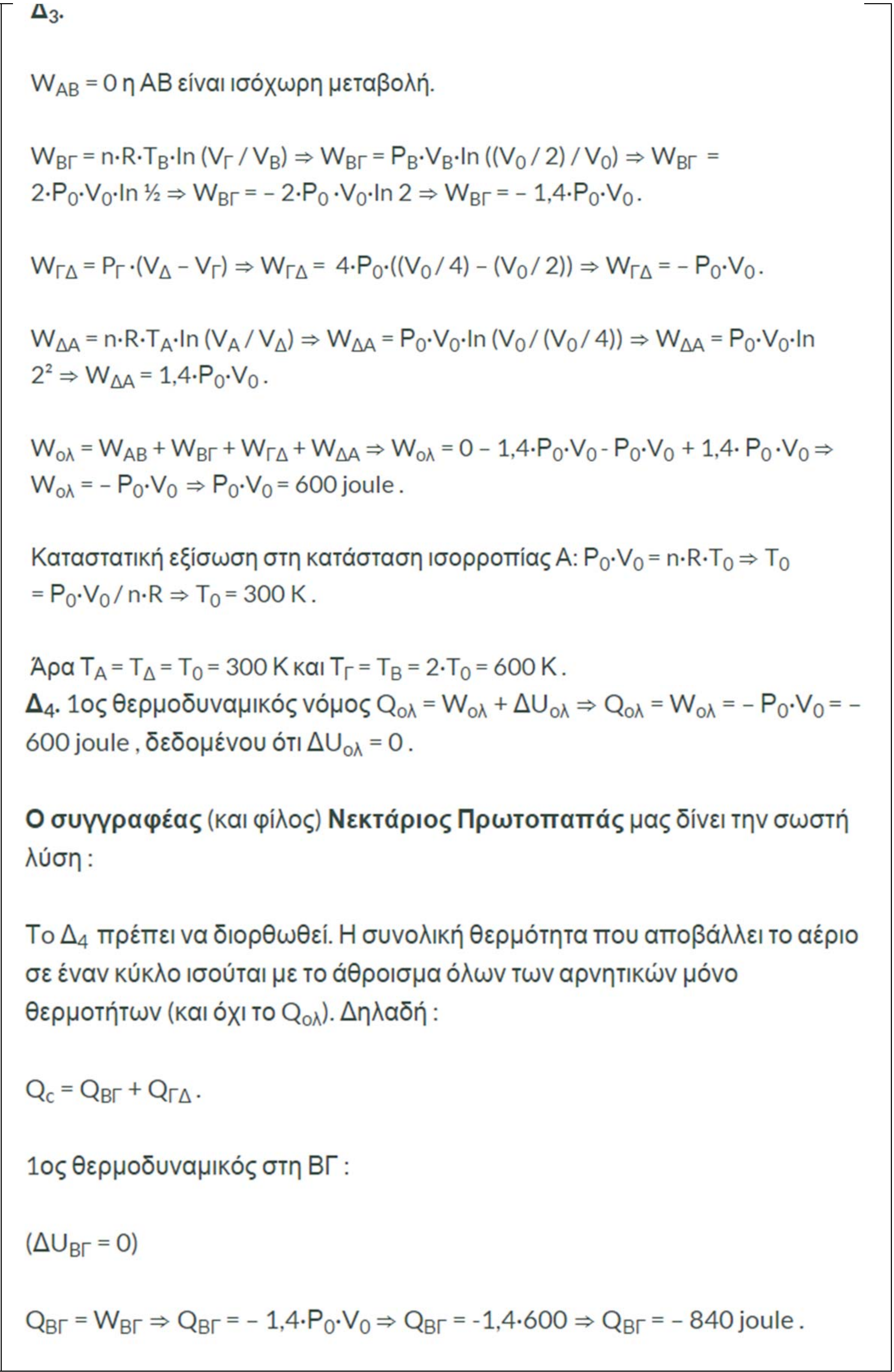
Με τις παραπάνω τιμές δημιουργούμε, τον παρακάτω πίνακα:

	A	B	Γ	Δ
P	P_0	$2 \cdot P_0$	$4 \cdot P_0$	$4 \cdot P_0$
V	V_0	V_0	$V_0 / 2$	$V_0 / 4$
T	T_0	$2 \cdot T_0$	$2 \cdot T_0$	T_0

Με τις τιμές του πίνακα κάνουμε τις ζητούμενες γραφικές:







Δ_3.

$W_{AB} = 0$ η ΑΒ είναι ισόχωρη μεταβολή.

$W_{B\Gamma} = n\cdot R\cdot T_B\cdot \ln(V_\Gamma / V_B) \Rightarrow W_{B\Gamma} = P_B\cdot V_B\cdot \ln((V_0 / 2) / V_0) \Rightarrow W_{B\Gamma} = 2\cdot P_0\cdot V_0\cdot \ln \frac{1}{2} \Rightarrow W_{B\Gamma} = -2\cdot P_0\cdot V_0\cdot \ln 2 \Rightarrow W_{B\Gamma} = -1{,}4\cdot P_0\cdot V_0$.

$W_{\Gamma\Delta} = P_\Gamma\cdot(V_\Delta - V_\Gamma) \Rightarrow W_{\Gamma\Delta} = 4\cdot P_0\cdot((V_0 / 4) - (V_0 / 2)) \Rightarrow W_{\Gamma\Delta} = -P_0\cdot V_0$.

$W_{\Delta A} = n\cdot R\cdot T_A\cdot \ln(V_A / V_\Delta) \Rightarrow W_{\Delta A} = P_0\cdot V_0\cdot \ln(V_0 / (V_0 / 4)) \Rightarrow W_{\Delta A} = P_0\cdot V_0\cdot \ln 2^2 \Rightarrow W_{\Delta A} = 1{,}4\cdot P_0\cdot V_0$.

$W_{o\lambda} = W_{AB} + W_{B\Gamma} + W_{\Gamma\Delta} + W_{\Delta A} \Rightarrow W_{o\lambda} = 0 - 1{,}4\cdot P_0\cdot V_0 - P_0\cdot V_0 + 1{,}4\cdot P_0\cdot V_0 \Rightarrow W_{o\lambda} = -P_0\cdot V_0 \Rightarrow P_0\cdot V_0 = 600$ joule.

Καταστατική εξίσωση στη κατάσταση ισορροπίας Α: $P_0\cdot V_0 = n\cdot R\cdot T_0 \Rightarrow T_0 = P_0\cdot V_0 / n\cdot R \Rightarrow T_0 = 300$ K.

Άρα $T_A = T_\Delta = T_0 = 300$ K και $T_\Gamma = T_B = 2\cdot T_0 = 600$ K.

Δ_4. 1ος θερμοδυναμικός νόμος $Q_{o\lambda} = W_{o\lambda} + \Delta U_{o\lambda} \Rightarrow Q_{o\lambda} = W_{o\lambda} = -P_0\cdot V_0 = -600$ joule, δεδομένου ότι $\Delta U_{o\lambda} = 0$.

Ο συγγραφέας (και φίλος) **Νεκτάριος Πρωτοπαπάς** μας δίνει την σωστή λύση :

Το Δ_4 πρέπει να διορθωθεί. Η συνολική θερμότητα που αποβάλλει το αέριο σε έναν κύκλο ισούται με το άθροισμα όλων των αρνητικών μόνο θερμοτήτων (και όχι το $Q_{o\lambda}$). Δηλαδή :

$Q_c = Q_{B\Gamma} + Q_{\Gamma\Delta}$.

1ος θερμοδυναμικός στη ΒΓ :

$(\Delta U_{B\Gamma} = 0)$

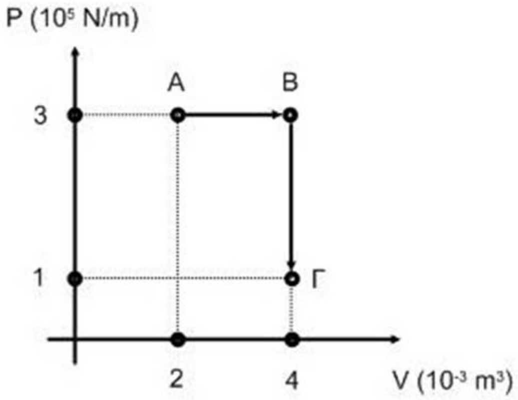
$Q_{B\Gamma} = W_{B\Gamma} \Rightarrow Q_{B\Gamma} = -1{,}4\cdot P_0\cdot V_0 \Rightarrow Q_{B\Gamma} = -1{,}4\cdot 600 \Rightarrow Q_{B\Gamma} = -840$ joule.

	Η θερμότητα στη ΓΔ μεταβολή : $Q_{\Gamma\Delta} = n \cdot C_p \cdot \Delta T_{\Gamma\Delta} \Rightarrow Q_{\Gamma\Delta} = n \cdot (5 \cdot R / 2) \cdot (T_0 - 2 \cdot T_0) \Rightarrow Q_{\Gamma\Delta} = (2 / R) \cdot (5 \cdot R / 2) \cdot (-300) \Rightarrow Q_{\Gamma\Delta} = -1.500$ joule . Επομένως : $Q_c = Q_{B\Gamma} + Q_{\Gamma\Delta} \Rightarrow Q_c = -840 - 1.500 \Rightarrow Q_c = -2.340$ joule .
15 **15994**	**Δ_1.** Καταστατική εξίσωση στην κατάσταση ισορροπίας Α : $P_A \cdot V_A = n \cdot R \cdot T_A \Rightarrow V_A = n \cdot R \cdot T_A / P_A \Rightarrow V_A = (2 / R) \cdot R \cdot 300 / 3 \cdot 10^5 \Rightarrow V_A = 2 \cdot 10^{-3}\ m^3$. **Δ_2.** Οι μεταβολές: $A \rightarrow B$ ισοβαρής εκτόνωση ή θέρμανση ($P_A = P_B$) : $V_A / T_A = V_B / T_B \Rightarrow V_B = V_A \cdot T_B / T_A \Rightarrow V_B = V_A \cdot 2T_A\ /\ T_A \Rightarrow V_B = 2 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \Rightarrow V_B = 4 \cdot 10^{-3}\ m^3$. $B \rightarrow \Gamma$ ισόχωρη ψύξη ($V_B = V_\Gamma$) : $P_B / T_B = P_\Gamma / T_\Gamma \Rightarrow P_\Gamma = P_B \cdot T_\Gamma / T_B \Rightarrow P_\Gamma = 3 \cdot 10^5 \cdot (T_B / 3) / T_B \Rightarrow P_\Gamma = 10^5\ N / m^2$. **Δ_3.** Το έργο στην ΑΒΓ : $W_{AB\Gamma} = W_{AB} + W_{B\Gamma} \Rightarrow W_{AB\Gamma} = P_A \cdot (V_B - V_A) + 0 \Rightarrow W_{AB\Gamma} = 3 \cdot 10^5 \cdot (4 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^{-3}) \Rightarrow W_{AB\Gamma} = 600$ joule .

Δ_4. Οι παραπάνω τιμές φαίνονται στον πίνακα :

	P	V	T
A	$3{\cdot}10^5$	$2{\cdot}10^{-3}$	300
B	$3{\cdot}10^5$	$4{\cdot}10^{-3}$	600
Γ	10^5	$4{\cdot}10^{-3}$	200

Με τις τιμές του πίνακα δημιουργούμε το παρακάτω διάγραμμα:



16
15990

Δ_1. Η καταστατική εξίσωση: $P_A{\cdot}V_A = n{\cdot}R{\cdot}T_A \Rightarrow n = P_A{\cdot}V_A / R{\cdot}T_A \Rightarrow n = 2{\cdot}10^5{\cdot}5{\cdot}10^{-3} / (25{\cdot}600) / 3 \Rightarrow n = 0{,}2$ mol .

Δ_2. Οι μεταβολές:

$A \rightarrow B$: ισοβαρής ψύξη ($P_A = P_B$) :

$V_A / T_A = V_B / T_B \Rightarrow V_B = V_A \cdot T_B / T_A \Rightarrow V_B = (5{\cdot}10^{-3}{\cdot}300) / 600 \Rightarrow V_B = 2{,}5{\cdot}10^{-3}\,m^3$.

$B \rightarrow \Gamma$: ισόθερμη εκτόνωση ($T_B = T_\Gamma$) : $P_B{\cdot}V_B = P_\Gamma{\cdot}V_\Gamma$.

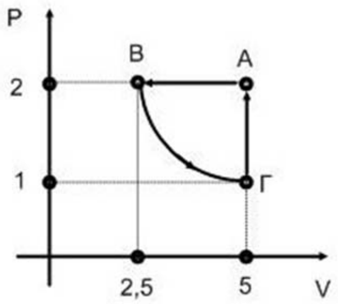
$\Gamma \rightarrow A$: ισόχωρη θέρμανση ($V_\Gamma = V_A$) :

$P_\Gamma / T_\Gamma = P_A / T_A \Rightarrow P_\Gamma = P_A{\cdot}T_\Gamma / T_A \Rightarrow P_\Gamma = (2{\cdot}10^5{\cdot}300) / 600 \Rightarrow P_\Gamma = 1{\cdot}10^5\,N / m^2$.

$Δ_3$. Με τις παραπάνω τιμές δημιουργούμε τον πίνακα:

	P	V	T
A	$2\cdot10^5$	$5\cdot10^{-3}$	600
B	$2\cdot10^5$	$2{,}5\cdot10^{-3}$	300
Γ	$1\cdot10^5$	$5\cdot10^{-3}$	300

Με τις τιμές του πίνακα το P – V διάγραμμα είναι:



$Δ_4$. Να υπολογίσουμε το συνολικό έργο σε ένα κύκλο:

$W_{ολ} = W_{AB} + W_{BΓ} + W_{ΓA} \Rightarrow W_{ολ} = P_A\cdot(V_B - V_A) + n\cdot R\cdot T_B\cdot \ln(V_Γ / V_B) + 0 \Rightarrow W_{ολ} = 2\cdot10^5\cdot(2{,}5\cdot10^{-3} - 5\cdot10^{-3}) + 2\cdot10^5\cdot2{,}5\cdot10^{-3}\cdot\ln(5\cdot10^{-3} / 2{,}5\cdot10^{-3}) \Rightarrow W_{ολ} = -150$ joule.

ο 1ος θερμοδυναμικός νόμος στην ΑΒΓΑ κυκλική μεταβολή:

(Η $ΔU_{ολ} = 0$, η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας σε ένα κύκλο)

$W_{ολ} = Q_{ολ} \Rightarrow Q_{ολ} = -150$ joule.

17
15963

Οι θερμοκρασίες πρέπει να μετατραπούν στη κλίμακα Kelvin:

$T = θ + 273 \Rightarrow T = 27 + 273 = 300$ K

$T' = θ' + 273 \Rightarrow T' = 127 + 273 = 400$ K .

$Δ_1$. Η πίεση από το έμβολο στο αέριο δίνεται:

$P = P_{atm} + w / A \Rightarrow P = 1 \cdot 10^5 + (300 \cdot 10) / 10^{-2} \Rightarrow P = 4 \cdot 10^5\ N / m^2$.

Από την καταστατική εξίσωση για την αρχική κατάσταση ισορροπίας:

$P \cdot V = n \cdot R \cdot T \Rightarrow V = n \cdot R \cdot T / P \Rightarrow V = 300 / (4 \cdot 10^5) \Rightarrow V = (3 / 4) \cdot 10^{-3}\ m^3$.

$Δ_2$. Η πίεση από το έμβολο είναι σταθερή, η μεταβολή είναι ισοβαρής θέρμανση (ή εκτόνωση):

$V / T = V' / T' \Rightarrow V' = V \cdot T' / T \Rightarrow V' = (3 / 4) \cdot 10^{-3} \cdot 400 / 300 \Rightarrow V' = 1 \cdot 10^{-3}\ m^3$

$Δ_3$. Ο όγκος ενός κυλίνδρου:

$V = A \cdot h \Rightarrow h = V / A$

$V' = A \cdot h' \Rightarrow h' = V' / A$,

άρα $Δh = h' - h = (V' - V) / A \Rightarrow Δh = (1 - (3 / 4)) \cdot 10^{-3} / 10^{-2} \Rightarrow Δh = (1 / 4) \cdot 10^{-1}\ m$.

$Δ_4$. Το αέριο αφού ασφαλίζεται σε αυτή την θέση έχει P = σταθερό και V = σταθερό, άρα η ανταλλαγή θερμότητας προέρχεται από την μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου:

$ΔU = n \cdot C_V \cdot ΔT \Rightarrow ΔU = (3 / 2) \cdot (300 - 400) = -150$ joule.

1ος θερμοδυναμικός νόμος $Q = ΔU + W$, με $W = 0$ άρα

$Q = ΔU = -150$ joule.

18
15949

$Δ_1$.

Καταστατική εξίσωση για την κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας Α:

$P_A \cdot V_A = n \cdot R \cdot T_A \Rightarrow V_A = n \cdot R \cdot T_A / P_A \Rightarrow V_A = 2 \cdot 100 / 2 \cdot 10^5 \Rightarrow V_A = 10^{-3}\ m^3$.

$A \rightarrow B$: ισοβαρής θέρμανση ($P_A = P_B$):

$V_A / T_A = V_B / T_B \Rightarrow T_B = T_A \cdot V_B / V_A \Rightarrow T_B = 100 \cdot 5 \cdot 10^{-3} / 10^{-3} \Rightarrow T_B = 500$ K .

$B \rightarrow \Gamma$: ισόχωρη ψύξη ($V_B = V_\Gamma$):

$P_B / T_B = P_\Gamma / T_\Gamma \Rightarrow P_\Gamma = P_B \cdot T_\Gamma / T_B \Rightarrow P_\Gamma = 2 \cdot 10^5 \cdot 100 / 500 \Rightarrow P_\Gamma = 0{,}4 \cdot 10^5$ N / m² .

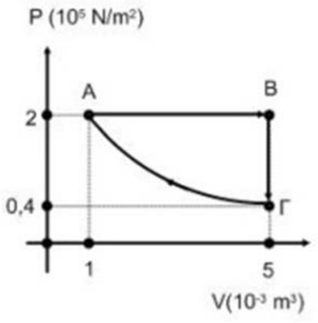
$\Gamma \rightarrow A$: ισόθερμη συμπίεση ($T_\Gamma = T_A$):

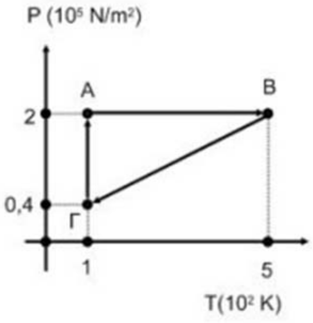
$P_\Gamma \cdot V_\Gamma = P_A \cdot V_A$.

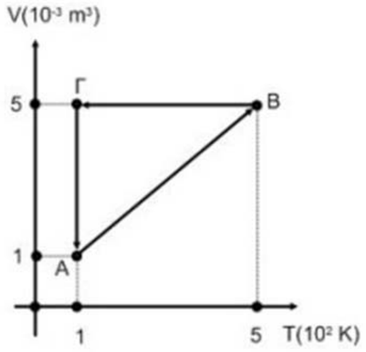
κατασκευάζουμε τον παρακάτω πίνακα τιμών:

	A	B	Γ
P	$2 \cdot 10^5$	$2 \cdot 10^5$	$0{,}4 \cdot 10^5$
V	$1 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-3}$
T	100	500	100

Με βάση τις παραπάνω τιμές δημιουργούμε τα παρακάτω διαγράμματα:

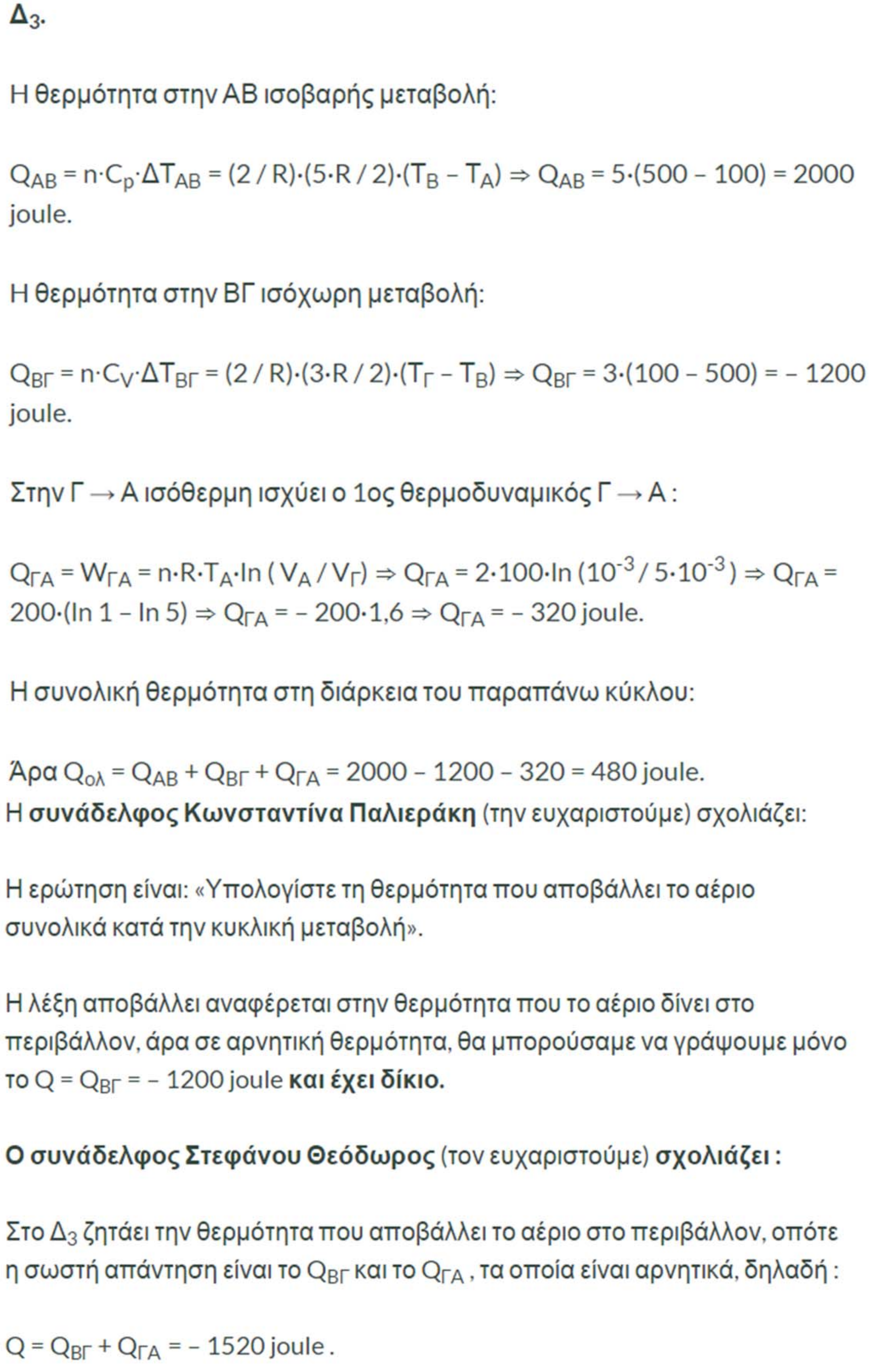






Δ_2.

Τα ζητούμενα διαγράμματα φαίνονται στο παραπάνω σχήμα.



Δ_3.

Η θερμότητα στην ΑΒ ισοβαρής μεταβολή:

$Q_{AB} = n \cdot C_p \cdot \Delta T_{AB} = (2 / R) \cdot (5 \cdot R / 2) \cdot (T_B - T_A) \Rightarrow Q_{AB} = 5 \cdot (500 - 100) = 2000$ joule.

Η θερμότητα στην ΒΓ ισόχωρη μεταβολή:

$Q_{B\Gamma} = n \cdot C_V \cdot \Delta T_{B\Gamma} = (2 / R) \cdot (3 \cdot R / 2) \cdot (T_\Gamma - T_B) \Rightarrow Q_{B\Gamma} = 3 \cdot (100 - 500) = -1200$ joule.

Στην $\Gamma \rightarrow A$ ισόθερμη ισχύει ο 1ος θερμοδυναμικός $\Gamma \rightarrow A$:

$Q_{\Gamma A} = W_{\Gamma A} = n \cdot R \cdot T_A \cdot \ln (V_A / V_\Gamma) \Rightarrow Q_{\Gamma A} = 2 \cdot 100 \cdot \ln (10^{-3} / 5 \cdot 10^{-3}) \Rightarrow Q_{\Gamma A} = 200 \cdot (\ln 1 - \ln 5) \Rightarrow Q_{\Gamma A} = -200 \cdot 1{,}6 \Rightarrow Q_{\Gamma A} = -320$ joule.

Η συνολική θερμότητα στη διάρκεια του παραπάνω κύκλου:

Άρα $Q_{ολ} = Q_{AB} + Q_{B\Gamma} + Q_{\Gamma A} = 2000 - 1200 - 320 = 480$ joule.
Η **συνάδελφος Κωνσταντίνα Παλιεράκη** (την ευχαριστούμε) σχολιάζει:

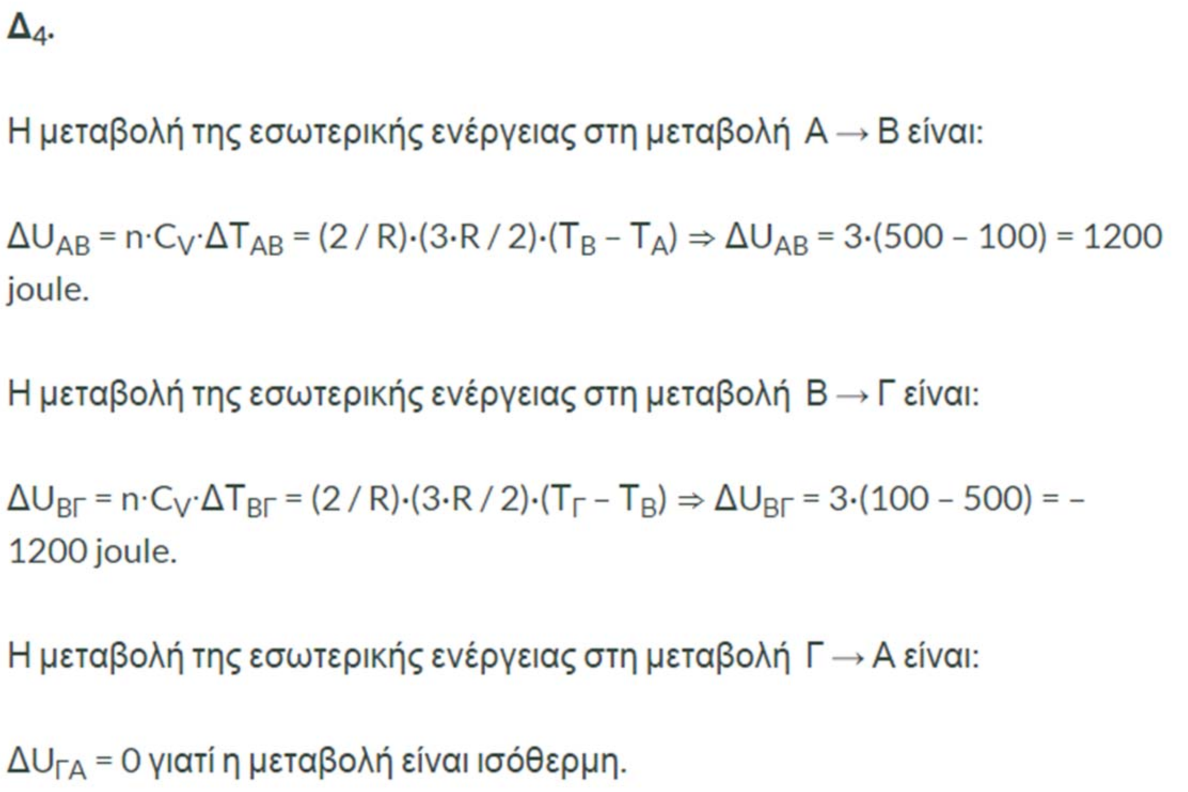
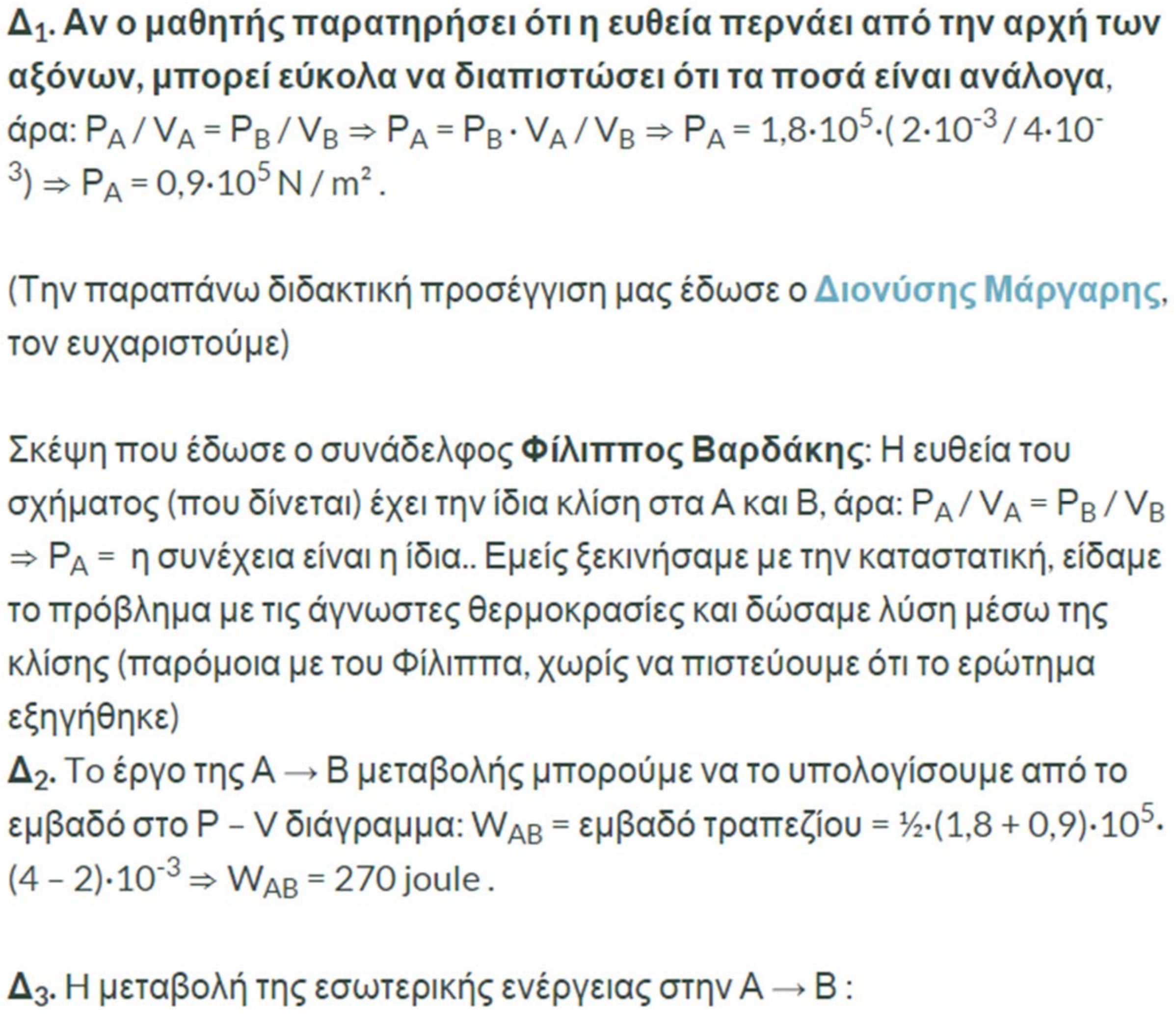
Η ερώτηση είναι: «Υπολογίστε τη θερμότητα που αποβάλλει το αέριο συνολικά κατά την κυκλική μεταβολή».

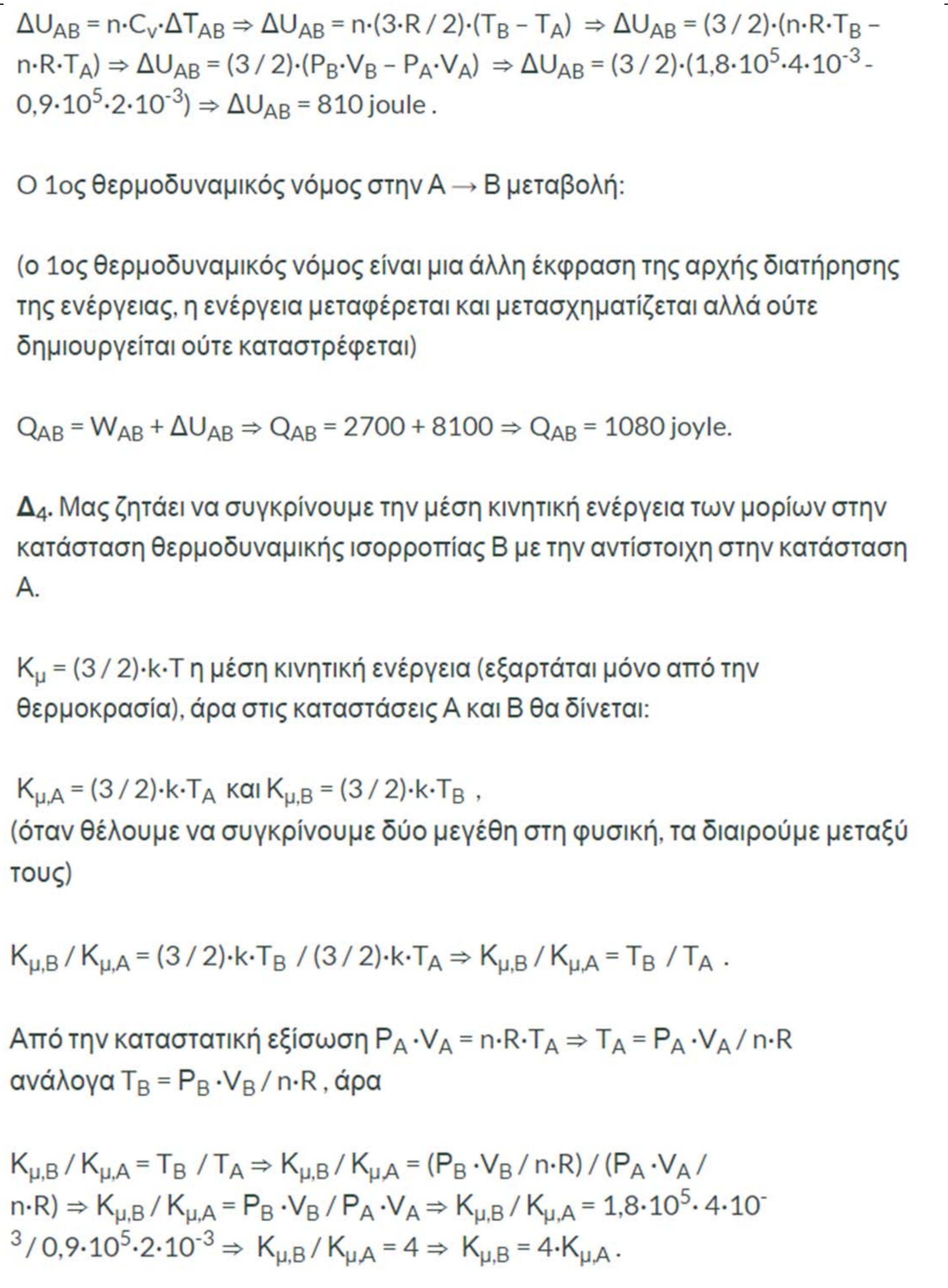
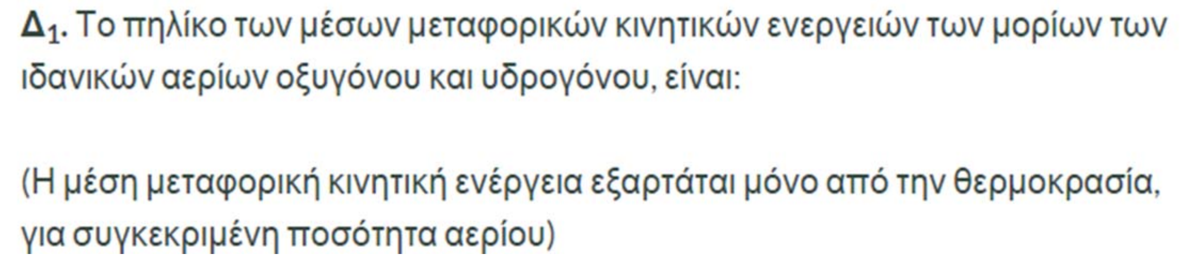
Η λέξη αποβάλλει αναφέρεται στην θερμότητα που το αέριο δίνει στο περιβάλλον, άρα σε αρνητική θερμότητα, θα μπορούσαμε να γράψουμε μόνο το $Q = Q_{B\Gamma} = -1200$ joule **και έχει δίκιο.**

Ο συνάδελφος Στεφάνου Θεόδωρος (τον ευχαριστούμε) **σχολιάζει :**

Στο Δ_3 ζητάει την θερμότητα που αποβάλλει το αέριο στο περιβάλλον, οπότε η σωστή απάντηση είναι το $Q_{B\Gamma}$ και το $Q_{\Gamma A}$, τα οποία είναι αρνητικά, δηλαδή :

$Q = Q_{B\Gamma} + Q_{\Gamma A} = -1520$ joule .

	 **Δ_4.** Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας στη μεταβολή Α → Β είναι: $\Delta U_{AB} = n\cdot C_V\cdot \Delta T_{AB} = (2 / R)\cdot(3\cdot R / 2)\cdot(T_B - T_A) \Rightarrow \Delta U_{AB} = 3\cdot(500 - 100) = 1200$ joule. Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας στη μεταβολή Β → Γ είναι: $\Delta U_{BΓ} = n\cdot C_V\cdot \Delta T_{BΓ} = (2 / R)\cdot(3\cdot R / 2)\cdot(T_Γ - T_B) \Rightarrow \Delta U_{BΓ} = 3\cdot(100 - 500) = -1200$ joule. Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας στη μεταβολή Γ → Α είναι: $\Delta U_{ΓA} = 0$ γιατί η μεταβολή είναι ισόθερμη.
19 16107	 **Δ_1. Αν ο μαθητής παρατηρήσει ότι η ευθεία περνάει από την αρχή των αξόνων, μπορεί εύκολα να διαπιστώσει ότι τα ποσά είναι ανάλογα**, άρα: $P_A / V_A = P_B / V_B \Rightarrow P_A = P_B \cdot V_A / V_B \Rightarrow P_A = 1{,}8\cdot10^5\cdot(2\cdot10^{-3} / 4\cdot10^{-3}) \Rightarrow P_A = 0{,}9\cdot10^5\ N / m^2$. (Την παραπάνω διδακτική προσέγγιση μας έδωσε ο Διονύσης Μάργαρης, τον ευχαριστούμε) Σκέψη που έδωσε ο συνάδελφος **Φίλιππος Βαρδάκης**: Η ευθεία του σχήματος (που δίνεται) έχει την ίδια κλίση στα Α και Β, άρα: $P_A / V_A = P_B / V_B \Rightarrow P_A =$ η συνέχεια είναι η ίδια.. Εμείς ξεκινήσαμε με την καταστατική, είδαμε το πρόβλημα με τις άγνωστες θερμοκρασίες και δώσαμε λύση μέσω της κλίσης (παρόμοια με του Φίλιππα, χωρίς να πιστεύουμε ότι το ερώτημα εξηγήθηκε) **Δ_2.** Το έργο της Α → Β μεταβολής μπορούμε να το υπολογίσουμε από το εμβαδό στο P – V διάγραμμα: W_{AB} = εμβαδό τραπεζίου = $½\cdot(1{,}8 + 0{,}9)\cdot10^5\cdot(4 - 2)\cdot10^{-3} \Rightarrow W_{AB} = 270$ joule. **Δ_3.** Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας στην Α → Β :

	 $\Delta U_{AB} = n \cdot C_V \cdot \Delta T_{AB} \Rightarrow \Delta U_{AB} = n \cdot (3 \cdot R / 2) \cdot (T_B - T_A) \Rightarrow \Delta U_{AB} = (3/2) \cdot (n \cdot R \cdot T_B - n \cdot R \cdot T_A) \Rightarrow \Delta U_{AB} = (3/2) \cdot (P_B \cdot V_B - P_A \cdot V_A) \Rightarrow \Delta U_{AB} = (3/2) \cdot (1{,}8 \cdot 10^5 \cdot 4 \cdot 10^{-3} - 0{,}9 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3}) \Rightarrow \Delta U_{AB} = 810$ joule . Ο 1ος θερμοδυναμικός νόμος στην Α → Β μεταβολή: (ο 1ος θερμοδυναμικός νόμος είναι μια άλλη έκφραση της αρχής διατήρησης της ενέργειας, η ενέργεια μεταφέρεται και μετασχηματίζεται αλλά ούτε δημιουργείται ούτε καταστρέφεται) $Q_{AB} = W_{AB} + \Delta U_{AB} \Rightarrow Q_{AB} = 2700 + 8100 \Rightarrow Q_{AB} = 1080$ joyle. **Δ$_4$.** Μας ζητάει να συγκρίνουμε την μέση κινητική ενέργεια των μορίων στην κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας Β με την αντίστοιχη στην κατάσταση Α. $K_\mu = (3/2) \cdot k \cdot T$ η μέση κινητική ενέργεια (εξαρτάται μόνο από την θερμοκρασία), άρα στις καταστάσεις Α και Β θα δίνεται: $K_{\mu,A} = (3/2) \cdot k \cdot T_A$ και $K_{\mu,B} = (3/2) \cdot k \cdot T_B$, (όταν θέλουμε να συγκρίνουμε δύο μεγέθη στη φυσική, τα διαιρούμε μεταξύ τους) $K_{\mu,B} / K_{\mu,A} = (3/2) \cdot k \cdot T_B \;/ (3/2) \cdot k \cdot T_A \Rightarrow K_{\mu,B} / K_{\mu,A} = T_B \;/ T_A$. Από την καταστατική εξίσωση $P_A \cdot V_A = n \cdot R \cdot T_A \Rightarrow T_A = P_A \cdot V_A / n \cdot R$ ανάλογα $T_B = P_B \cdot V_B / n \cdot R$, άρα $K_{\mu,B} / K_{\mu,A} = T_B \;/ T_A \Rightarrow K_{\mu,B} / K_{\mu,A} = (P_B \cdot V_B / n \cdot R) / (P_A \cdot V_A / n \cdot R) \Rightarrow K_{\mu,B} / K_{\mu,A} = P_B \cdot V_B / P_A \cdot V_A \Rightarrow K_{\mu,B} / K_{\mu,A} = 1{,}8 \cdot 10^5 \cdot 4 \cdot 10^{-3} / 0{,}9 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \Rightarrow K_{\mu,B} / K_{\mu,A} = 4 \Rightarrow K_{\mu,B} = 4 \cdot K_{\mu,A}$.
20 **15653**	 **Δ$_1$.** Το πηλίκο των μέσων μεταφορικών κινητικών ενεργειών των μορίων των ιδανικών αερίων οξυγόνου και υδρογόνου, είναι: (Η μέση μεταφορική κινητική ενέργεια εξαρτάται μόνο από την θερμοκρασία, για συγκεκριμένη ποσότητα αερίου)

$K_{\mu,O} / K_{\mu,H} = (3/2\cdot k\cdot T) / (3/2\cdot k\cdot T) = 1$.

$Δ_2$. Ο λόγος των ενεργών ταχυτήτων των μορίων των ιδανικών αερίων είναι:

(Η ενεργός ταχύτητα εξαρτάται από την θερμοκρασία, αλλά και από το είδος του αερίου)

$(υ_{εν,Η} / υ_{εν,Ο})^2 = (3\cdot R\cdot T / M_H) / (3\cdot R\cdot T / M_O) \Rightarrow (υ_{εν,Η} / υ_{εν,Ο})^2 = M_O / M_H \Rightarrow (υ_{εν,Η} / υ_{εν,Ο})^2 = 32\cdot 10^{-3} / 2\cdot 10^{-3} \Rightarrow (υ_{εν,Η} / υ_{εν,Ο})^2 = 16 \Rightarrow (υ_{εν,Η} / υ_{εν,Ο}) = 4$.

$Δ_3$. Η θερμοκρασία δεν αλλάζει $T' = T$ άρα και η ενεργός ταχύτητα για την ίδια ποσότητα αερίου, δεν θα αλλάξει $\Rightarrow υ_{εν,Η} / υ'_{εν,Η} = 1$.

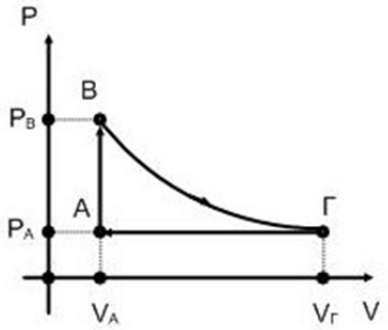
Δ4. Έχουμε ισοβαρής μεταβολή: $V / T = V' / T' \Rightarrow T' = V'\cdot T / V \Rightarrow T' = T / 2$.

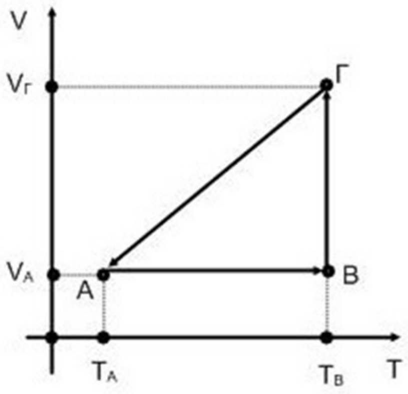
Άρα το πηλίκο των ενεργών ταχυτήτων γίνεται:

$(υ_{εν,Η} / υ'_{εν,Η})^2 = (3\cdot R\cdot T / M_H) / (3\cdot R\cdot T' / M_H) \Rightarrow (υ_{εν,Η} / υ'_{εν,Η})^2 = T / T' \Rightarrow (υ_{εν,Η} / υ'_{εν,Η})^2 = 2 \Rightarrow (υ_{εν,Η} / υ'_{εν,Ο}) = \sqrt{2}$.

21
15950

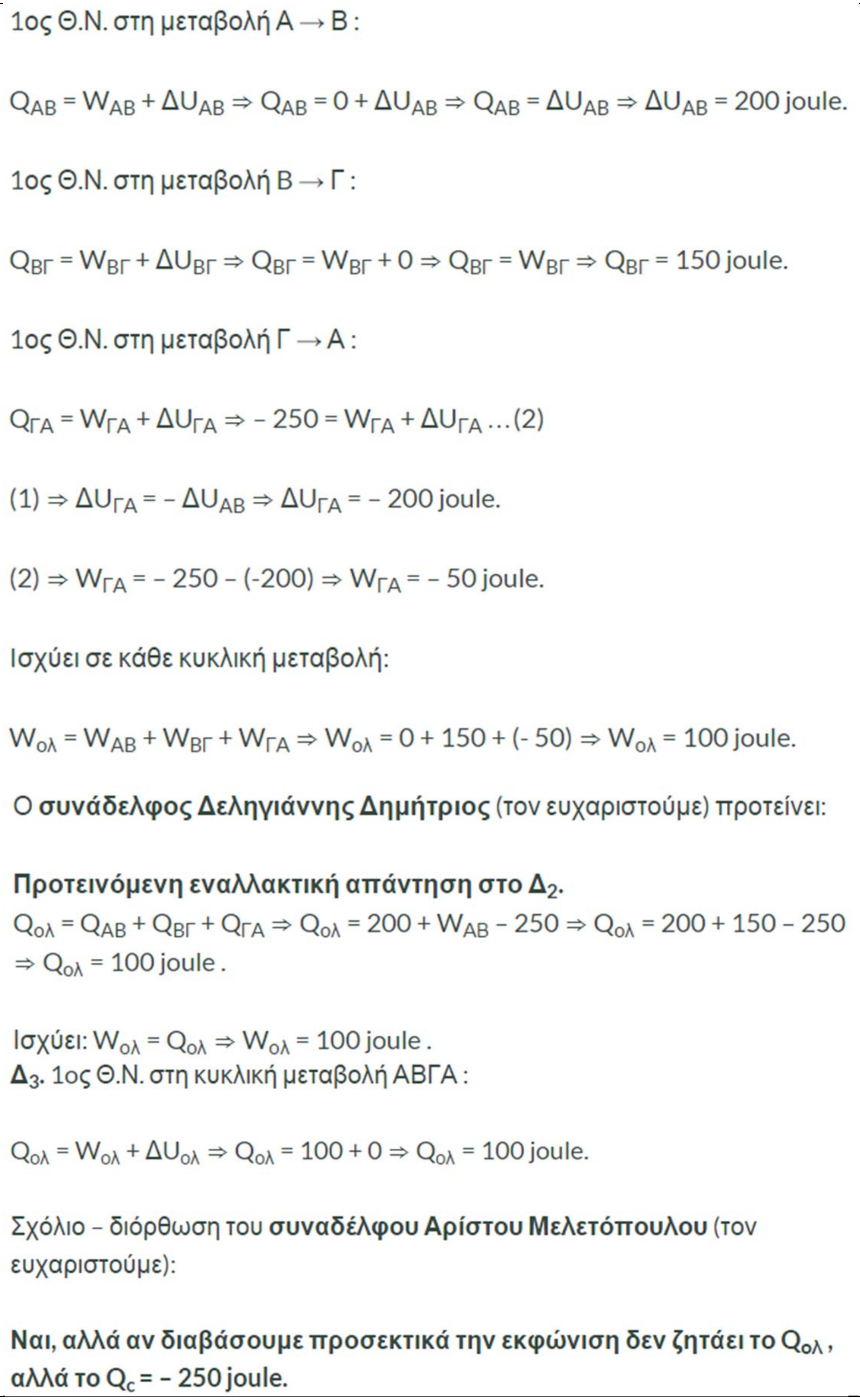
$Δ_1$. Τα ζητούμενα ποιοτικά διαγράμματα πίεσης P – όγκου V και όγκου V – θερμοκρασίας T, είναι:





$Δ_2$. Ισχύει σε κάθε κυκλική μεταβολή:

$ΔU_{ολ} = ΔU_{AB} + ΔU_{BΓ} + ΔU_{ΓA} \Rightarrow 0 = ΔU_{AB} + ΔU_{BΓ} + ΔU_{ΓA} \ldots (1)$



1ος Θ.Ν. στη μεταβολή $A \rightarrow B$:

$Q_{AB} = W_{AB} + \Delta U_{AB} \Rightarrow Q_{AB} = 0 + \Delta U_{AB} \Rightarrow Q_{AB} = \Delta U_{AB} \Rightarrow \Delta U_{AB} = 200$ joule.

1ος Θ.Ν. στη μεταβολή $B \rightarrow \Gamma$:

$Q_{B\Gamma} = W_{B\Gamma} + \Delta U_{B\Gamma} \Rightarrow Q_{B\Gamma} = W_{B\Gamma} + 0 \Rightarrow Q_{B\Gamma} = W_{B\Gamma} \Rightarrow Q_{B\Gamma} = 150$ joule.

1ος Θ.Ν. στη μεταβολή $\Gamma \rightarrow A$:

$Q_{\Gamma A} = W_{\Gamma A} + \Delta U_{\Gamma A} \Rightarrow -250 = W_{\Gamma A} + \Delta U_{\Gamma A} \ldots (2)$

$(1) \Rightarrow \Delta U_{\Gamma A} = -\Delta U_{AB} \Rightarrow \Delta U_{\Gamma A} = -200$ joule.

$(2) \Rightarrow W_{\Gamma A} = -250 - (-200) \Rightarrow W_{\Gamma A} = -50$ joule.

Ισχύει σε κάθε κυκλική μεταβολή:

$W_{ολ} = W_{AB} + W_{B\Gamma} + W_{\Gamma A} \Rightarrow W_{ολ} = 0 + 150 + (-50) \Rightarrow W_{ολ} = 100$ joule.

Ο **συνάδελφος Δεληγιάννης Δημήτριος** (τον ευχαριστούμε) προτείνει:

Προτεινόμενη εναλλακτική απάντηση στο Δ_2.
$Q_{ολ} = Q_{AB} + Q_{B\Gamma} + Q_{\Gamma A} \Rightarrow Q_{ολ} = 200 + W_{AB} - 250 \Rightarrow Q_{ολ} = 200 + 150 - 250$
$\Rightarrow Q_{ολ} = 100$ joule .

Ισχύει: $W_{ολ} = Q_{ολ} \Rightarrow W_{ολ} = 100$ joule .
Δ_3. 1ος Θ.Ν. στη κυκλική μεταβολή ΑΒΓΑ :

$Q_{ολ} = W_{ολ} + \Delta U_{ολ} \Rightarrow Q_{ολ} = 100 + 0 \Rightarrow Q_{ολ} = 100$ joule.

Σχόλιο – διόρθωση του **συναδέλφου Αρίστου Μελετόπουλου** (τον ευχαριστούμε):

Ναι, αλλά αν διαβάσουμε προσεκτικά την εκφώνιση δεν ζητάει το $Q_{ολ}$, αλλά το $Q_c = -250$ joule.

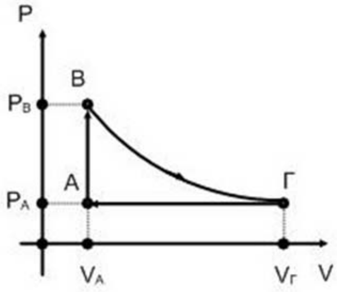
Δ_4. Ο συντελεστής απόδοσης της θερμικής μηχανής:

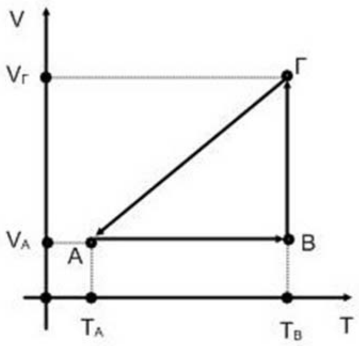
$e = 1 - (|Q_c| / Q_h) \Rightarrow e = 1 - (|Q_{ΓΑ}| / (Q_{ΑΒ} + Q_{ΒΓ})) \Rightarrow e = 1 - (250 / (200 + 150)) \Rightarrow e = 1 - (250 / 350) \Rightarrow e = 1 - 0,71 \Rightarrow e = 0,29$.

ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗ
Δ΄ ΘΕΜΑΤΑ
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

21
15950

Δ_1. Τα ζητούμενα ποιοτικά διαγράμματα πίεσης P – όγκου V και όγκου V – θερμοκρασίας T, είναι:





Δ_2. Ισχύει σε κάθε κυκλική μεταβολή:

$\Delta U_{ολ} = \Delta U_{ΑΒ} + \Delta U_{ΒΓ} + \Delta U_{ΓΑ} \Rightarrow 0 = \Delta U_{ΑΒ} + \Delta U_{ΒΓ} + \Delta U_{ΓΑ} \ldots (1)$

1ος Θ.Ν. στη μεταβολή $Α \rightarrow Β$:

$Q_{ΑΒ} = W_{ΑΒ} + \Delta U_{ΑΒ} \Rightarrow Q_{ΑΒ} = 0 + \Delta U_{ΑΒ} \Rightarrow Q_{ΑΒ} = \Delta U_{ΑΒ} \Rightarrow \Delta U_{ΑΒ} = 200$ joule.

1ος Θ.Ν. στη μεταβολή $Β \rightarrow Γ$:

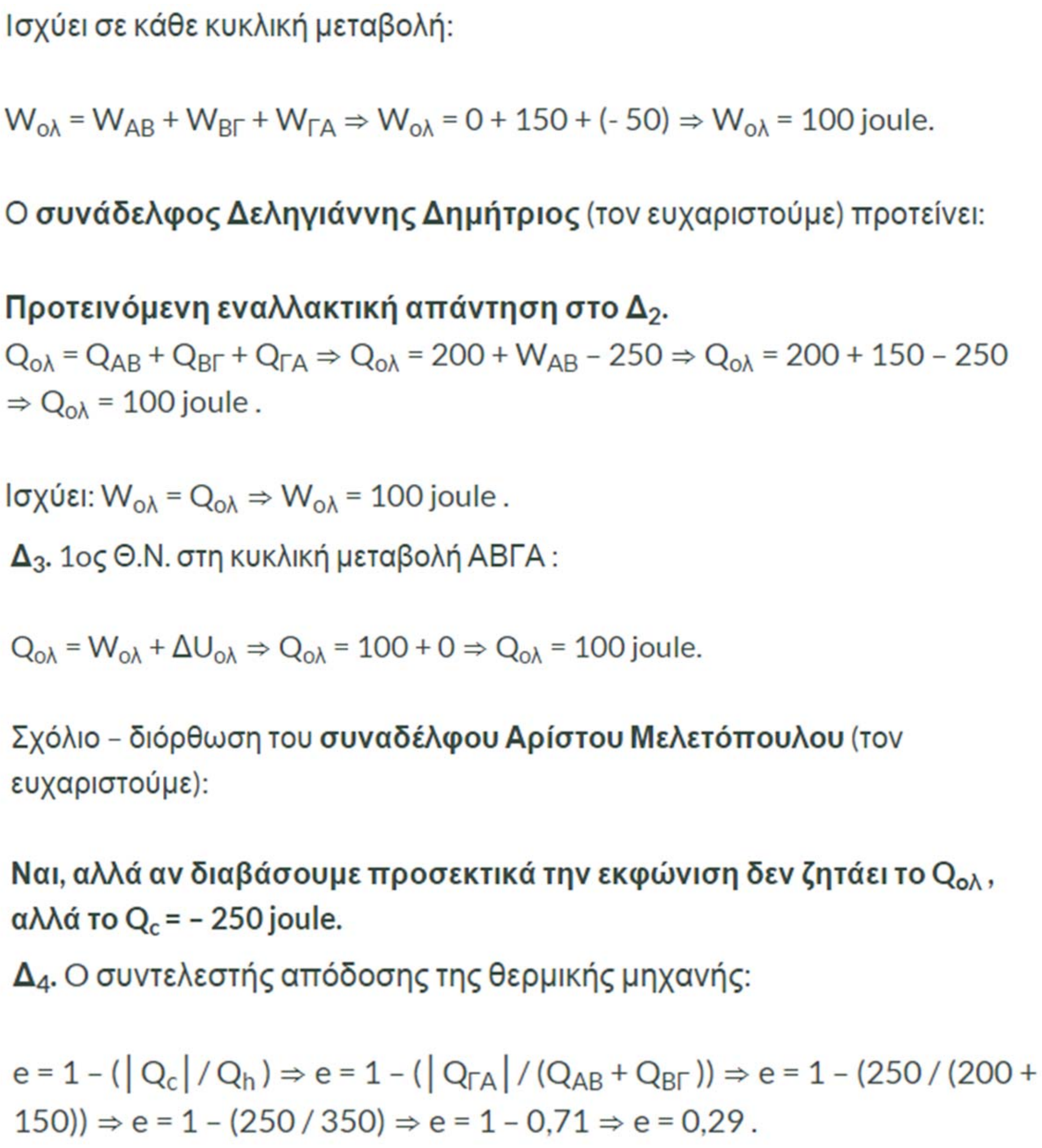
$Q_{ΒΓ} = W_{ΒΓ} + \Delta U_{ΒΓ} \Rightarrow Q_{ΒΓ} = W_{ΒΓ} + 0 \Rightarrow Q_{ΒΓ} = W_{ΒΓ} \Rightarrow Q_{ΒΓ} = 150$ joule.

1ος Θ.Ν. στη μεταβολή $Γ \rightarrow Α$:

$Q_{ΓΑ} = W_{ΓΑ} + \Delta U_{ΓΑ} \Rightarrow -250 = W_{ΓΑ} + \Delta U_{ΓΑ} \ldots (2)$

$(1) \Rightarrow \Delta U_{ΓΑ} = -\Delta U_{ΑΒ} \Rightarrow \Delta U_{ΓΑ} = -200$ joule.

$(2) \Rightarrow W_{ΓΑ} = -250 - (-200) \Rightarrow W_{ΓΑ} = -50$ joule.



Ισχύει σε κάθε κυκλική μεταβολή:

$W_{ολ} = W_{AB} + W_{ΒΓ} + W_{ΓΑ} \Rightarrow W_{ολ} = 0 + 150 + (-50) \Rightarrow W_{ολ} = 100$ joule.

Ο **συνάδελφος Δεληγιάννης Δημήτριος** (τον ευχαριστούμε) προτείνει:

Προτεινόμενη εναλλακτική απάντηση στο $Δ_2$.
$Q_{ολ} = Q_{AB} + Q_{ΒΓ} + Q_{ΓΑ} \Rightarrow Q_{ολ} = 200 + W_{AB} - 250 \Rightarrow Q_{ολ} = 200 + 150 - 250$
$\Rightarrow Q_{ολ} = 100$ joule .

Ισχύει: $W_{ολ} = Q_{ολ} \Rightarrow W_{ολ} = 100$ joule .

$Δ_3$. 1ος Θ.Ν. στη κυκλική μεταβολή ΑΒΓΑ :

$Q_{ολ} = W_{ολ} + ΔU_{ολ} \Rightarrow Q_{ολ} = 100 + 0 \Rightarrow Q_{ολ} = 100$ joule.

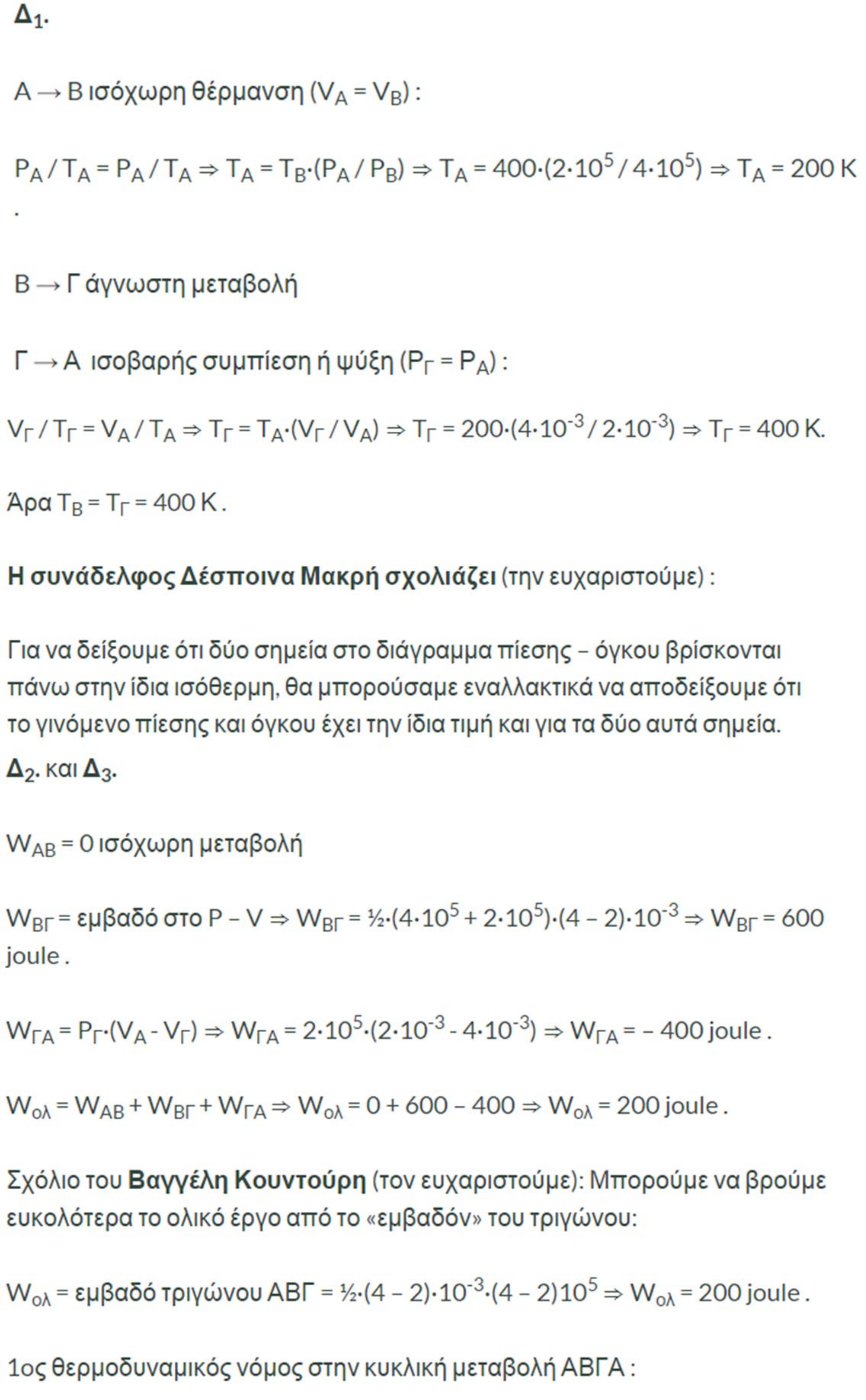
Σχόλιο – διόρθωση του **συναδέλφου Αρίστου Μελετόπουλου** (τον ευχαριστούμε):

Ναι, αλλά αν διαβάσουμε προσεκτικά την εκφώνιση δεν ζητάει το $Q_{ολ}$, αλλά το $Q_c = -250$ joule.

$Δ_4$. Ο συντελεστής απόδοσης της θερμικής μηχανής:

$e = 1 - (|Q_c| / Q_h) \Rightarrow e = 1 - (|Q_{ΓΑ}| / (Q_{AB} + Q_{ΒΓ})) \Rightarrow e = 1 - (250 / (200 + 150)) \Rightarrow e = 1 - (250 / 350) \Rightarrow e = 1 - 0{,}71 \Rightarrow e = 0{,}29$.

22
16108



$Δ_1$.

$A \rightarrow B$ ισόχωρη θέρμανση ($V_A = V_B$) :

$P_A / T_A = P_A / T_A \Rightarrow T_A = T_B \cdot (P_A / P_B) \Rightarrow T_A = 400 \cdot (2 \cdot 10^5 / 4 \cdot 10^5) \Rightarrow T_A = 200$ K

.

$B \rightarrow Γ$ άγνωστη μεταβολή

$Γ \rightarrow A$ ισοβαρής συμπίεση ή ψύξη ($P_Γ = P_A$) :

$V_Γ / T_Γ = V_A / T_A \Rightarrow T_Γ = T_A \cdot (V_Γ / V_A) \Rightarrow T_Γ = 200 \cdot (4 \cdot 10^{-3} / 2 \cdot 10^{-3}) \Rightarrow T_Γ = 400$ K.

Άρα $T_B = T_Γ = 400$ K .

Η συνάδελφος Δέσποινα Μακρή σχολιάζει (την ευχαριστούμε) :

Για να δείξουμε ότι δύο σημεία στο διάγραμμα πίεσης – όγκου βρίσκονται πάνω στην ίδια ισόθερμη, θα μπορούσαμε εναλλακτικά να αποδείξουμε ότι το γινόμενο πίεσης και όγκου έχει την ίδια τιμή και για τα δύο αυτά σημεία.

$Δ_2$. και **$Δ_3$.**

$W_{AB} = 0$ ισόχωρη μεταβολή

$W_{BΓ}$ = εμβαδό στο P – V $\Rightarrow W_{BΓ} = ½ \cdot (4 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^5) \cdot (4 - 2) \cdot 10^{-3} \Rightarrow W_{BΓ} = 600$ joule .

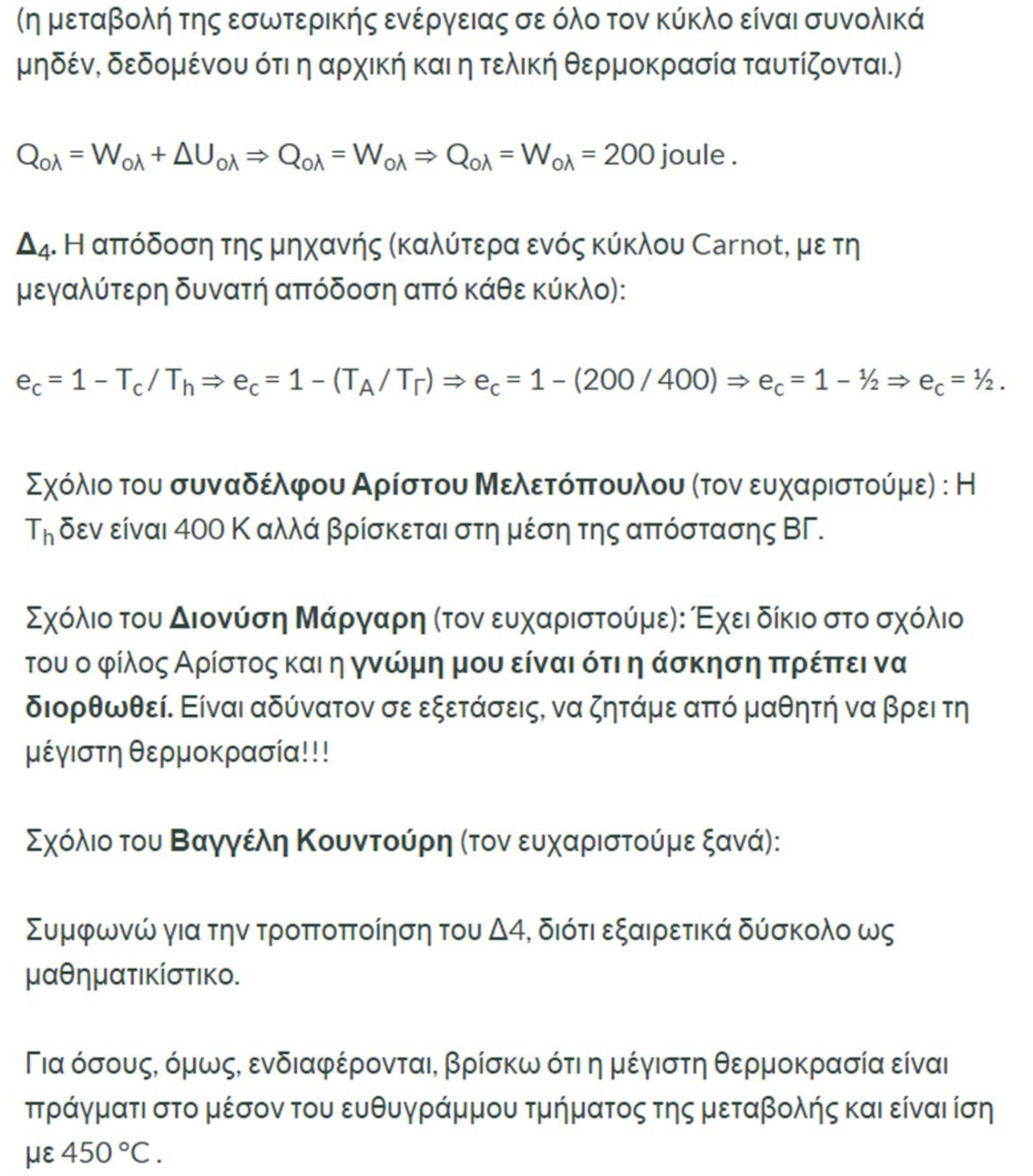
$W_{ΓA} = P_Γ \cdot (V_A - V_Γ) \Rightarrow W_{ΓA} = 2 \cdot 10^5 \cdot (2 \cdot 10^{-3} - 4 \cdot 10^{-3}) \Rightarrow W_{ΓA} = -400$ joule .

$W_{ολ} = W_{AB} + W_{BΓ} + W_{ΓA} \Rightarrow W_{ολ} = 0 + 600 - 400 \Rightarrow W_{ολ} = 200$ joule .

Σχόλιο του **Βαγγέλη Κουντούρη** (τον ευχαριστούμε): Μπορούμε να βρούμε ευκολότερα το ολικό έργο από το «εμβαδόν» του τριγώνου:

$W_{ολ}$ = εμβαδό τριγώνου ΑΒΓ = $½ \cdot (4 - 2) \cdot 10^{-3} \cdot (4 - 2) 10^5 \Rightarrow W_{ολ} = 200$ joule .

1ος θερμοδυναμικός νόμος στην κυκλική μεταβολή ΑΒΓΑ :



(η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας σε όλο τον κύκλο είναι συνολικά μηδέν, δεδομένου ότι η αρχική και η τελική θερμοκρασία ταυτίζονται.)

$Q_{ολ} = W_{ολ} + ΔU_{ολ} \Rightarrow Q_{ολ} = W_{ολ} \Rightarrow Q_{ολ} = W_{ολ} = 200$ joule .

Δ₄. Η απόδοση της μηχανής (καλύτερα ενός κύκλου Carnot, με τη μεγαλύτερη δυνατή απόδοση από κάθε κύκλο):

$e_c = 1 - T_c / T_h \Rightarrow e_c = 1 - (T_A / T_Γ) \Rightarrow e_c = 1 - (200 / 400) \Rightarrow e_c = 1 - ½ \Rightarrow e_c = ½$.

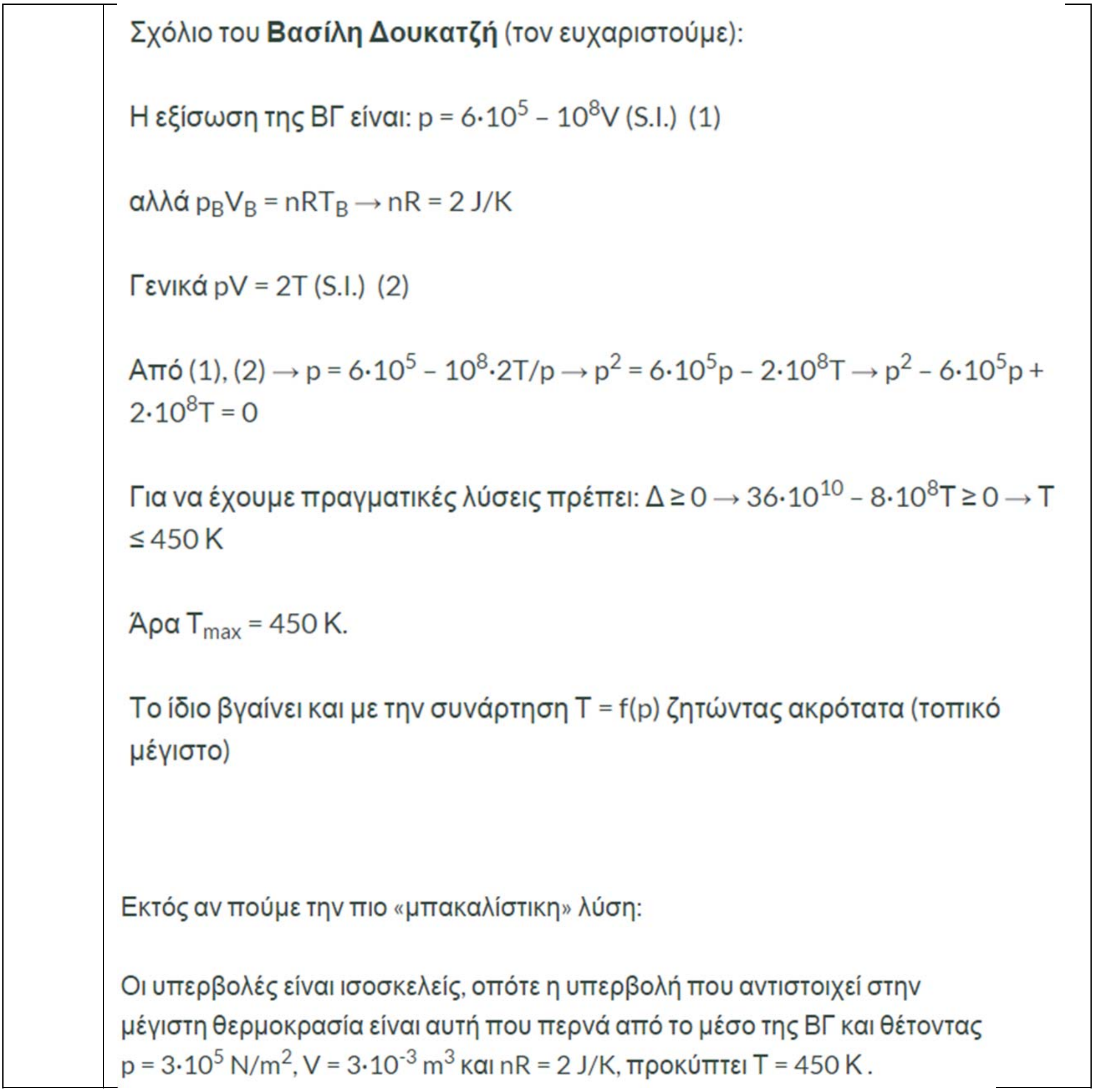
Σχόλιο του **συναδέλφου Αρίστου Μελετόπουλου** (τον ευχαριστούμε) : Η T_h δεν είναι 400 K αλλά βρίσκεται στη μέση της απόστασης ΒΓ.

Σχόλιο του **Διονύση Μάργαρη** (τον ευχαριστούμε)**:** Έχει δίκιο στο σχόλιο του ο φίλος Αρίστος και η **γνώμη μου είναι ότι η άσκηση πρέπει να διορθωθεί.** Είναι αδύνατον σε εξετάσεις, να ζητάμε από μαθητή να βρει τη μέγιστη θερμοκρασία!!!

Σχόλιο του **Βαγγέλη Κουντούρη** (τον ευχαριστούμε ξανά):

Συμφωνώ για την τροποποίηση του Δ4, διότι εξαιρετικά δύσκολο ως μαθηματικίστικο.

Για όσους, όμως, ενδιαφέρονται, βρίσκω ότι η μέγιστη θερμοκρασία είναι πράγματι στο μέσον του ευθυγράμμου τμήματος της μεταβολής και είναι ίση με 450 °C .



Σχόλιο του **Βασίλη Δουκατζή** (τον ευχαριστούμε):

Η εξίσωση της ΒΓ είναι: $p = 6{\cdot}10^5 - 10^8V$ (S.I.) (1)

αλλά $p_BV_B = nRT_B \rightarrow nR = 2$ J/K

Γενικά $pV = 2T$ (S.I.) (2)

Από (1), (2) $\rightarrow p = 6{\cdot}10^5 - 10^8{\cdot}2T/p \rightarrow p^2 = 6{\cdot}10^5p - 2{\cdot}10^8T \rightarrow p^2 - 6{\cdot}10^5p + 2{\cdot}10^8T = 0$

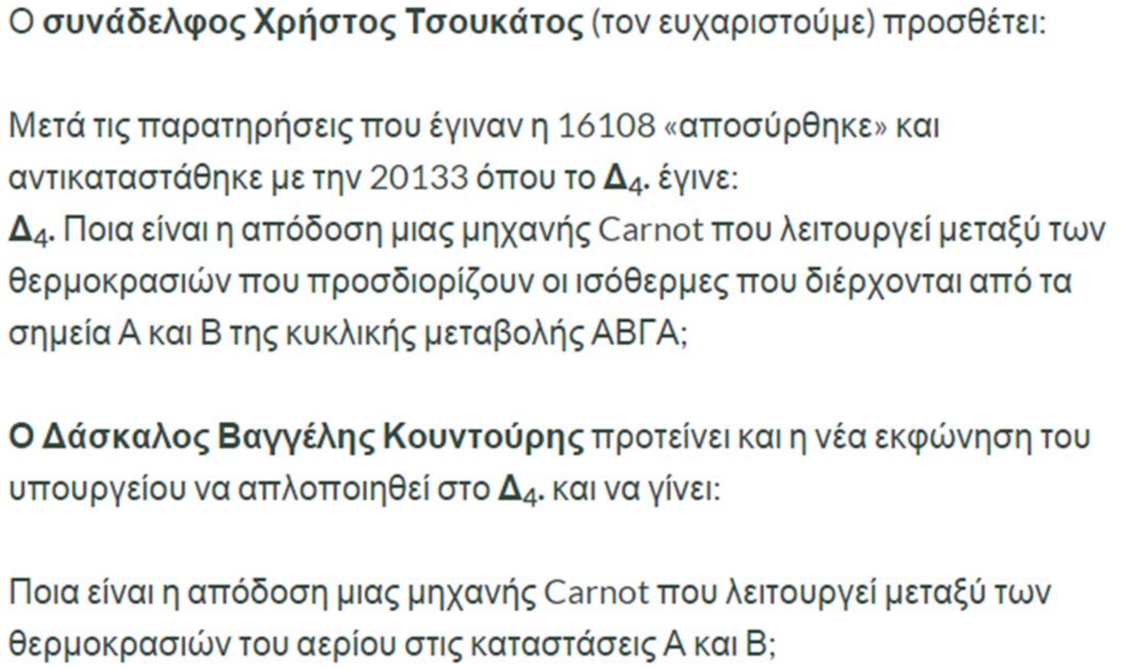
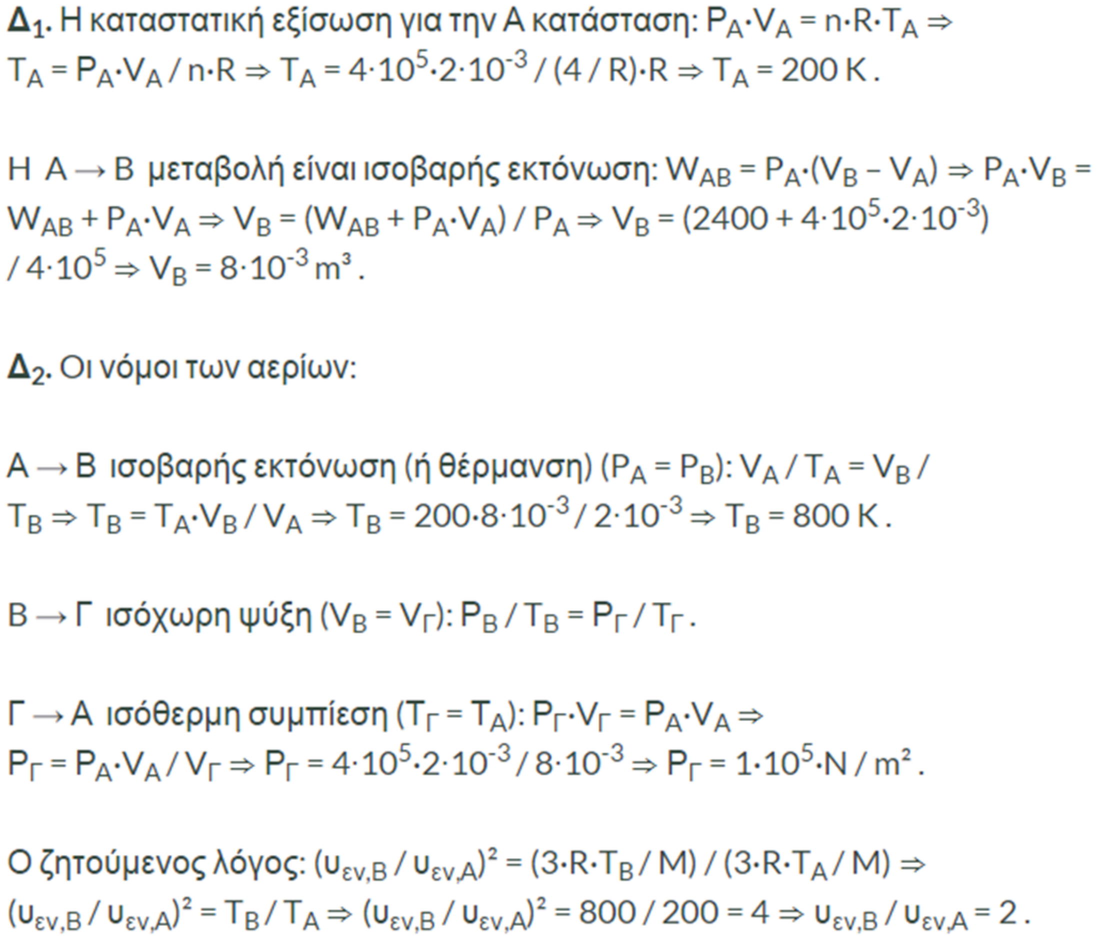
Για να έχουμε πραγματικές λύσεις πρέπει: $\Delta \geq 0 \rightarrow 36{\cdot}10^{10} - 8{\cdot}10^8T \geq 0 \rightarrow T \leq 450$ K

Άρα $T_{max} = 450$ K.

Το ίδιο βγαίνει και με την συνάρτηση $T = f(p)$ ζητώντας ακρότατα (τοπικό μέγιστο)

Εκτός αν πούμε την πιο «μπακαλίστικη» λύση:

Οι υπερβολές είναι ισοσκελείς, οπότε η υπερβολή που αντιστοιχεί στην μέγιστη θερμοκρασία είναι αυτή που περνά από το μέσο της ΒΓ και θέτοντας $p = 3{\cdot}10^5$ N/m^2, $V = 3{\cdot}10^{-3}$ m^3 και $nR = 2$ J/K, προκύπτει $T = 450$ K .

	 Ο **συνάδελφος Χρήστος Τσουκάτος** (τον ευχαριστούμε) προσθέτει: Μετά τις παρατηρήσεις που έγιναν η 16108 «αποσύρθηκε» και αντικαταστάθηκε με την 20133 όπου το **Δ_4.** έγινε: **Δ_4.** Ποια είναι η απόδοση μιας μηχανής Carnot που λειτουργεί μεταξύ των θερμοκρασιών που προσδιορίζουν οι ισόθερμες που διέρχονται από τα σημεία Α και Β της κυκλικής μεταβολής ΑΒΓΑ; **Ο Δάσκαλος Βαγγέλης Κουντούρης** προτείνει και η νέα εκφώνηση του υπουργείου να απλοποιηθεί στο **Δ_4.** και να γίνει: Ποια είναι η απόδοση μιας μηχανής Carnot που λειτουργεί μεταξύ των θερμοκρασιών του αερίου στις καταστάσεις Α και Β;
23 16016	 **Δ_1.** Η καταστατική εξίσωση για την Α κατάσταση: $P_A \cdot V_A = n \cdot R \cdot T_A \Rightarrow$ $T_A = P_A \cdot V_A / n \cdot R \Rightarrow T_A = 4 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3} / (4 / R) \cdot R \Rightarrow T_A = 200\ K$. Η $A \rightarrow B$ μεταβολή είναι ισοβαρής εκτόνωση: $W_{AB} = P_A \cdot (V_B - V_A) \Rightarrow P_A \cdot V_B =$ $W_{AB} + P_A \cdot V_A \Rightarrow V_B = (W_{AB} + P_A \cdot V_A) / P_A \Rightarrow V_B = (2400 + 4 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3})$ $/ 4 \cdot 10^5 \Rightarrow V_B = 8 \cdot 10^{-3}\ m^3$. **$\Delta_2$.** Οι νόμοι των αερίων: $A \rightarrow B$ ισοβαρής εκτόνωση (ή θέρμανση) ($P_A = P_B$): $V_A / T_A = V_B /$ $T_B \Rightarrow T_B = T_A \cdot V_B / V_A \Rightarrow T_B = 200 \cdot 8 \cdot 10^{-3} / 2 \cdot 10^{-3} \Rightarrow T_B = 800\ K$. $B \rightarrow \Gamma$ ισόχωρη ψύξη ($V_B = V_\Gamma$): $P_B / T_B = P_\Gamma / T_\Gamma$. $\Gamma \rightarrow A$ ισόθερμη συμπίεση ($T_\Gamma = T_A$): $P_\Gamma \cdot V_\Gamma = P_A \cdot V_A \Rightarrow$ $P_\Gamma = P_A \cdot V_A / V_\Gamma \Rightarrow P_\Gamma = 4 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3} / 8 \cdot 10^{-3} \Rightarrow P_\Gamma = 1 \cdot 10^5 \cdot N / m^2$. Ο ζητούμενος λόγος: $(\upsilon_{\varepsilon\nu,B} / \upsilon_{\varepsilon\nu,A})^2 = (3 \cdot R \cdot T_B / M) / (3 \cdot R \cdot T_A / M) \Rightarrow$ $(\upsilon_{\varepsilon\nu,B} / \upsilon_{\varepsilon\nu,A})^2 = T_B / T_A \Rightarrow (\upsilon_{\varepsilon\nu,B} / \upsilon_{\varepsilon\nu,A})^2 = 800 / 200 = 4 \Rightarrow \upsilon_{\varepsilon\nu,B} / \upsilon_{\varepsilon\nu,A} = 2$.

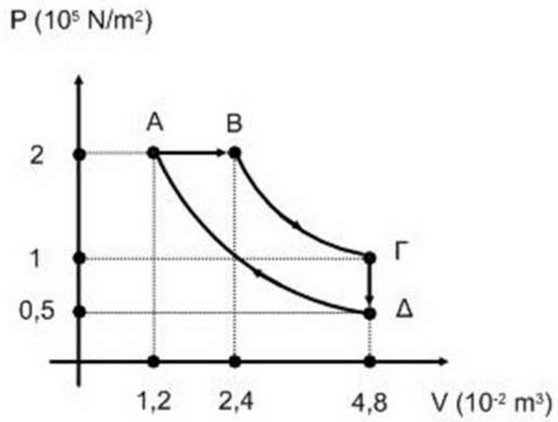
	Δ_3. Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου στη $B \rightarrow \Gamma$: $\Delta U_{B\Gamma} = n\cdot C_V\cdot \Delta T_{B\Gamma} \Rightarrow \Delta U_{B\Gamma} = (4 / R)\cdot(3\cdot R / 2)\cdot(T_\Gamma - T_B) \Rightarrow \Delta U_{B\Gamma} = 6\cdot(200 - 800) \Rightarrow \Delta U_{B\Gamma} = - 3600$ joule . **Δ_4.** Θα υπολογίσουμε τον λόγο: $Q_{AB} / \lvert Q_{B\Gamma} \rvert = (n\cdot C_V\cdot \Delta T_{AB}) / \lvert n\cdot C_p\cdot \Delta T_{B\Gamma} \rvert \Rightarrow Q_{AB} / \lvert Q_{B\Gamma} \rvert = ((3\cdot R / 2)\cdot(800 - 200)) / \lvert (5\cdot R / 2)\cdot(200 - 800) \rvert \Rightarrow Q_{AB} / \lvert Q_{B\Gamma} \rvert = 5 / 3 \Rightarrow Q_{AB} / \lvert Q_{B\Gamma} \rvert = \gamma$.
24 15999	**Δ_1. και Δ_2.** Οι μεταβολές του ιδανικού αερίου : $A \rightarrow B$ ισοβαρής εκτόνωση ($P_A = P_B$) : $V_A / T_A = V_B / T_B \Rightarrow V_A = V_B\cdot T_A / T_B \Rightarrow V_A = 2{,}4\cdot 10^{-3}\ m^3$. $B \rightarrow \Gamma$ επειδή ΔU = σταθερό $\Rightarrow \Delta T$ = σταθερό, άρα έχουμε ισόθερμη μεταβολή ($T_B = T_\Gamma$) : $P_B\cdot V_B = P_\Gamma\cdot V_\Gamma \Rightarrow P_B = P_\Gamma\cdot V_\Gamma / V_B$ ...(I) $\Gamma \rightarrow \Delta$ ισόχωρη ψύξη ($V_\Gamma = V_\Delta$) : $P_\Gamma / T_\Gamma = P_\Delta / T_\Delta$ ...(II) $\Delta \rightarrow A$ ισόθερμη μεταβολή ($T_\Delta = T_A$) : $P_\Delta\cdot V_\Delta = P_A\cdot V_A$. Από την σχέση (I): $P_B = P_\Gamma\cdot V_\Gamma / V_B \Rightarrow P_B = 10^5\cdot 4{,}8\cdot 10^{-3} / 2{,}4\cdot 10^{-3} \Rightarrow P_B = 2\cdot 10^5\ N / m^2$. Από την σχέση (II): $P_\Gamma / T_\Gamma = P_\Delta / T_\Delta \Rightarrow P_\Delta = P_\Gamma\cdot T_\Delta / T_\Gamma \Rightarrow P_\Delta = 10^5\cdot 300 / 600 \Rightarrow P_\Delta = ½\cdot 10^5$.

Καλύτερα να δημιουργήσουμε εδώ το P – V διάγραμμα, θα βοηθήσει στη συνέχεια (θα ξεκαθαρίσει και τις ισόθερμες) .

Με τις παραπάνω τιμές δημιουργούμε τον πίνακα:

	Α	Β	Γ	Δ
P	$2\cdot10^5$	$2\cdot10^5$	$1\cdot10^5$	$½\cdot10^5$
V	$1{,}2\cdot10^{-3}$	$2{,}4\cdot10^{-3}$	$4{,}8\cdot10^{-3}$	$4{,}8\cdot10^{-3}$
T	300	600	600	300

Με τις τιμές του πίνακα δημιουργούμε το P – V διάγραμμα:



Δ3.

Η θερμότητα στην ισόχωρη ψύξη ΓΔ:

$Q_{ΓΔ} = n\cdot C_V\cdot ΔT_{ΓΔ} \Rightarrow Q_{ΓΔ} = n\cdot C_V\cdot(T_Δ - T_Γ) \Rightarrow Q_{ΓΔ} = n\cdot(3\cdot R / 2)\cdot(T_Δ - T_Γ) \Rightarrow Q_{ΓΔ} = (3 / 2)\cdot(P_Δ\cdot V_Δ - P_Γ\cdot V_Γ) \Rightarrow Q_{ΓΔ} = (3 / 2)\cdot(½\cdot10^5\cdot4{,}8\cdot10^{-3} – 10^5\cdot4{,}8\cdot10^{-3}) \Rightarrow Q_{ΓΔ} = –360$ joule .

1ος θερμοδυναμικός νόμος στην ισόθερμη ($ΔU_{ΔA} = 0$) συμπίεση ΔΑ :

$Q_{ΔA} = W_{ΔA} + ΔU_{ΔA} \Rightarrow Q_{ΔA} = W_{ΔA} \Rightarrow Q_{ΔA} = n\cdot R\cdot T_A\cdot \ln (V_A / V_Δ) \Rightarrow Q_{ΔA} = P_A\cdot V_A\cdot \ln (V_A / V_Δ) \Rightarrow Q_{ΔA} = 2\cdot10^5\cdot1{,}2\cdot10^{-3}\cdot \ln (1{,}2\cdot10^{-3} / 4{,}8\cdot10^{-3}) \Rightarrow Q_{ΔA} = –336$ joule .

Δ4.

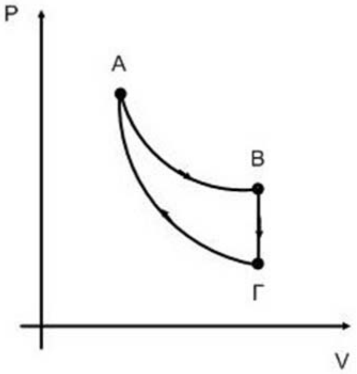
Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας στη ΑΒ:

$\Delta U_{AB} = n\cdot C_V\cdot \Delta T_{AB} \Rightarrow \Delta U_{AB} = n\cdot(3\cdot R / 2)\cdot(T_B - T_A) \Rightarrow \Delta U_{AB} = (3/2)\cdot(P_B\cdot V_B - P_A\cdot V_A) \Rightarrow \Delta U_{AB} = (3/2)\cdot(2\cdot 10^5\cdot 2{,}4\cdot 10^{-3} - 2\cdot 10^5\cdot 1{,}2\cdot 10^{-3}) \Rightarrow \Delta U_{AB} = +360$ joule .

25
15998

Δ1.

Το ζητούμενο ποιοτικό διάγραμμα:



Δ2.

Οι μεταβολές του ιδανικού αερίου :

$A \rightarrow B$ ισόθερμη εκτόνωση $(T_A = T_B)$:

$P_A\cdot V_A = P_B\cdot V_B \ldots (I)$

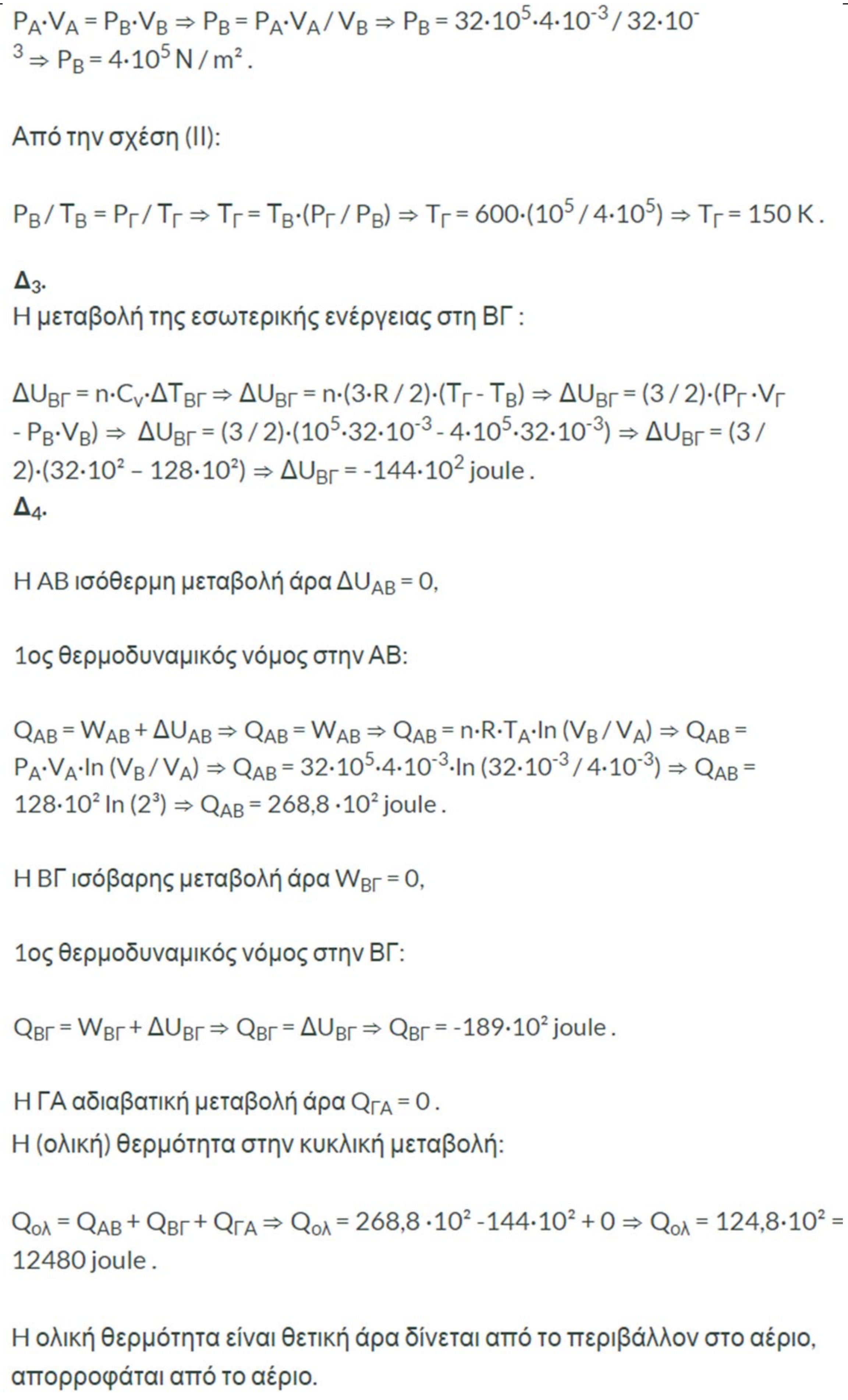
$B \rightarrow \Gamma$ ισόχωρη ψύξη $(V_B = V_\Gamma)$:

$P_B / T_B = P_\Gamma / T_\Gamma \ldots (II)$

$\Gamma \rightarrow A$ αδιαβατική συμπίεση $(Q_{\Gamma A} = 0)$:

$P_\Gamma\cdot V_\Gamma^{\gamma} = P_A\cdot V_A^{\gamma} \Rightarrow V_\Gamma^{\gamma} = V_A^{\gamma}\cdot(P_A / P_\Gamma) \Rightarrow V_\Gamma = V_A\cdot(P_A / P_\Gamma)^{1/\gamma} \Rightarrow V_\Gamma = 4\cdot 10^{-3}\cdot(32\cdot 10^5 / 10^5)^{3/5} \Rightarrow V_\Gamma = 4\cdot 10^{-3}\cdot(2^5)^{3/5} \Rightarrow V_\Gamma = 4\cdot 10^{-3}\cdot 2^3 = 32\cdot 10^{-3}\ m^3$.

Ισχύει $V_B = V_\Gamma$, από την σχέση (I):



$P_A \cdot V_A = P_B \cdot V_B \Rightarrow P_B = P_A \cdot V_A / V_B \Rightarrow P_B = 32 \cdot 10^5 \cdot 4 \cdot 10^{-3} / 32 \cdot 10^{-3} \Rightarrow P_B = 4 \cdot 10^5\ N / m^2$.

Από την σχέση (II):

$P_B / T_B = P_\Gamma / T_\Gamma \Rightarrow T_\Gamma = T_B \cdot (P_\Gamma / P_B) \Rightarrow T_\Gamma = 600 \cdot (10^5 / 4 \cdot 10^5) \Rightarrow T_\Gamma = 150\ K$.

Δ$_3$.

Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας στη ΒΓ :

$\Delta U_{B\Gamma} = n \cdot C_v \cdot \Delta T_{B\Gamma} \Rightarrow \Delta U_{B\Gamma} = n \cdot (3 \cdot R / 2) \cdot (T_\Gamma - T_B) \Rightarrow \Delta U_{B\Gamma} = (3 / 2) \cdot (P_\Gamma \cdot V_\Gamma - P_B \cdot V_B) \Rightarrow \Delta U_{B\Gamma} = (3 / 2) \cdot (10^5 \cdot 32 \cdot 10^{-3} - 4 \cdot 10^5 \cdot 32 \cdot 10^{-3}) \Rightarrow \Delta U_{B\Gamma} = (3 / 2) \cdot (32 \cdot 10^2 - 128 \cdot 10^2) \Rightarrow \Delta U_{B\Gamma} = -144 \cdot 10^2$ joule.

Δ$_4$.

Η ΑΒ ισόθερμη μεταβολή άρα $\Delta U_{AB} = 0$,

1ος θερμοδυναμικός νόμος στην ΑΒ:

$Q_{AB} = W_{AB} + \Delta U_{AB} \Rightarrow Q_{AB} = W_{AB} \Rightarrow Q_{AB} = n \cdot R \cdot T_A \cdot \ln (V_B / V_A) \Rightarrow Q_{AB} = P_A \cdot V_A \cdot \ln (V_B / V_A) \Rightarrow Q_{AB} = 32 \cdot 10^5 \cdot 4 \cdot 10^{-3} \cdot \ln (32 \cdot 10^{-3} / 4 \cdot 10^{-3}) \Rightarrow Q_{AB} = 128 \cdot 10^2 \ln (2^3) \Rightarrow Q_{AB} = 268{,}8 \cdot 10^2$ joule.

Η ΒΓ ισόβαρης μεταβολή άρα $W_{B\Gamma} = 0$,

1ος θερμοδυναμικός νόμος στην ΒΓ:

$Q_{B\Gamma} = W_{B\Gamma} + \Delta U_{B\Gamma} \Rightarrow Q_{B\Gamma} = \Delta U_{B\Gamma} \Rightarrow Q_{B\Gamma} = -189 \cdot 10^2$ joule.

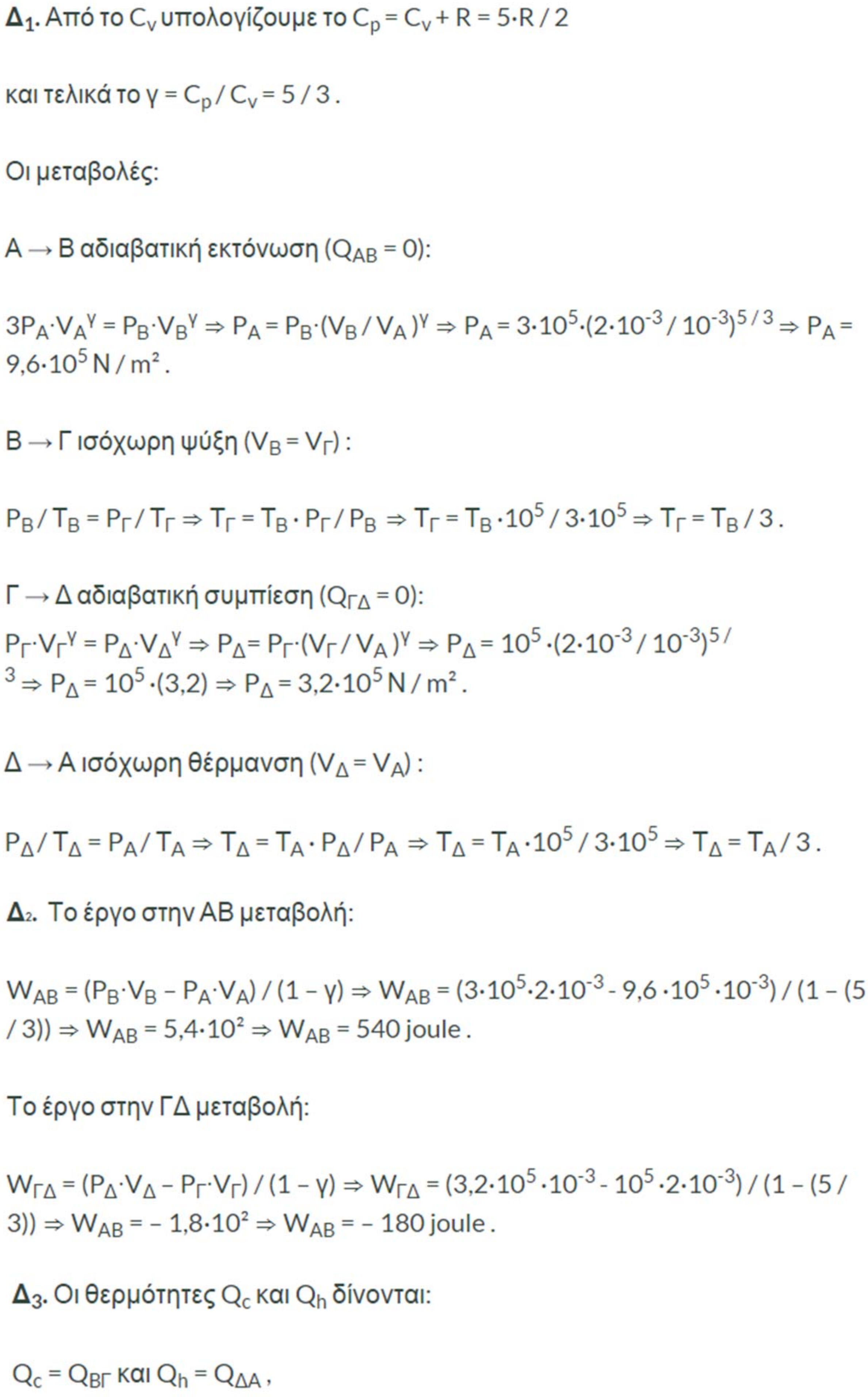
Η ΓΑ αδιαβατική μεταβολή άρα $Q_{\Gamma A} = 0$.

Η (ολική) θερμότητα στην κυκλική μεταβολή:

$Q_{ολ} = Q_{AB} + Q_{B\Gamma} + Q_{\Gamma A} \Rightarrow Q_{ολ} = 268{,}8 \cdot 10^2 - 144 \cdot 10^2 + 0 \Rightarrow Q_{ολ} = 124{,}8 \cdot 10^2 = 12480$ joule.

Η ολική θερμότητα είναι θετική άρα δίνεται από το περιβάλλον στο αέριο, απορροφάται από το αέριο.

26
15983



Δ$_1$. Από το C_v υπολογίζουμε το $C_p = C_v + R = 5 \cdot R / 2$

και τελικά το $\gamma = C_p / C_v = 5 / 3$.

Οι μεταβολές:

Α → Β αδιαβατική εκτόνωση ($Q_{AB} = 0$):

$3P_A \cdot V_A^{\gamma} = P_B \cdot V_B^{\gamma} \Rightarrow P_A = P_B \cdot (V_B / V_A)^{\gamma} \Rightarrow P_A = 3 \cdot 10^5 \cdot (2 \cdot 10^{-3} / 10^{-3})^{5/3} \Rightarrow P_A = 9{,}6 \cdot 10^5 \, N / m^2$.

Β → Γ ισόχωρη ψύξη ($V_B = V_\Gamma$) :

$P_B / T_B = P_\Gamma / T_\Gamma \Rightarrow T_\Gamma = T_B \cdot P_\Gamma / P_B \Rightarrow T_\Gamma = T_B \cdot 10^5 / 3 \cdot 10^5 \Rightarrow T_\Gamma = T_B / 3$.

Γ → Δ αδιαβατική συμπίεση ($Q_{\Gamma\Delta} = 0$):

$P_\Gamma \cdot V_\Gamma^{\gamma} = P_\Delta \cdot V_\Delta^{\gamma} \Rightarrow P_\Delta = P_\Gamma \cdot (V_\Gamma / V_\Delta)^{\gamma} \Rightarrow P_\Delta = 10^5 \cdot (2 \cdot 10^{-3} / 10^{-3})^{5/3} \Rightarrow P_\Delta = 10^5 \cdot (3{,}2) \Rightarrow P_\Delta = 3{,}2 \cdot 10^5 \, N / m^2$.

Δ → Α ισόχωρη θέρμανση ($V_\Delta = V_A$) :

$P_\Delta / T_\Delta = P_A / T_A \Rightarrow T_\Delta = T_A \cdot P_\Delta / P_A \Rightarrow T_\Delta = T_A \cdot 10^5 / 3 \cdot 10^5 \Rightarrow T_\Delta = T_A / 3$.

Δ$_2$. Το έργο στην ΑΒ μεταβολή:

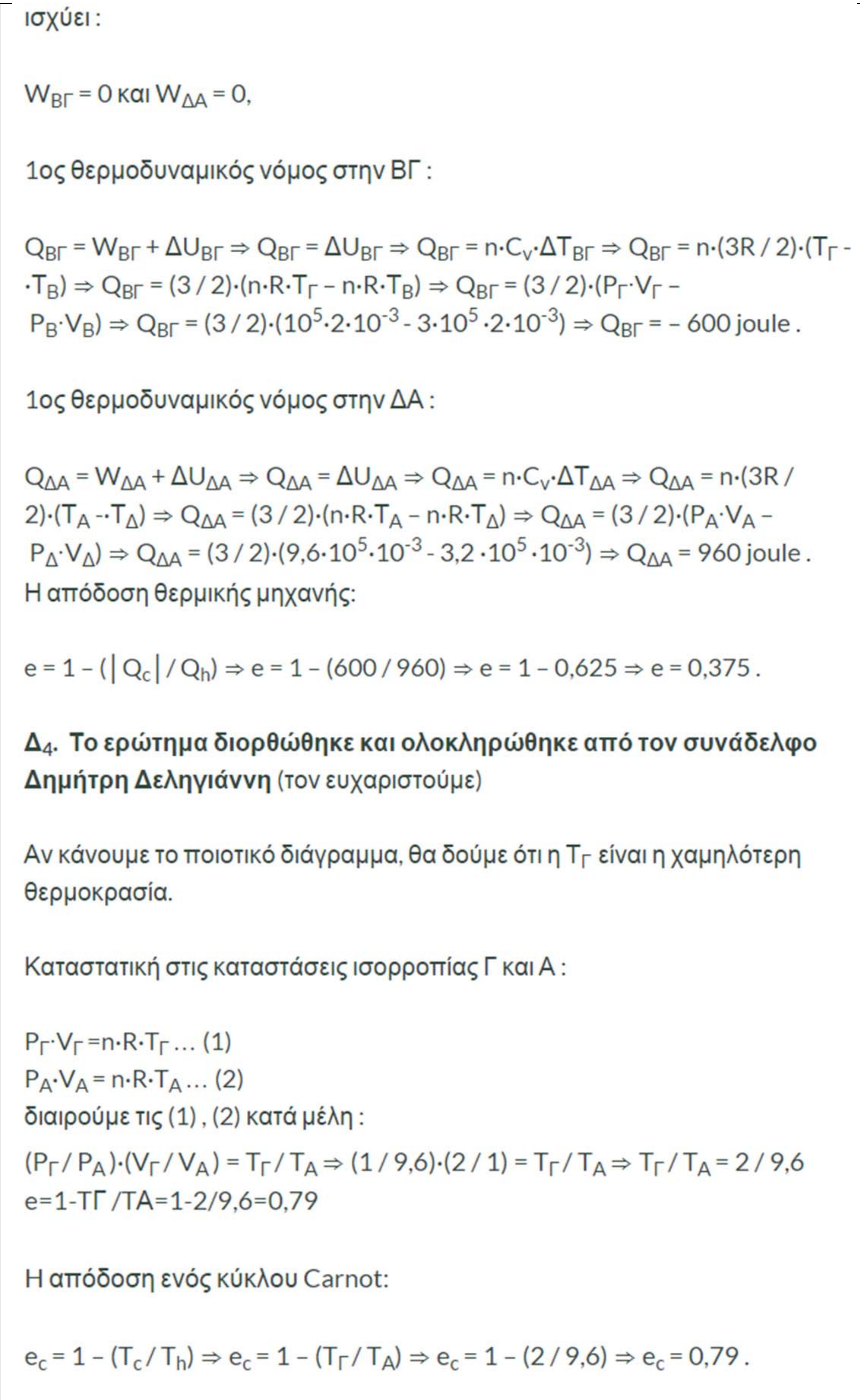
$W_{AB} = (P_B \cdot V_B - P_A \cdot V_A) / (1 - \gamma) \Rightarrow W_{AB} = (3 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3} - 9{,}6 \cdot 10^5 \cdot 10^{-3}) / (1 - (5 / 3)) \Rightarrow W_{AB} = 5{,}4 \cdot 10^2 \Rightarrow W_{AB} = 540$ joule.

Το έργο στην ΓΔ μεταβολή:

$W_{\Gamma\Delta} = (P_\Delta \cdot V_\Delta - P_\Gamma \cdot V_\Gamma) / (1 - \gamma) \Rightarrow W_{\Gamma\Delta} = (3{,}2 \cdot 10^5 \cdot 10^{-3} - 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3}) / (1 - (5 / 3)) \Rightarrow W_{AB} = -\,1{,}8 \cdot 10^2 \Rightarrow W_{AB} = -\,180$ joule.

Δ$_3$. Οι θερμότητες Q_c και Q_h δίνονται:

$Q_c = Q_{B\Gamma}$ και $Q_h = Q_{\Delta A}$,



ισχύει :

$W_{ΒΓ} = 0$ και $W_{ΔΑ} = 0$,

1ος θερμοδυναμικός νόμος στην ΒΓ :

$Q_{ΒΓ} = W_{ΒΓ} + ΔU_{ΒΓ} \Rightarrow Q_{ΒΓ} = ΔU_{ΒΓ} \Rightarrow Q_{ΒΓ} = n{\cdot}C_V{\cdot}ΔT_{ΒΓ} \Rightarrow Q_{ΒΓ} = n{\cdot}(3R / 2){\cdot}(T_Γ - {\cdot}T_B) \Rightarrow Q_{ΒΓ} = (3 / 2){\cdot}(n{\cdot}R{\cdot}T_Γ - n{\cdot}R{\cdot}T_B) \Rightarrow Q_{ΒΓ} = (3 / 2){\cdot}(P_Γ{\cdot}V_Γ - P_B{\cdot}V_B) \Rightarrow Q_{ΒΓ} = (3 / 2){\cdot}(10^5{\cdot}2{\cdot}10^{-3} - 3{\cdot}10^5{\cdot}2{\cdot}10^{-3}) \Rightarrow Q_{ΒΓ} = - 600$ joule .

1ος θερμοδυναμικός νόμος στην ΔΑ :

$Q_{ΔΑ} = W_{ΔΑ} + ΔU_{ΔΑ} \Rightarrow Q_{ΔΑ} = ΔU_{ΔΑ} \Rightarrow Q_{ΔΑ} = n{\cdot}C_V{\cdot}ΔT_{ΔΑ} \Rightarrow Q_{ΔΑ} = n{\cdot}(3R / 2){\cdot}(T_A -{\cdot}T_Δ) \Rightarrow Q_{ΔΑ} = (3 / 2){\cdot}(n{\cdot}R{\cdot}T_A - n{\cdot}R{\cdot}T_Δ) \Rightarrow Q_{ΔΑ} = (3 / 2){\cdot}(P_A{\cdot}V_A - P_Δ{\cdot}V_Δ) \Rightarrow Q_{ΔΑ} = (3 / 2){\cdot}(9{,}6{\cdot}10^5{\cdot}10^{-3} - 3{,}2{\cdot}10^5{\cdot}10^{-3}) \Rightarrow Q_{ΔΑ} = 960$ joule .

Η απόδοση θερμικής μηχανής:

$e = 1 - (|Q_c| / Q_h) \Rightarrow e = 1 - (600 / 960) \Rightarrow e = 1 - 0{,}625 \Rightarrow e = 0{,}375$.

$Δ_4$. Το ερώτημα διορθώθηκε και ολοκληρώθηκε από τον συνάδελφο Δημήτρη Δεληγιάννη (τον ευχαριστούμε)

Αν κάνουμε το ποιοτικό διάγραμμα, θα δούμε ότι η $T_Γ$ είναι η χαμηλότερη θερμοκρασία.

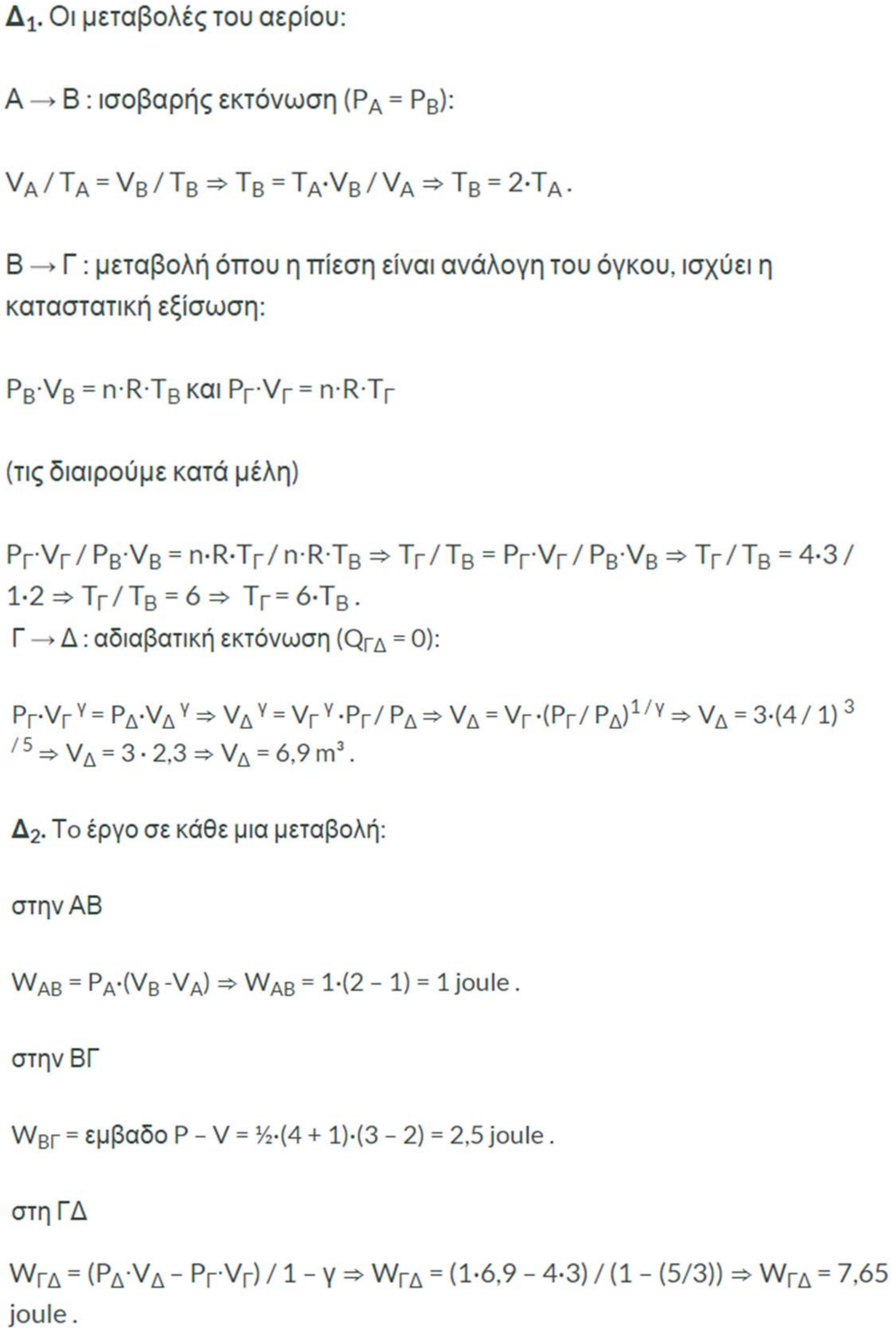
Καταστατική στις καταστάσεις ισορροπίας Γ και Α :

$P_Γ{\cdot}V_Γ = n{\cdot}R{\cdot}T_Γ \ldots (1)$
$P_A{\cdot}V_A = n{\cdot}R{\cdot}T_A \ldots (2)$
διαιρούμε τις (1) , (2) κατά μέλη :
$(P_Γ / P_A){\cdot}(V_Γ / V_A) = T_Γ / T_A \Rightarrow (1 / 9{,}6){\cdot}(2 / 1) = T_Γ / T_A \Rightarrow T_Γ / T_A = 2 / 9{,}6$
e=1-TΓ /TA=1-2/9,6=0,79

Η απόδοση ενός κύκλου Carnot:

$e_c = 1 - (T_c / T_h) \Rightarrow e_c = 1 - (T_Γ / T_A) \Rightarrow e_c = 1 - (2 / 9{,}6) \Rightarrow e_c = 0{,}79$.

27
15981



Δ₁. Οι μεταβολές του αερίου:

$A \rightarrow B$: ισοβαρής εκτόνωση ($P_A = P_B$):

$V_A / T_A = V_B / T_B \Rightarrow T_B = T_A{\cdot}V_B / V_A \Rightarrow T_B = 2{\cdot}T_A$.

$B \rightarrow \Gamma$: μεταβολή όπου η πίεση είναι ανάλογη του όγκου, ισχύει η καταστατική εξίσωση:

$P_B{\cdot}V_B = n{\cdot}R{\cdot}T_B$ και $P_\Gamma{\cdot}V_\Gamma = n{\cdot}R{\cdot}T_\Gamma$

(τις διαιρούμε κατά μέλη)

$P_\Gamma{\cdot}V_\Gamma / P_B{\cdot}V_B = n{\cdot}R{\cdot}T_\Gamma / n{\cdot}R{\cdot}T_B \Rightarrow T_\Gamma / T_B = P_\Gamma{\cdot}V_\Gamma / P_B{\cdot}V_B \Rightarrow T_\Gamma / T_B = 4{\cdot}3 / 1{\cdot}2 \Rightarrow T_\Gamma / T_B = 6 \Rightarrow T_\Gamma = 6{\cdot}T_B$.

$\Gamma \rightarrow \Delta$: αδιαβατική εκτόνωση ($Q_{\Gamma\Delta} = 0$):

$P_\Gamma{\cdot}V_\Gamma{}^{\gamma} = P_\Delta{\cdot}V_\Delta{}^{\gamma} \Rightarrow V_\Delta{}^{\gamma} = V_\Gamma{}^{\gamma}{\cdot}P_\Gamma / P_\Delta \Rightarrow V_\Delta = V_\Gamma{\cdot}(P_\Gamma / P_\Delta)^{1/\gamma} \Rightarrow V_\Delta = 3{\cdot}(4 / 1)^{3/5} \Rightarrow V_\Delta = 3 \cdot 2{,}3 \Rightarrow V_\Delta = 6{,}9\ m^3$.

Δ₂. Το έργο σε κάθε μια μεταβολή:

στην ΑΒ

$W_{AB} = P_A{\cdot}(V_B - V_A) \Rightarrow W_{AB} = 1{\cdot}(2 - 1) = 1$ joule .

στην ΒΓ

$W_{B\Gamma}$ = εμβαδο $P - V = ½{\cdot}(4 + 1){\cdot}(3 - 2) = 2{,}5$ joule .

στη ΓΔ

$W_{\Gamma\Delta} = (P_\Delta{\cdot}V_\Delta - P_\Gamma{\cdot}V_\Gamma) / 1 - \gamma \Rightarrow W_{\Gamma\Delta} = (1{\cdot}6{,}9 - 4{\cdot}3) / (1 - (5/3)) \Rightarrow W_{\Gamma\Delta} = 7{,}65$ joule .

Δ_3. Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας:

στην ΑΒ

$\Delta U_{AB} = (3/2)\cdot n\cdot R\cdot \Delta T_{AB} \Rightarrow \Delta U_{AB} = (3/2)\cdot(n\cdot R\cdot T_B - n\cdot R\cdot T_A) \Rightarrow \Delta U_{AB} = (3/2)\cdot(P_B\cdot V_B - P_A\cdot V_A) \Rightarrow \Delta U_{AB} = (3/2)\cdot(1\cdot 2 - 1\cdot 1) \Rightarrow \Delta U_{AB} = 1,5$ joule.

στην ΒΓ

$\Delta U_{B\Gamma} = (3/2)\cdot n\cdot R\cdot \Delta T_{B\Gamma} \Rightarrow \Delta U_{B\Gamma} = (3/2)\cdot(n\cdot R\cdot T_\Gamma - n\cdot R\cdot T_B) \Rightarrow \Delta U_{B\Gamma} = (3/2)\cdot(P_\Gamma\cdot V_\Gamma - P_B\cdot V_B) \Rightarrow \Delta U_{B\Gamma} = (3/2)\cdot(4\cdot 3 - 1\cdot 2) \Rightarrow \Delta U_{B\Gamma} = 15$ joule.

1ος Θ.Ν στη ΓΔ:

$Q_{\Gamma\Delta} = W_{\Gamma\Delta} + \Delta U_{\Gamma\Delta}$ όπου $Q_{\Gamma\Delta} = 0$ άρα $\Delta U_{\Gamma\Delta} = -W_{\Gamma\Delta} \Rightarrow \Delta U_{\Gamma\Delta} = -7,65$ joule.

Δ_4. Η θερμότητα σε κάθε μεταβολή:

1ος Θ.Ν στη ΒΓ :

$Q_{AB} = W_{AB} + \Delta U_{AB} \Rightarrow Q_{AB} = 1 + 1,5 = 2,5$ joule.

1ος Θ.Ν στη ΒΓ:

$Q_{B\Gamma} = W_{B\Gamma} + \Delta U_{B\Gamma} \Rightarrow Q_{B\Gamma} = 2,5 + 15 = 17,5$ joule.

$Q_{\Gamma\Delta} = 0$ αφού η ΓΔ είναι αδιαβατική μεταβολή.

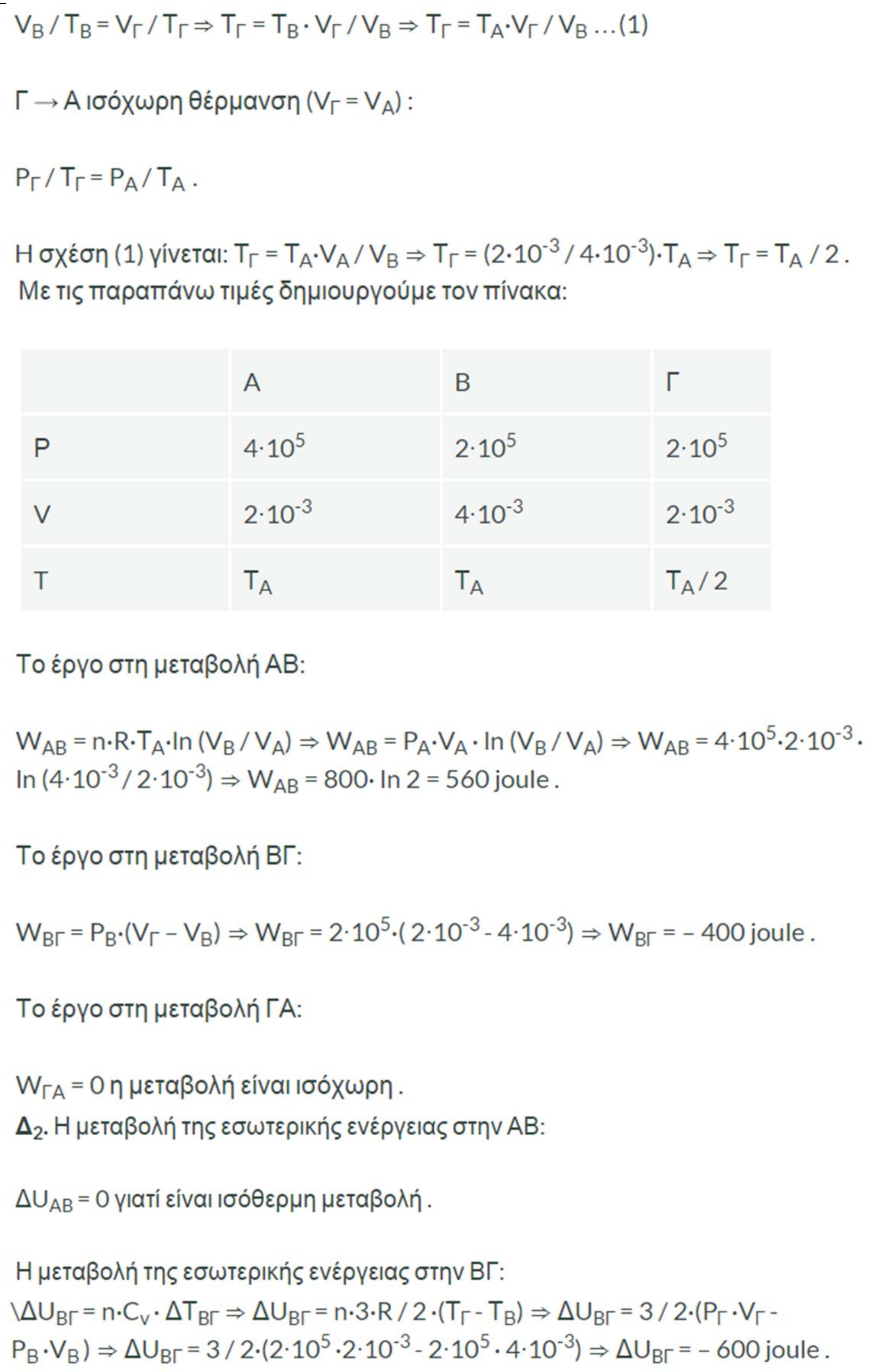
28
15977

Δ_1. Οι νόμοι των αερίων σε όλες τις μεταβολές:

$A \rightarrow B$ ισόθερμη εκτόνωση ($T_A = T_B$) :

$P_A\cdot V_A = P_B\cdot V_B \Rightarrow P_B = P_A\cdot V_A / V_B \Rightarrow P_B = 4\cdot 10^5\cdot 2\cdot 10^{-3} / 4\cdot 10^{-3} \Rightarrow P_B = 2\cdot 10^5\ N/m^2$.

$B \rightarrow \Gamma$ ισοβαρής συμπίεση ($P_B = P_\Gamma$) :



$V_B / T_B = V_\Gamma / T_\Gamma \Rightarrow T_\Gamma = T_B \cdot V_\Gamma / V_B \Rightarrow T_\Gamma = T_A{\cdot}V_\Gamma / V_B \ldots(1)$

Γ → Α ισόχωρη θέρμανση ($V_\Gamma = V_A$) :

$P_\Gamma / T_\Gamma = P_A / T_A$.

Η σχέση (1) γίνεται: $T_\Gamma = T_A{\cdot}V_A / V_B \Rightarrow T_\Gamma = (2{\cdot}10^{-3} / 4{\cdot}10^{-3}){\cdot}T_A \Rightarrow T_\Gamma = T_A / 2$.
Με τις παραπάνω τιμές δημιουργούμε τον πίνακα:

	A	B	Γ
P	$4{\cdot}10^5$	$2{\cdot}10^5$	$2{\cdot}10^5$
V	$2{\cdot}10^{-3}$	$4{\cdot}10^{-3}$	$2{\cdot}10^{-3}$
T	T_A	T_A	$T_A / 2$

Το έργο στη μεταβολή ΑΒ:

$W_{AB} = n{\cdot}R{\cdot}T_A{\cdot}\ln(V_B / V_A) \Rightarrow W_{AB} = P_A{\cdot}V_A \cdot \ln(V_B / V_A) \Rightarrow W_{AB} = 4{\cdot}10^5{\cdot}2{\cdot}10^{-3}{\cdot}$
$\ln(4{\cdot}10^{-3} / 2{\cdot}10^{-3}) \Rightarrow W_{AB} = 800{\cdot} \ln 2 = 560$ joule .

Το έργο στη μεταβολή ΒΓ:

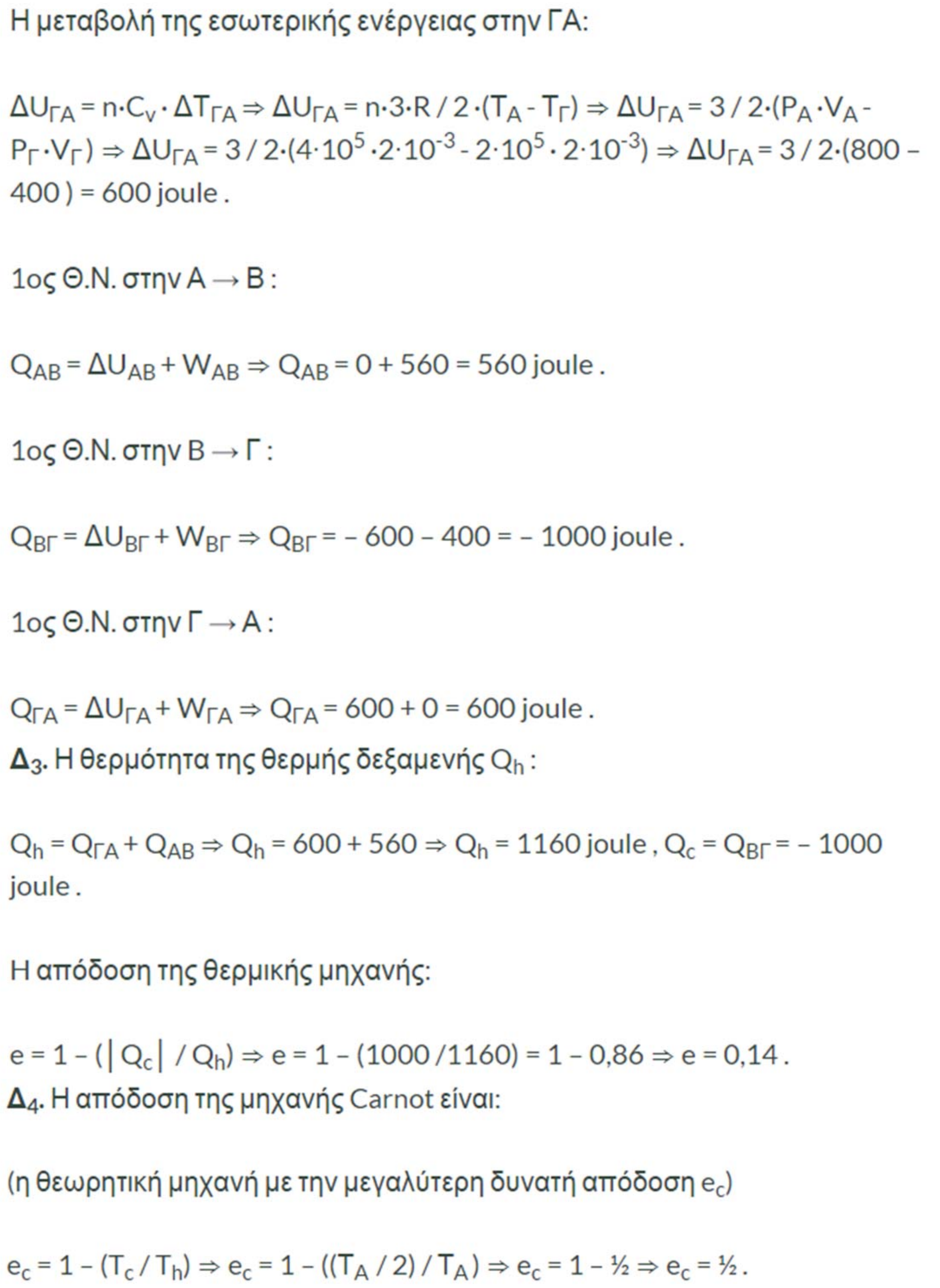
$W_{B\Gamma} = P_B{\cdot}(V_\Gamma - V_B) \Rightarrow W_{B\Gamma} = 2{\cdot}10^5{\cdot}(2{\cdot}10^{-3} - 4{\cdot}10^{-3}) \Rightarrow W_{B\Gamma} = -400$ joule .

Το έργο στη μεταβολή ΓΑ:

$W_{\Gamma A} = 0$ η μεταβολή είναι ισόχωρη .
Δ₂. Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας στην ΑΒ:

$\Delta U_{AB} = 0$ γιατί είναι ισόθερμη μεταβολή .

Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας στην ΒΓ:
\\$\Delta U_{B\Gamma} = n{\cdot}C_V \cdot \Delta T_{B\Gamma} \Rightarrow \Delta U_{B\Gamma} = n{\cdot}3{\cdot}R / 2{\cdot}(T_\Gamma - T_B) \Rightarrow \Delta U_{B\Gamma} = 3 / 2{\cdot}(P_\Gamma{\cdot}V_\Gamma -$
$P_B{\cdot}V_B) \Rightarrow \Delta U_{B\Gamma} = 3 / 2{\cdot}(2{\cdot}10^5{\cdot}2{\cdot}10^{-3} - 2{\cdot}10^5 \cdot 4{\cdot}10^{-3}) \Rightarrow \Delta U_{B\Gamma} = -600$ joule .



Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας στην ΓΑ:

$\Delta U_{\Gamma A} = n \cdot C_V \cdot \Delta T_{\Gamma A} \Rightarrow \Delta U_{\Gamma A} = n \cdot 3 \cdot R / 2 \cdot (T_A - T_\Gamma) \Rightarrow \Delta U_{\Gamma A} = 3 / 2 \cdot (P_A \cdot V_A - P_\Gamma \cdot V_\Gamma) \Rightarrow \Delta U_{\Gamma A} = 3 / 2 \cdot (4 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3}) \Rightarrow \Delta U_{\Gamma A} = 3 / 2 \cdot (800 - 400) = 600$ joule .

1ος Θ.Ν. στην $A \rightarrow B$:

$Q_{AB} = \Delta U_{AB} + W_{AB} \Rightarrow Q_{AB} = 0 + 560 = 560$ joule .

1ος Θ.Ν. στην $B \rightarrow \Gamma$:

$Q_{B\Gamma} = \Delta U_{B\Gamma} + W_{B\Gamma} \Rightarrow Q_{B\Gamma} = - 600 - 400 = - 1000$ joule .

1ος Θ.Ν. στην $\Gamma \rightarrow A$:

$Q_{\Gamma A} = \Delta U_{\Gamma A} + W_{\Gamma A} \Rightarrow Q_{\Gamma A} = 600 + 0 = 600$ joule .

Δ$_3$. Η θερμότητα της θερμής δεξαμενής Q_h :

$Q_h = Q_{\Gamma A} + Q_{AB} \Rightarrow Q_h = 600 + 560 \Rightarrow Q_h = 1160$ joule , $Q_c = Q_{B\Gamma} = - 1000$ joule .

Η απόδοση της θερμικής μηχανής:

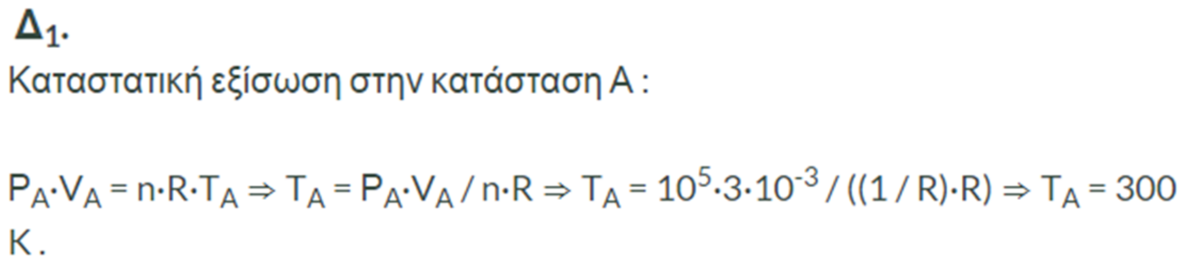
$e = 1 - (|Q_c| / Q_h) \Rightarrow e = 1 - (1000 / 1160) = 1 - 0{,}86 \Rightarrow e = 0{,}14$.

Δ$_4$. Η απόδοση της μηχανής Carnot είναι:

(η θεωρητική μηχανή με την μεγαλύτερη δυνατή απόδοση e_c)

$e_c = 1 - (T_c / T_h) \Rightarrow e_c = 1 - ((T_A / 2) / T_A) \Rightarrow e_c = 1 - ½ \Rightarrow e_c = ½$.

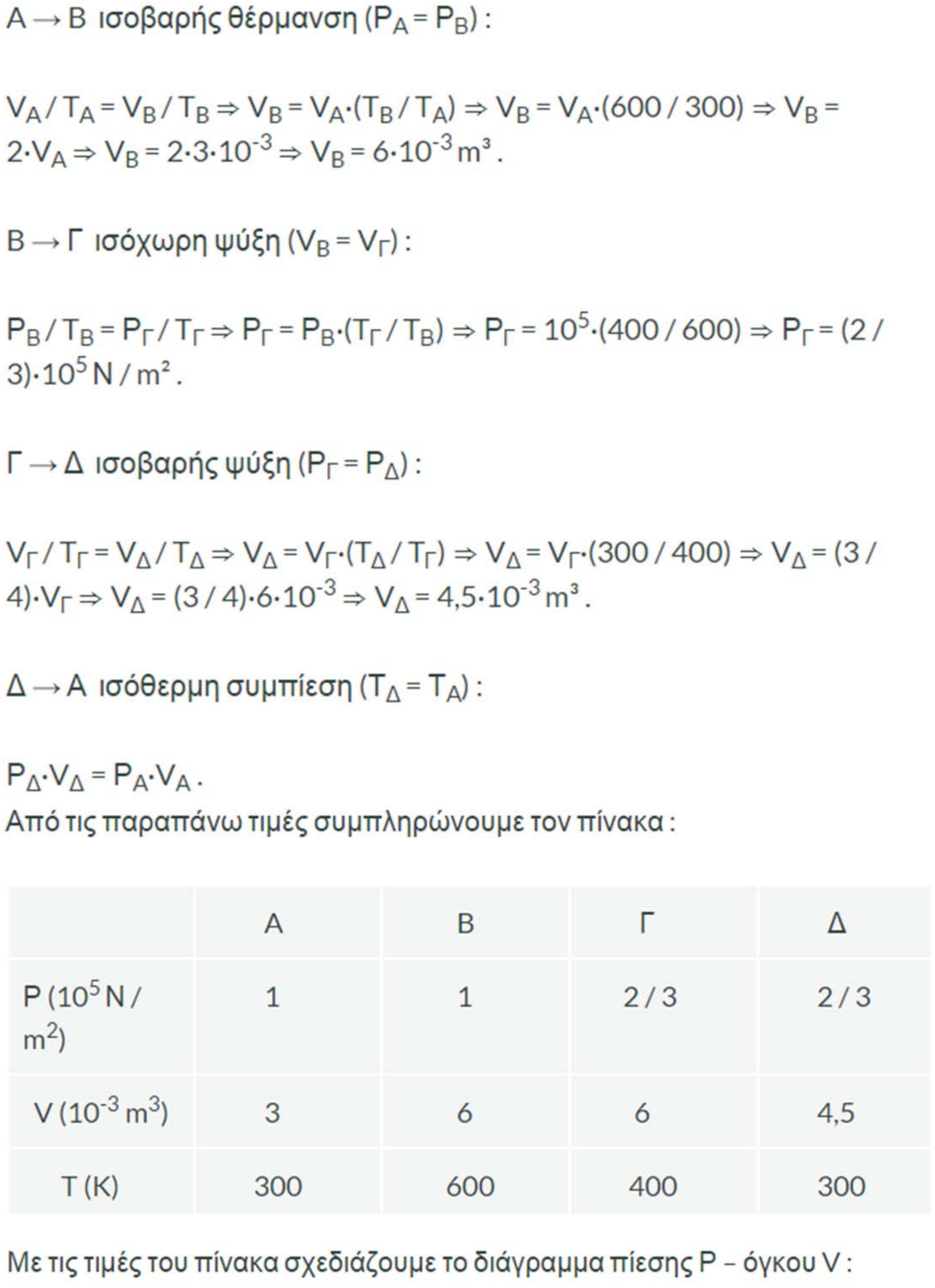
29
21194



Δ$_1$.

Καταστατική εξίσωση στην κατάσταση Α :

$P_A \cdot V_A = n \cdot R \cdot T_A \Rightarrow T_A = P_A \cdot V_A / n \cdot R \Rightarrow T_A = 10^5 \cdot 3 \cdot 10^{-3} / ((1 / R) \cdot R) \Rightarrow T_A = 300$ K .



$A \rightarrow B$ ισοβαρής θέρμανση ($P_A = P_B$) :

$V_A / T_A = V_B / T_B \Rightarrow V_B = V_A \cdot (T_B / T_A) \Rightarrow V_B = V_A \cdot (600 / 300) \Rightarrow V_B = 2 \cdot V_A \Rightarrow V_B = 2 \cdot 3 \cdot 10^{-3} \Rightarrow V_B = 6 \cdot 10^{-3}\, m^3$.

$B \rightarrow \Gamma$ ισόχωρη ψύξη ($V_B = V_\Gamma$) :

$P_B / T_B = P_\Gamma / T_\Gamma \Rightarrow P_\Gamma = P_B \cdot (T_\Gamma / T_B) \Rightarrow P_\Gamma = 10^5 \cdot (400 / 600) \Rightarrow P_\Gamma = (2 / 3) \cdot 10^5\, N / m^2$.

$\Gamma \rightarrow \Delta$ ισοβαρής ψύξη ($P_\Gamma = P_\Delta$) :

$V_\Gamma / T_\Gamma = V_\Delta / T_\Delta \Rightarrow V_\Delta = V_\Gamma \cdot (T_\Delta / T_\Gamma) \Rightarrow V_\Delta = V_\Gamma \cdot (300 / 400) \Rightarrow V_\Delta = (3 / 4) \cdot V_\Gamma \Rightarrow V_\Delta = (3 / 4) \cdot 6 \cdot 10^{-3} \Rightarrow V_\Delta = 4{,}5 \cdot 10^{-3}\, m^3$.

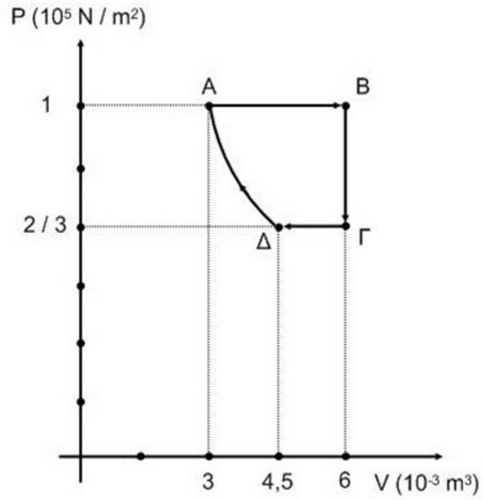
$\Delta \rightarrow A$ ισόθερμη συμπίεση ($T_\Delta = T_A$) :

$P_\Delta \cdot V_\Delta = P_A \cdot V_A$.

Από τις παραπάνω τιμές συμπληρώνουμε τον πίνακα :

	A	B	Γ	Δ
P (10^5 N / m^2)	1	1	2 / 3	2 / 3
V (10^{-3} m^3)	3	6	6	4,5
T (K)	300	600	400	300

Με τις τιμές του πίνακα σχεδιάζουμε το διάγραμμα πίεσης P – όγκου V :



Δ₂.

Η θερμότητα στην ΑΒ ισοβαρή θέρμανση :

$Q_{AB} = n \cdot C_p \cdot \Delta T_{AB} \Rightarrow Q_{AB} = n \cdot (5 \cdot R / 2) \cdot (T_B - T_A) \Rightarrow Q_{AB} = (1 / R) \cdot (5 \cdot R / 2) \cdot (600 - 300) \Rightarrow Q_{AB} = 750$ joule .

Η θερμότητα στην ΒΓ ισοβαρή θέρμανση :

$Q_{B\Gamma} = n \cdot C_v \cdot \Delta T_{B\Gamma} \Rightarrow Q_{B\Gamma} = n \cdot (3 \cdot R / 2) \cdot (T_\Gamma - T_B) \Rightarrow Q_{B\Gamma} = (1 / R) \cdot (3 \cdot R / 2) \cdot (400 - 600) \Rightarrow Q_{B\Gamma} = - 300$ joule .

Η θερμότητα στην ΓΔ ισοβαρή ψύξη :

$Q_{\Gamma\Delta} = n \cdot C_p \cdot \Delta T_{\Gamma\Delta} \Rightarrow Q_{\Gamma\Delta} = n \cdot (5 \cdot R / 2) \cdot (T_\Delta - T_\Gamma) \Rightarrow Q_{\Gamma\Delta} = (1 / R) \cdot (5 \cdot R / 2) \cdot (300 - 400) \Rightarrow Q_{\Gamma\Delta} = - 250$ joule .

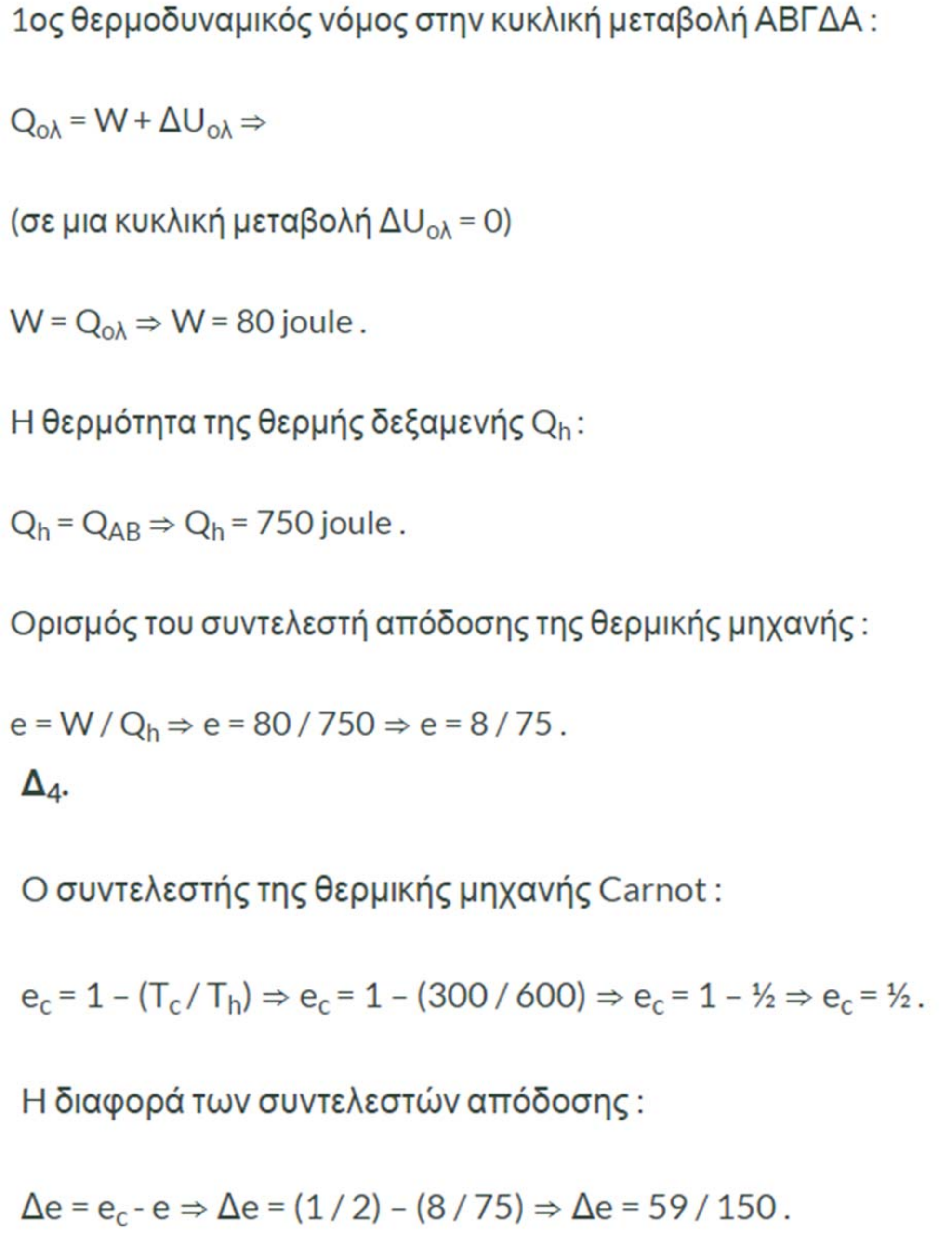
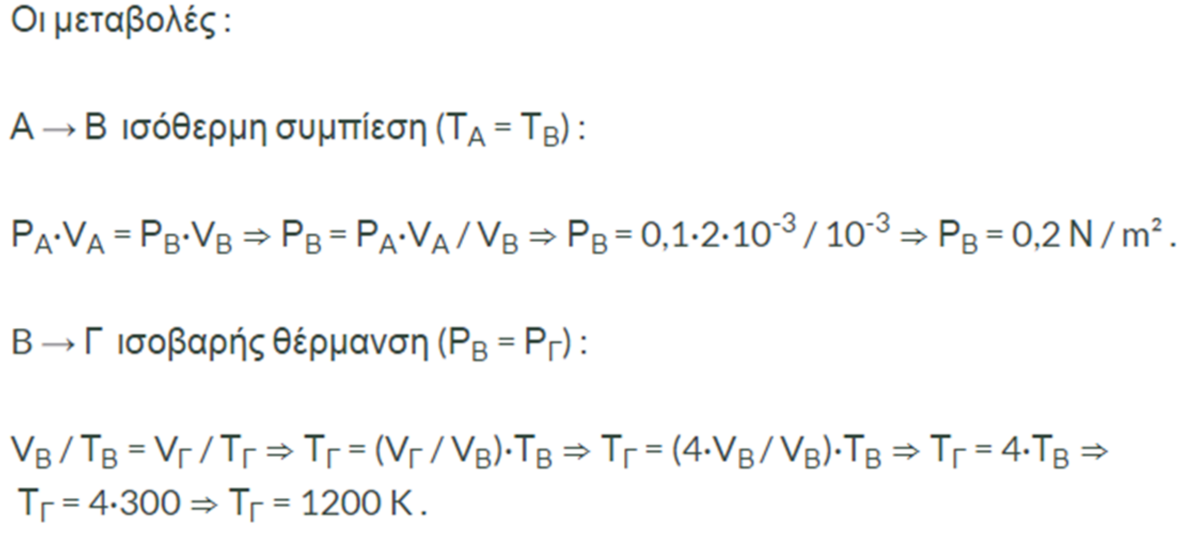
Η θερμότητα στην ΔΑ ισόθερμη συμπίεση :

$Q_{\Delta A} = n \cdot R \cdot T_A \cdot \ln (V_A / V_\Delta) \Rightarrow Q_{\Delta A} = (1 / R) \cdot R \cdot 300 \cdot \ln (3 \cdot 10^{-3} / 4{,}5 \cdot 10^{-3}) \Rightarrow Q_{\Delta A} = 300 \cdot (\ln 2 - \ln 3) \Rightarrow Q_{\Delta A} = - 120$ joule .

Δ₃.

Η ολική θερμότητα στην κυκλική μεταβολή ΑΒΓΔΑ :

$Q_{o\lambda} = Q_{AB} + Q_{B\Gamma} + Q_{\Gamma\Delta} + Q_{\Delta A} \Rightarrow Q_{o\lambda} = 750 - 300 - 250 - 120 \Rightarrow Q_{o\lambda} = 80$ joule

	 1ος θερμοδυναμικός νόμος στην κυκλική μεταβολή ΑΒΓΔΑ : $Q_{ολ} = W + ΔU_{ολ} ⇒$ (σε μια κυκλική μεταβολή $ΔU_{ολ} = 0$) $W = Q_{ολ} ⇒ W = 80$ joule . Η θερμότητα της θερμής δεξαμενής Q_h : $Q_h = Q_{AB} ⇒ Q_h = 750$ joule . Ορισμός του συντελεστή απόδοσης της θερμικής μηχανής : $e = W / Q_h ⇒ e = 80 / 750 ⇒ e = 8 / 75$. **Δ4.** Ο συντελεστής της θερμικής μηχανής Carnot : $e_c = 1 – (T_c / T_h) ⇒ e_c = 1 – (300 / 600) ⇒ e_c = 1 – ½ ⇒ e_c = ½$. Η διαφορά των συντελεστών απόδοσης : $Δe = e_c - e ⇒ Δe = (1 / 2) – (8 / 75) ⇒ Δe = 59 / 150$.
30 21192	 Οι μεταβολές : $A \rightarrow B$ ισόθερμη συμπίεση ($T_A = T_B$) : $P_A·V_A = P_B·V_B ⇒ P_B = P_A·V_A / V_B ⇒ P_B = 0{,}1·2·10^{-3} / 10^{-3} ⇒ P_B = 0{,}2\ N / m^2$. $B \rightarrow Γ$ ισοβαρής θέρμανση ($P_B = P_Γ$) : $V_B / T_B = V_Γ / T_Γ ⇒ T_Γ = (V_Γ / V_B)·T_B ⇒ T_Γ = (4·V_B / V_B)·T_B ⇒ T_Γ = 4·T_B ⇒$ $T_Γ = 4·300 ⇒ T_Γ = 1200$ K .

$Γ \rightarrow Δ$ ισόχωρη ψύξη ($V_Γ = V_Δ$) :

$P_Γ / T_Γ = P_Δ / T_Δ \Rightarrow P_Δ = P_Γ \cdot (T_Δ / T_Γ) \cdot T_B \Rightarrow P_Δ = P_Γ \cdot (T_A / (4 \cdot T_A)) \Rightarrow P_Δ = P_Γ / 4$
$\Rightarrow P_Δ = 0{,}2 / 4 \Rightarrow P_Δ = 0{,}05\ N / m^2$.

$Δ \rightarrow E$ ισόβαρης ψύξη ($P_Δ = P_E$) :

$V_Δ / T_Δ = V_E / T_E \Rightarrow T_E = (V_E / V_Δ) \cdot T_Δ \Rightarrow T_E = (V_A / V_Γ) \cdot T_Δ \Rightarrow T_E = T_B / 2 \Rightarrow T_E =$
$300 / 2 \Rightarrow T_Γ = 150\ K$.

Με τις παραπάνω τιμές δημιουργούμε τον πίνακα :

	A	B	Γ	Δ	E
P (N / m^2)	0,1	0,2	0,2	0,05	0,05
V (10^{-3} m^3)	2	1	4	4	2
T (K)	300	300	1200	300	150

$Δ_1$.

Καταστατική εξίσωση στην κατάσταση Α :

$P_A \cdot V_A = n \cdot R \cdot T_A \Rightarrow n = P_A \cdot V_A / R \cdot T_A \ldots$(I)

Ο αριθμός των mol , n :

(N ο αριθμός των μορίων και N_A ο αριθμός Avogadro)

$n = N / N_A \Rightarrow N = n \cdot N_A \ldots$(II)

συνδυάζοντας τις παραπάνω σχέσεις έχουμε :

(I) και (II) :

$N = N_A \cdot (P_A \cdot V_A / R \cdot T_A) \Rightarrow N = 6 \cdot 10^{23} \cdot (0{,}1 \cdot 2 \cdot 10^{-3} / (8{,}314 \cdot 300)) \Rightarrow N =$
$4{,}8 \cdot 10^{16}$ μόρια .

Δ_2.

Οι ενεργές ταχύτητες στις καταστάσεις Α και Β :

$\upsilon_{\varepsilon\nu,A} = \sqrt{}(3 \cdot R \cdot T_A / M_r)$ και $\upsilon_{\varepsilon\nu,B} = \sqrt{}(3 \cdot R \cdot T_B / M_r)$

Διαιρούμε κατά μέλη :

$\upsilon_{\varepsilon\nu,A} / \upsilon_{\varepsilon\nu,B} = \sqrt{}(3 \cdot R \cdot T_A / M_r) / \sqrt{}(3 \cdot R \cdot T_B / M_r) \Rightarrow \upsilon_{\varepsilon\nu,A} / \upsilon_{\varepsilon\nu,B} = \sqrt{}(T_A / T_B) \Rightarrow$

(ισχύει $T_A = T_B$)

$\upsilon_{\varepsilon\nu,A} / \upsilon_{\varepsilon\nu,B} = 1$

Οι ενεργές ταχύτητες στις καταστάσεις Β και Γ :

$\upsilon_{\varepsilon\nu,B} = \sqrt{}(3 \cdot R \cdot T_B / M_r)$ και $\upsilon_{\varepsilon\nu,\Gamma} = \sqrt{}(3 \cdot R \cdot T_\Gamma / M_r)$

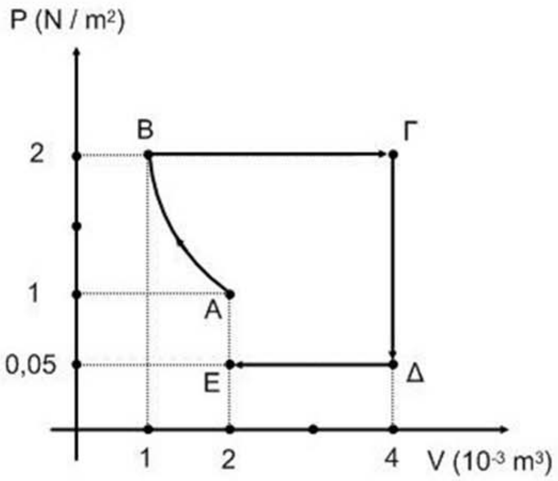
Διαιρούμε κατά μέλη :

$\upsilon_{\varepsilon\nu,B} / \upsilon_{\varepsilon\nu,\Gamma} = \sqrt{}(3 \cdot R \cdot T_B / M_r) / \sqrt{}(3 \cdot R \cdot T_\Gamma / M_r) \Rightarrow \upsilon_{\varepsilon\nu,B} / \upsilon_{\varepsilon\nu,\Gamma} = \sqrt{}(T_B / T_\Gamma) \Rightarrow \upsilon_{\varepsilon\nu,B} / \upsilon_{\varepsilon\nu,\Gamma} = \sqrt{}(300 / 1200) \Rightarrow \upsilon_{\varepsilon\nu,B} / \upsilon_{\varepsilon\nu,\Gamma} = ½$.

Δ_3.

$Q_{\Gamma\Delta} = n \cdot C_V \cdot \Delta T_{\Gamma\Delta} \Rightarrow Q_{\Gamma\Delta} = n \cdot (3 \cdot R / 2) \cdot (T_\Delta - T_\Gamma) \Rightarrow Q_{\Gamma\Delta} = (3 / 2) \cdot V_\Gamma \cdot (P_\Delta - P_\Gamma) \Rightarrow Q_{\Gamma\Delta} = (3 / 2) \cdot 4 \cdot 10^{-3} \cdot (5 \cdot 10^{-2} - 20 \cdot 10^{-2}) \Rightarrow Q_{\Gamma\Delta} = - 9 \cdot 10^{-4}$ joule .

Δ_4.

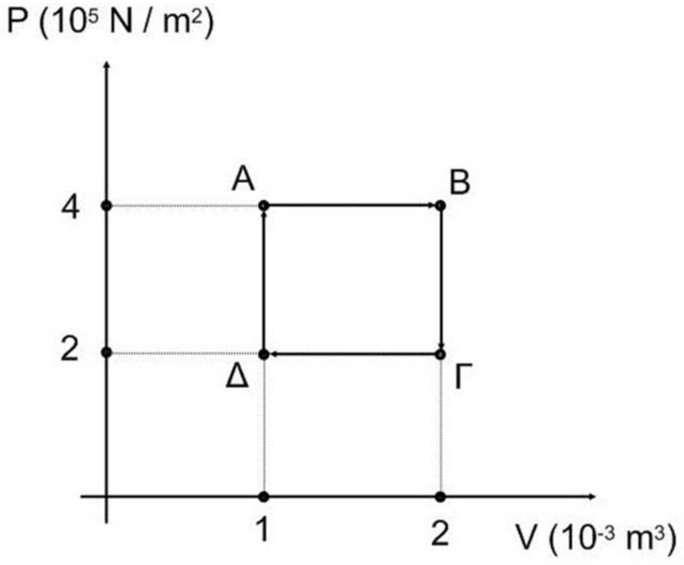


	Ισχύει σε κάθε μεταβολή : $C_p = C_v + R \Rightarrow C_p = (3 \cdot R / 2) + R \Rightarrow C_p = 5 \cdot R / 2$. Η θερμότητα στην ισοβαρή μεταβολή ΔΕ : $Q_{\Delta E} = n \cdot C_p \cdot \Delta T_{\Delta E} \Rightarrow Q_{\Delta E} = n \cdot (5 \cdot R / 2) \cdot (T_E - T_\Delta) \Rightarrow Q_{\Delta E} = (5 / 2) \cdot P_\Delta \cdot (V_E - V_\Delta)$ $\Rightarrow Q_{\Delta E} = (5 / 2) \cdot 5 \cdot 10^{-2} \cdot (2 \cdot 10^{-3} - 4 \cdot 10^{-3}) \Rightarrow Q_{\Delta E} = - 25 \cdot 10^{-5}$ joule.
31 21155	Οι μεταβολές από το διάγραμμα είναι : $A \rightarrow B$ ισοβαρής εκτόνωση ή θέρμανση ($P_A = P_B$) $B \rightarrow \Gamma$ ισόχωρη ψύξη ($V_B = V_\Gamma$) $\Gamma \rightarrow \Delta$ ισοβαρής συμπίεση ή ψύξη ($P_\Gamma = P_\Delta$) $\Delta \rightarrow A$ ισόχωρη θέρμανση ($V_\Delta = V_A$) **Δ₁.** Καταστατική εξίσωση στην κατάσταση ισορροπίας Α : $P_A \cdot V_A = n \cdot R \cdot T_A \Rightarrow P_A = n \cdot R \cdot T_A / V_A \Rightarrow P_A = (2 / (3 \cdot R)) \cdot R \cdot 6 \cdot 10^2 / (3 \cdot$ $10^{-3}) \Rightarrow P_A = 4 \cdot 10^5\ N / m^2$. Καταστατική εξίσωση στην κατάσταση ισορροπίας Γ : $P_\Gamma \cdot V_\Gamma = n \cdot R \cdot T_\Gamma \Rightarrow P_\Gamma = n \cdot R \cdot T_\Gamma / V_\Gamma \Rightarrow P_\Gamma = (2 / (3 \cdot R)) \cdot R \cdot 6 \cdot 10^2 / (2 \cdot$ $10^{-3}) \Rightarrow P_\Gamma = 2 \cdot 10^5\ N / m^2$.

Με τις παραπάνω τιμές και τα στοιχεία του διαγράμματος κατασκευάζουμε τον πίνακα :

	Α	Β	Γ	Δ
P (10^5 N / m^2)	4	4	2	2
V (10^{-3} m^3)	1	2	2	1
T(10^2 K)	6	12	6	3

Με τις τιμές του πίνακα σχεδιάζουμε την γραφική παράσταση :



Δ₂.

Η ωφέλιμη ισχύς P_M της μηχανής είναι :

$P_M = W_{ολ} / Δt \Rightarrow$

(Το ολικό έργο που παράγει η μηχανή : $W_{ολ} = N·W$, όπου N οι κύκλοι λειτουργίας της μηχανής και W το ωφέλιμο έργο σε κάθε κύκλο λειτουργίας της μηχανής)

$\Rightarrow P_M = N·W / Δt \Rightarrow$

(Η συχνότητα λειτουργίας της μηχανής : $f_M = N / Δt$)

$P_M = f_M \cdot W$.

Το ωφέλιμο έργο σε κάθε κύκλο λειτουργίας της μηχανής W υπολογίζεται από το εμβαδό που περικλείεται από τη γραφική παράσταση στο P – V διάγραμμα :

$W = \text{Εμβαδό}_{ΑΒΓΔ} \Rightarrow W = (4 - 2) \cdot 10^5 \cdot (2 - 1) \cdot 10^{-3} \Rightarrow W = 200$ joule .

Άρα :

$P_M = N \cdot W / \Delta t \Rightarrow P_M = 600 \cdot 200 / 60 \Rightarrow P_M = 2000$ W ή $P_M = 2$KW .

Δ_3.

Η θερμότητα στην ΔΑ ισόχωρη θέρμανση :

$Q_{ΔΑ} = n \cdot C_v \cdot \Delta T_{ΔΑ} \Rightarrow Q_{ΔΑ} = (2 / (3 \cdot R)) \cdot (3 \cdot R / 2) \cdot (T_A - T_Δ) \Rightarrow Q_{ΔΑ} = 1 \cdot (600 - 300) \Rightarrow Q_{ΔΑ} = 300$ joule .

Η θερμότητα στην ΑΒ ισοβαρής εκτόνωση ή θέρμανση :

$Q_{AB} = n \cdot C_p \cdot \Delta T_{AB} \Rightarrow Q_{AB} = (2 / (3 \cdot R)) \cdot (5 \cdot R / 2) \cdot (T_B - T_A) \Rightarrow Q_{AB} = (5 / 3) \cdot (1200 - 600) \Rightarrow Q_{AB} = 1000$ joule .

Η θερμότητα της θερμής δεξαμενής $Q_h = Q_{ΔΑ} + Q_{AB} \Rightarrow Q_h = 300 + 1000 \Rightarrow Q_h = 1300$ joule .

Ο συντελεστής απόδοσης της θερμικής μηχανής :

$e = W / Q_h \Rightarrow e = 200 / 1300 \Rightarrow e = 2 / 13$.

Δ_4.

Ο συντελεστής απόδοσης της μηχανής του Carnot :

(που λειτουργεί μεταξύ των θερμοκρασιών T_c και T_h)

$e_c = 1 - (T_c / T_h) \Rightarrow e_c = 1 - (T_Δ / T_B) \Rightarrow e_c = 1 - (300 / 1200) \Rightarrow e_c = 3 / 4$.

Υπολογίζουμε τον λόγο $e_c / e = (3 / 4) / (2 / 13) \Rightarrow e_c / e > 1 \Rightarrow e_c > e$.

32
21158

$Δ_1$.

Η ισόθερμη συμπίεση ΑΒ ($T_A = T_B$) :

$P_A \cdot V_A = P_B \cdot V_B \ldots (I)$

Η ισόθερμη εκτόνωση ΓΔ ($T_Γ = T_Δ$) :

$P_Γ \cdot V_Γ = P_Δ \cdot V_Δ \ldots (II)$

Διαιρούμε κατά μέλη τις (I) και (II) :

$(I) / (II) \Rightarrow P_A \cdot V_A / (P_Γ \cdot V_Γ) = P_B \cdot V_B / (P_Δ \cdot V_Δ) \Rightarrow$

(Δίνεται από το διάγραμμα $P_Γ = 4 \cdot P_A$, $P_B = P_Δ$, $V_B = V_Γ$ και $V_Δ = V_A$)

$P_A \cdot V_A / (4 \cdot P_A \cdot V_Γ) = V_Γ / V_A \Rightarrow (V_A / V_Γ)^2 = 4 \Rightarrow V_A / V_Γ = 2$.

$Δ_2$.

Καταστατική εξίσωση για την κατάσταση Α :

$P_A \cdot V_A = n \cdot R \cdot T_A \ldots (I)$

Καταστατική εξίσωση για την κατάσταση Γ :

$P_Γ \cdot V_Γ = n \cdot R \cdot T_Γ \ldots (II)$

Διαιρούμε κατά μέλη τις (I) και (II) :

$P_A \cdot V_A / (P_Γ \cdot V_Γ) = n \cdot R \cdot T_A / (n \cdot R \cdot T_Γ) \Rightarrow$

(ισχύει $P_Γ = 4 \cdot P_A$, $T_A = T_c$ και $T_B = T_h$)

(ΒΓ ισόχωρη μεταβολή $V_B = V_Γ$ και $V_A / V_Γ = 2 \Rightarrow V_A / V_B = 2$)

$\Rightarrow T_c / T_h = P_A \cdot V_A / (4 \cdot P_A \cdot V_B) \Rightarrow T_c / T_h = ½$.

Ο συντελεστής απόδοσης της μηχανής Carnot :

$e_c = 1 – (T_c / T_h) \Rightarrow e_c = 1 – ½ \Rightarrow e_c = ½$.

$Δ_3$.

Το έργο στην ΑΒ ισόθερμη συμπίεση :

$W_{AB} = n·R·T_A·\ln (V_B / V_A) \Rightarrow W_{AB} = n·R·T_c·\ln (½) \Rightarrow W_{AB} = – 0,7·n·R·T_c$.

Το έργο στην ΒΓ ισόχωρη θέρμανση :

$W_{BΓ} = 0$.

Το έργο στην ΓΔ ισόθερμη εκτόνωση :

$W_{ΓΔ} = n·R·T_Γ·\ln (V_Δ / V_Γ) \Rightarrow W_{ΓΔ} = n·R·T_h·\ln 2 \Rightarrow W_{ΓΔ} = 0,7·n·R·T_h$.

Το έργο στην ΔΑ ισόχωρη θέρμανση :

$W_{ΔA} = 0$.

Το έργο που παράγει η θερμική μηχανή σε ένα κύκλο λειτουργίας της :

$W = W_{AB} + W_{BΓ} + W_{ΓΔ} + W_{ΔA} \Rightarrow W = – 0,7·n·R·T_c + 0 + 0,7·n·R·T_h + 0 \Rightarrow W = – 0,7·n·R·T_c + 0,7·n·R·T_h \Rightarrow W = 0,7·n·R·(T_h - T_c) \Rightarrow W = 0,7·n·R·(2·T_c - T_c) \Rightarrow W = 0,7·n·R·T_c$.

Η θερμότητα στην ΒΓ ισόχωρη μεταβολή :

$Q_{BΓ} = n·C_V·ΔT_{BΓ} \Rightarrow Q_{BΓ} = n·(3·R / 2)·(T_Γ - T_B) \Rightarrow Q_{BΓ} = n·(3·R / 2)·(T_h - T_c) \Rightarrow Q_{BΓ} = n·(3·R / 2)·(2·T_c - T_c) \Rightarrow Q_{BΓ} = 1,5·n·R·T_c$.

1ος θερμοδυναμικός νόμος στη ΓΔ :

(Η ΓΔ είναι ισόθερμη μεταβολή, άρα $ΔU_{ΓΔ} = 0$)

$Q_{ΓΔ} = W_{ΓΔ} + ΔU_{ΓΔ} \Rightarrow Q_{ΓΔ} = W_{ΓΔ} + 0 \Rightarrow Q_{ΓΔ} = W_{ΓΔ}$.

Η θερμότητα της θερμής δεξαμενής :

$Q_h = Q_{ΒΓ} + Q_{ΓΔ} \Rightarrow Q_h = 1{,}5 \cdot n \cdot R \cdot T_c + 0{,}7 \cdot n \cdot R \cdot T_h \Rightarrow Q_h = 1{,}5 \cdot n \cdot R \cdot T_c + 1{,}4 \cdot n \cdot R \cdot T_c \Rightarrow Q_h = 2{,}9 \cdot n \cdot R \cdot T_c$.

Ο συντελεστής απόδοσης θερμικής μηχανής :

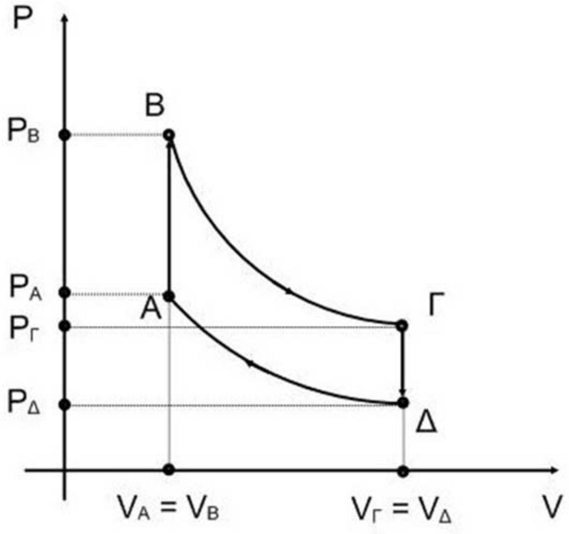
$e = W / Q_h \Rightarrow e = 0{,}7 \cdot n \cdot R \cdot T_c / 2{,}9 \cdot n \cdot R \cdot T_c \Rightarrow e = 7 / 29$.

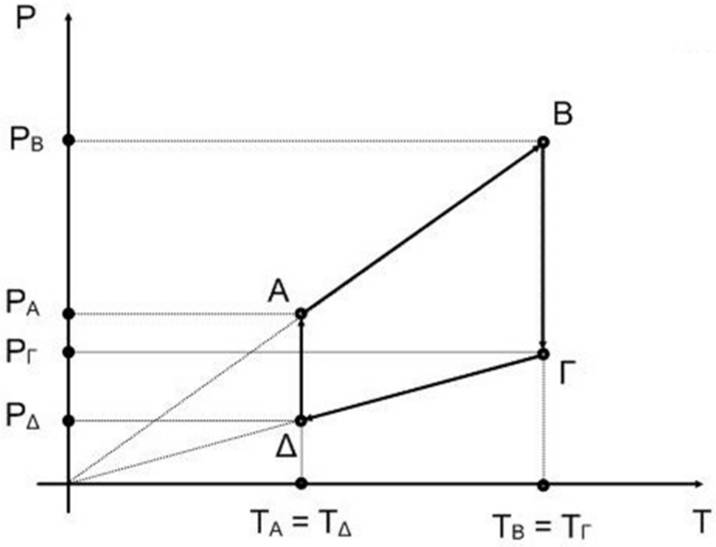
Δημιουργούμε το πηλίκο :

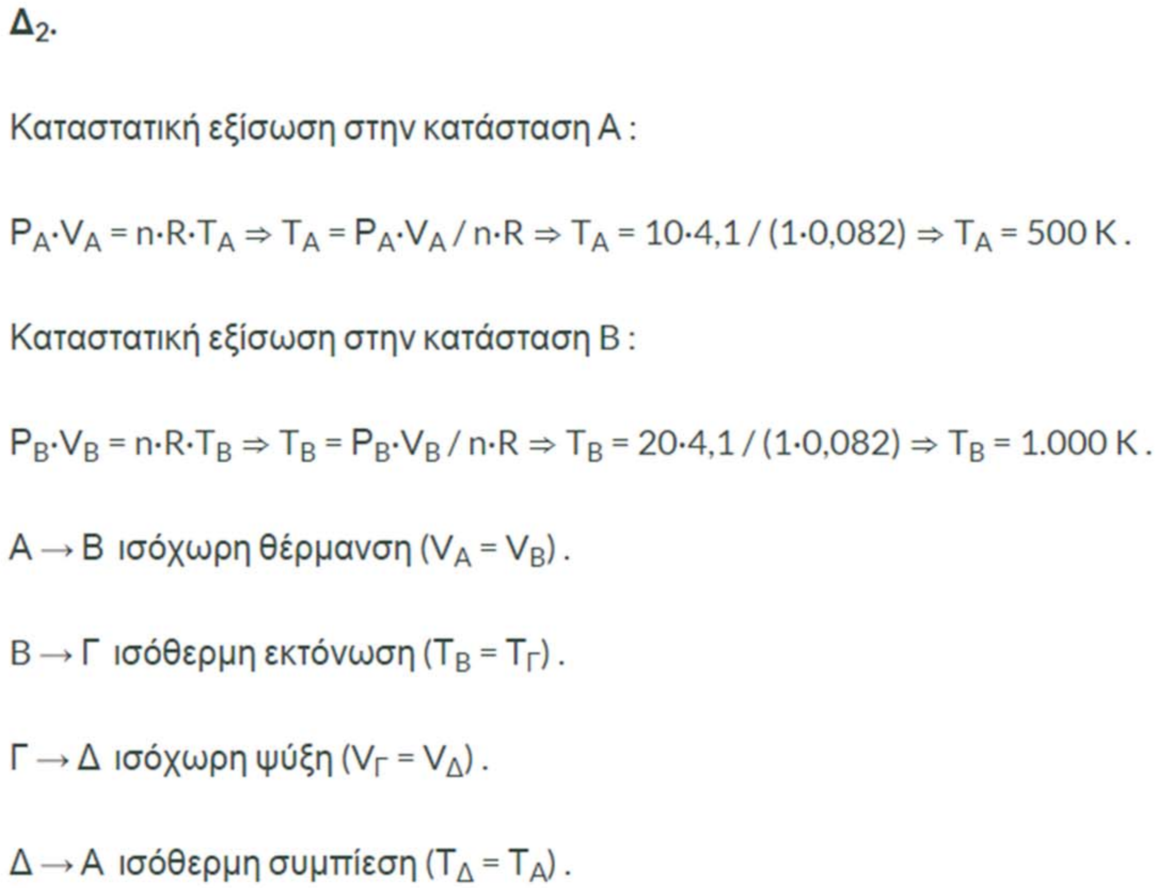
$e_c / e = (1 / 2) / (7 / 29) \Rightarrow e_c / e = 29 / 14 \Rightarrow e_c / e > 1 \Rightarrow e_c > e$.

33
21169

$Δ_1$.







Δ2.

Καταστατική εξίσωση στην κατάσταση Α :

$P_A \cdot V_A = n \cdot R \cdot T_A \Rightarrow T_A = P_A \cdot V_A / n \cdot R \Rightarrow T_A = 10 \cdot 4{,}1 / (1 \cdot 0{,}082) \Rightarrow T_A = 500\ K$.

Καταστατική εξίσωση στην κατάσταση Β :

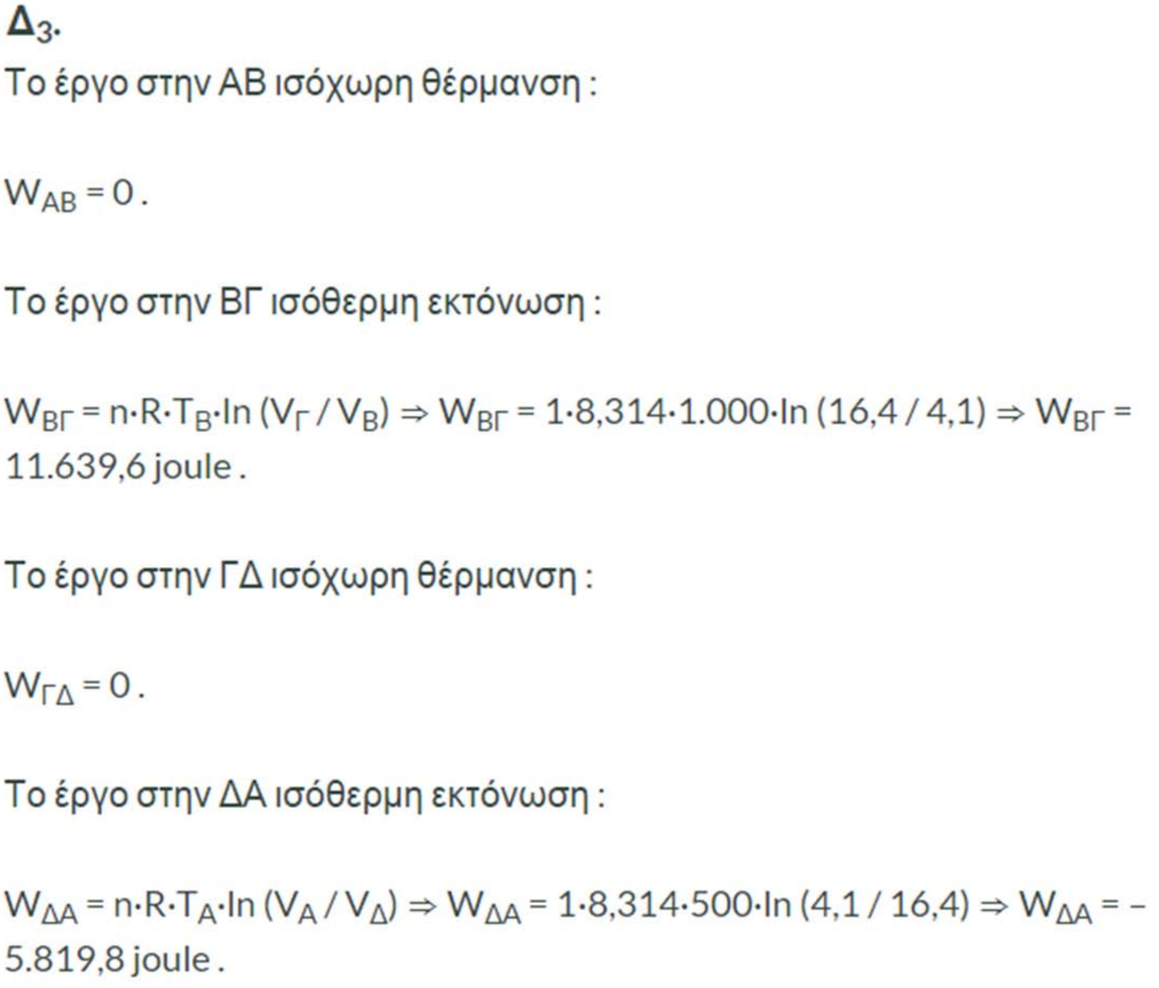
$P_B \cdot V_B = n \cdot R \cdot T_B \Rightarrow T_B = P_B \cdot V_B / n \cdot R \Rightarrow T_B = 20 \cdot 4{,}1 / (1 \cdot 0{,}082) \Rightarrow T_B = 1.000\ K$.

Α → Β ισόχωρη θέρμανση ($V_A = V_B$) .

Β → Γ ισόθερμη εκτόνωση ($T_B = T_\Gamma$) .

Γ → Δ ισόχωρη ψύξη ($V_\Gamma = V_\Delta$) .

Δ → Α ισόθερμη συμπίεση ($T_\Delta = T_A$) .



Δ3.

Το έργο στην ΑΒ ισόχωρη θέρμανση :

$W_{AB} = 0$.

Το έργο στην ΒΓ ισόθερμη εκτόνωση :

$W_{B\Gamma} = n \cdot R \cdot T_B \cdot \ln(V_\Gamma / V_B) \Rightarrow W_{B\Gamma} = 1 \cdot 8{,}314 \cdot 1.000 \cdot \ln(16{,}4 / 4{,}1) \Rightarrow W_{B\Gamma} = 11.639{,}6$ joule .

Το έργο στην ΓΔ ισόχωρη θέρμανση :

$W_{\Gamma\Delta} = 0$.

Το έργο στην ΔΑ ισόθερμη εκτόνωση :

$W_{\Delta A} = n \cdot R \cdot T_A \cdot \ln(V_A / V_\Delta) \Rightarrow W_{\Delta A} = 1 \cdot 8{,}314 \cdot 500 \cdot \ln(4{,}1 / 16{,}4) \Rightarrow W_{\Delta A} = -5.819{,}8$ joule .

Το συνολικό έργο της κυκλικής μεταβολής :

$W = W_{AB} + W_{ΒΓ} + W_{ΓΔ} + W_{ΔΑ} \Rightarrow W = 0 + 11.639{,}6 + 0 - 5.819{,}8 \Rightarrow W = 5.819{,}8$ joule .

Δ4.

Η θερμότητα στην ΑΒ ισόχωρη μεταβολή :

$Q_{AB} = n{\cdot}C_V{\cdot}ΔT_{AB} \Rightarrow Q_{AB} = n{\cdot}(3{\cdot}R / 2){\cdot}(T_B - T_A) \Rightarrow Q_{AB} = 1{\cdot}(3{\cdot}8{,}314 / 2){\cdot}(1.000 - 500) \Rightarrow Q_{AB} = 6.235{,}5$ joule .

1ος θερμοδυναμικός νόμος στην ΒΓ ισόθερμη :

$Q_{ΒΓ} = W_{ΒΓ} + ΔU_{ΒΓ} \Rightarrow$

$(ΔU_{ΒΓ} = 0)$

$\Rightarrow Q_{ΒΓ} = W_{ΒΓ} \Rightarrow Q_{ΒΓ} = W_{ΒΓ} \Rightarrow Q_{ΒΓ} = 11.639{,}6$ joule .

Η θερμότητα της θερμής δεξαμενής :

$Q_h = Q_{AB} + Q_{ΒΓ} \Rightarrow Q_h = 6.235{,}5 + 11.639{,}6 \Rightarrow Q_h = 17.875{,}1$ joule .

Ο συντελεστής απόδοσης της θερμικής μηχανής :

$e = W / Q_h \Rightarrow e = 5.819{,}8 / 17.875{,}1 \Rightarrow e = 700 / 2.150 \Rightarrow e = 14 / 43$.

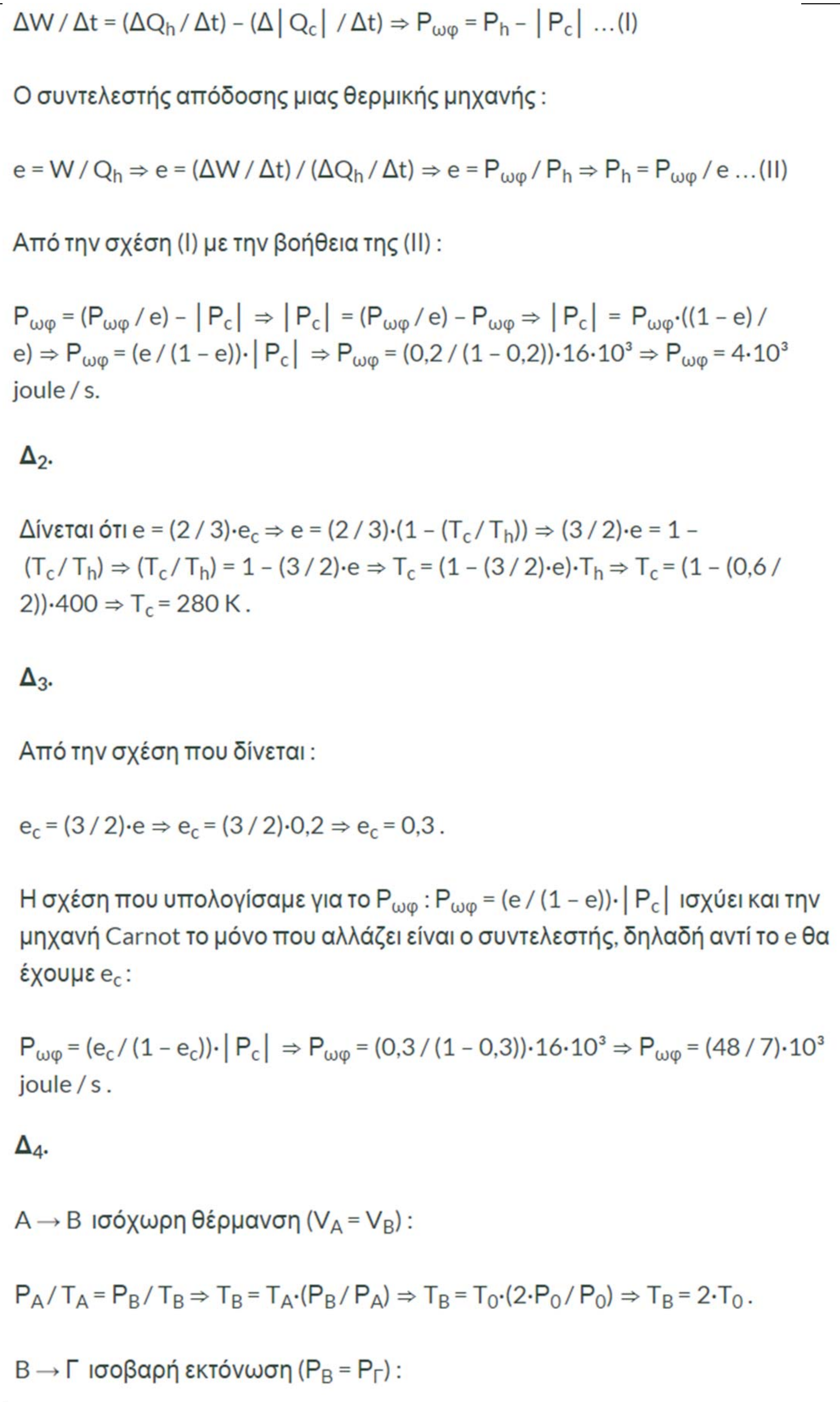
34
21171

Δ1.

Αρχή διατήρησης της ενέργειας :

$Q_h = W + |Q_c| \Rightarrow W = Q_h - |Q_c| \Rightarrow$

(στη σχέση ενεργειών, παίρνουμε τους ρυθμούς μεταβολής (εκφράζουν το πόσο γρήγορα αλλάζει ένα φυσικό μέγεθος) και στα δύο μέλη, ουσιαστικά παραγωγίζουμε (το Δt είναι μικρό, το dt είναι απειροελάχιστο, το Δ / Δt τότε γίνεται d / dt) αλλά είναι κάτι που θα το μάθετε του χρόνου)



$\Delta W / \Delta t = (\Delta Q_h / \Delta t) - (\Delta |Q_c| / \Delta t) \Rightarrow P_{\omega\varphi} = P_h - |P_c|$ …(I)

Ο συντελεστής απόδοσης μιας θερμικής μηχανής :

$e = W / Q_h \Rightarrow e = (\Delta W / \Delta t) / (\Delta Q_h / \Delta t) \Rightarrow e = P_{\omega\varphi} / P_h \Rightarrow P_h = P_{\omega\varphi} / e$ …(II)

Από την σχέση (I) με την βοήθεια της (II) :

$P_{\omega\varphi} = (P_{\omega\varphi} / e) - |P_c| \Rightarrow |P_c| = (P_{\omega\varphi} / e) - P_{\omega\varphi} \Rightarrow |P_c| = P_{\omega\varphi}\cdot((1 - e) / e) \Rightarrow P_{\omega\varphi} = (e / (1 - e))\cdot|P_c| \Rightarrow P_{\omega\varphi} = (0{,}2 / (1 - 0{,}2))\cdot 16\cdot 10^3 \Rightarrow P_{\omega\varphi} = 4\cdot 10^3$ joule / s.

Δ$_2$.

Δίνεται ότι $e = (2 / 3)\cdot e_c \Rightarrow e = (2 / 3)\cdot(1 - (T_c / T_h)) \Rightarrow (3 / 2)\cdot e = 1 - (T_c / T_h) \Rightarrow (T_c / T_h) = 1 - (3 / 2)\cdot e \Rightarrow T_c = (1 - (3 / 2)\cdot e)\cdot T_h \Rightarrow T_c = (1 - (0{,}6 / 2))\cdot 400 \Rightarrow T_c = 280$ K .

Δ$_3$.

Από την σχέση που δίνεται :

$e_c = (3 / 2)\cdot e \Rightarrow e_c = (3 / 2)\cdot 0{,}2 \Rightarrow e_c = 0{,}3$.

Η σχέση που υπολογίσαμε για το $P_{\omega\varphi}$: $P_{\omega\varphi} = (e / (1 - e))\cdot|P_c|$ ισχύει και την μηχανή Carnot το μόνο που αλλάζει είναι ο συντελεστής, δηλαδή αντί το e θα έχουμε e_c :

$P_{\omega\varphi} = (e_c / (1 - e_c))\cdot|P_c| \Rightarrow P_{\omega\varphi} = (0{,}3 / (1 - 0{,}3))\cdot 16\cdot 10^3 \Rightarrow P_{\omega\varphi} = (48 / 7)\cdot 10^3$ joule / s .

Δ$_4$.

$A \rightarrow B$ ισόχωρη θέρμανση ($V_A = V_B$) :

$P_A / T_A = P_B / T_B \Rightarrow T_B = T_A\cdot(P_B / P_A) \Rightarrow T_B = T_0\cdot(2\cdot P_0 / P_0) \Rightarrow T_B = 2\cdot T_0$.

$B \rightarrow \Gamma$ ισοβαρή εκτόνωση ($P_B = P_\Gamma$) :

$V_B / T_B = V_\Gamma / T_\Gamma \Rightarrow T_\Gamma = T_B \cdot (V_\Gamma / V_B) \Rightarrow T_\Gamma = 2 \cdot T_0 \cdot (2 \cdot V_0 / V_0) \Rightarrow T_\Gamma = 4 \cdot T_0$.

$\Gamma \rightarrow \Delta$ ισόχωρη ψύξη ($V_\Gamma = V_\Delta$) :

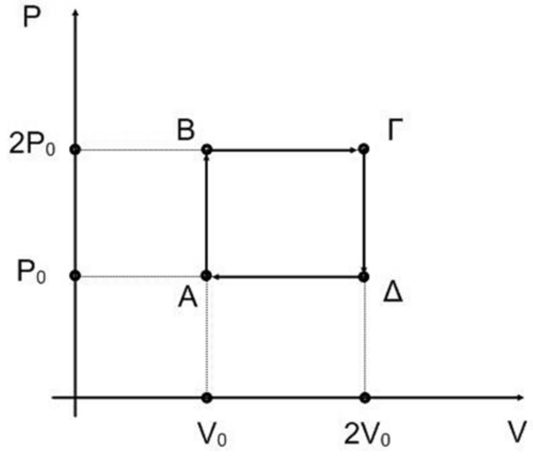
$P_\Gamma / T_\Gamma = P_\Delta / T_\Delta \Rightarrow T_\Delta = T_\Gamma \cdot (P_\Delta / P_\Gamma) \Rightarrow T_\Delta = 4 \cdot T_0 \cdot (P_0 / (2 \cdot P_0)) \Rightarrow T_\Delta = 2 \cdot T_0$.

Με τις παραπάνω τιμές δημιουργούμε τον πίνακα :

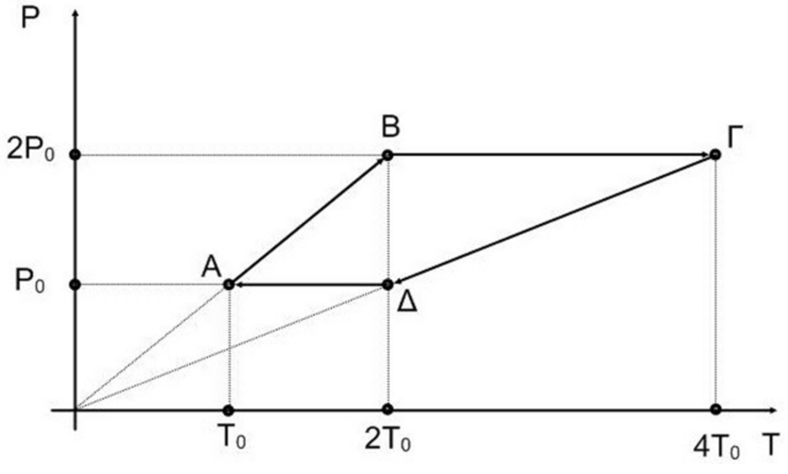
	A	B	Γ	Δ
P	P_0	$2 \cdot P_0$	$2 \cdot P_0$	P_0
V	V_0	V_0	$2 \cdot V_0$	$2 \cdot V_0$
T	T_0	$2 \cdot T_0$	$4 \cdot T_0$	$2 \cdot T_0$

Με τις τιμές του πίνακα σχεδιάζουμε τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις :

Το διάγραμμα πίεσης P – όγκου V :



Το διάγραμμα πίεσης P – θερμοκρασίας T :



35
21173

Δ_1.

$A \rightarrow B$ ισοβαρής ψύξη ($P_A = P_B$) :

$V_A / T_A = V_B / T_B \Rightarrow T_B = (V_B / V_A) \cdot T_A \Rightarrow T_B = ((V_A / 2) / V_A) \cdot T_A \Rightarrow T_B = T_A / 2$.

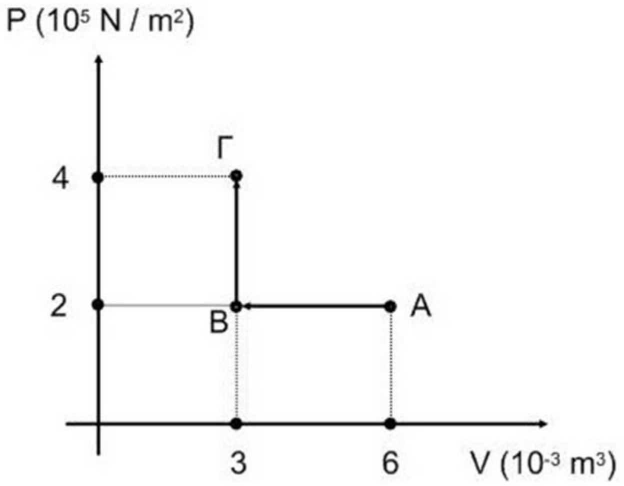
$B \rightarrow \Gamma$ ισόχωρη θέρμανση ($V_B = V_\Gamma$) :

$V_B / T_B = V_\Gamma / T_\Gamma$.

Συμπληρώνουμε τον παρακάτω πίνακα :

	Α	Β	Γ
$P\ (10^5\ N/m^2)$	2	2	4
$V\ (10^{-3}\ m^3)$	6	3	3
T	T_A	$T_A / 2$	T_A

Με τις τιμές του πίνακα σχεδιάζουμε το διάγραμμα πίεσης P – όγκου V :

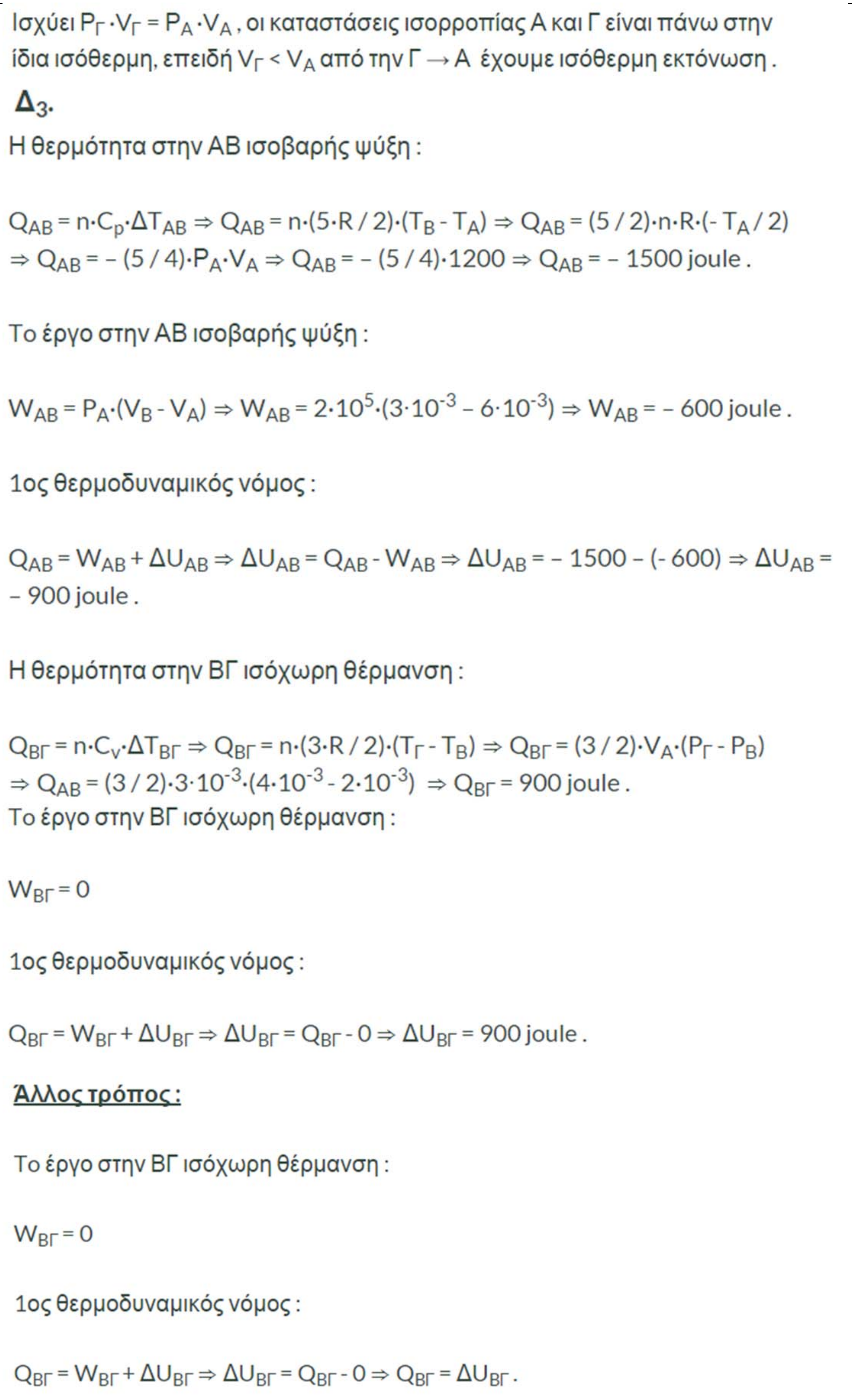


Δ_2.

Υπολογίζουμε τα γινόμενα :

$P_\Gamma \cdot V_\Gamma = 4 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 10^{-3} \Rightarrow P_\Gamma \cdot V_\Gamma = 1200$ joule .

$P_A \cdot V_A = 2 \cdot 10^5 \cdot 6 \cdot 10^{-3} \Rightarrow P_A \cdot V_A = 1200$ joule .



Ισχύει $P_\Gamma \cdot V_\Gamma = P_A \cdot V_A$, οι καταστάσεις ισορροπίας Α και Γ είναι πάνω στην ίδια ισόθερμη, επειδή $V_\Gamma < V_A$ από την Γ → Α έχουμε ισόθερμη εκτόνωση .

Δ$_3$.

Η θερμότητα στην ΑΒ ισοβαρής ψύξη :

$Q_{AB} = n \cdot C_p \cdot \Delta T_{AB} \Rightarrow Q_{AB} = n \cdot (5 \cdot R / 2) \cdot (T_B - T_A) \Rightarrow Q_{AB} = (5 / 2) \cdot n \cdot R \cdot (- T_A / 2)$
$\Rightarrow Q_{AB} = -(5 / 4) \cdot P_A \cdot V_A \Rightarrow Q_{AB} = -(5 / 4) \cdot 1200 \Rightarrow Q_{AB} = -1500$ joule .

Το έργο στην ΑΒ ισοβαρής ψύξη :

$W_{AB} = P_A \cdot (V_B - V_A) \Rightarrow W_{AB} = 2 \cdot 10^5 \cdot (3 \cdot 10^{-3} - 6 \cdot 10^{-3}) \Rightarrow W_{AB} = -600$ joule .

1ος θερμοδυναμικός νόμος :

$Q_{AB} = W_{AB} + \Delta U_{AB} \Rightarrow \Delta U_{AB} = Q_{AB} - W_{AB} \Rightarrow \Delta U_{AB} = -1500 - (-600) \Rightarrow \Delta U_{AB} =$
-900 joule .

Η θερμότητα στην ΒΓ ισόχωρη θέρμανση :

$Q_{B\Gamma} = n \cdot C_v \cdot \Delta T_{B\Gamma} \Rightarrow Q_{B\Gamma} = n \cdot (3 \cdot R / 2) \cdot (T_\Gamma - T_B) \Rightarrow Q_{B\Gamma} = (3 / 2) \cdot V_A \cdot (P_\Gamma - P_B)$
$\Rightarrow Q_{AB} = (3 / 2) \cdot 3 \cdot 10^{-3} \cdot (4 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^{-3}) \Rightarrow Q_{B\Gamma} = 900$ joule .
Το έργο στην ΒΓ ισόχωρη θέρμανση :

$W_{B\Gamma} = 0$

1ος θερμοδυναμικός νόμος :

$Q_{B\Gamma} = W_{B\Gamma} + \Delta U_{B\Gamma} \Rightarrow \Delta U_{B\Gamma} = Q_{B\Gamma} - 0 \Rightarrow \Delta U_{B\Gamma} = 900$ joule .

Άλλος τρόπος :

Το έργο στην ΒΓ ισόχωρη θέρμανση :

$W_{B\Gamma} = 0$

1ος θερμοδυναμικός νόμος :

$Q_{B\Gamma} = W_{B\Gamma} + \Delta U_{B\Gamma} \Rightarrow \Delta U_{B\Gamma} = Q_{B\Gamma} - 0 \Rightarrow Q_{B\Gamma} = \Delta U_{B\Gamma}$.

Ισχύει στην ΑΒΓ :

$\Delta U_{ολ} = \Delta U_{AB} + \Delta U_{ΒΓ} + \Delta U_{ΓΑ} \Rightarrow 0 = \Delta U_{AB} + \Delta U_{ΒΓ} + 0 \Rightarrow \Delta U_{ΒΓ} = -\Delta U_{AB} \Rightarrow \Delta U_{ΒΓ} = 900$ joule .

Άρα $Q_{ΒΓ} = 900$ joule .

Έργο στη ΓΑ :

$W_{ΓΑ} = n\cdot R\cdot T_A\cdot \ln(V_A / V_Γ) \Rightarrow W_{ΓΑ} = P_A\cdot V_A\cdot \ln 2 \Rightarrow W_{ΓΑ} = 2\cdot 10^5\cdot 6\cdot 10^{-3}\cdot 0{,}7 \Rightarrow W_{ΓΑ} = 840$ joule .

Η ΓΑ είναι ισόθερμη εκτόνωση, άρα $\Delta U_{ΓΑ} = 0$.

1ος θερμοδυναμικός νόμος στη ΓΑ :

$Q_{ΓΑ} = W_{ΓΑ} + \Delta U_{ΓΑ} \Rightarrow Q_{ΓΑ} = W_{ΓΑ} \Rightarrow Q_{ΓΑ} = 840$ joule .

Δ₄.

Το ολικό έργο στη διάρκεια της κυκλικής μεταβολής :

$W_{ολ} = W_{AB} + W_{ΒΓ} + W_{ΓΑ} \Rightarrow W_{ολ} = -600 + 840 \Rightarrow W_{ολ} = 240$ joule .

Η θερμότητα της θερμής δεξαμενής είναι :

$Q_h = Q_{ΒΓ} + Q_{ΓΑ} \Rightarrow Q_h = 900 + 840 \Rightarrow Q_h = 1740$ joule .

Συντελεστής απόδοσης της θερμικής μηχανής :

$e = W / Q_h \Rightarrow e = 240 / 1740 \Rightarrow e = 4 / 29$.

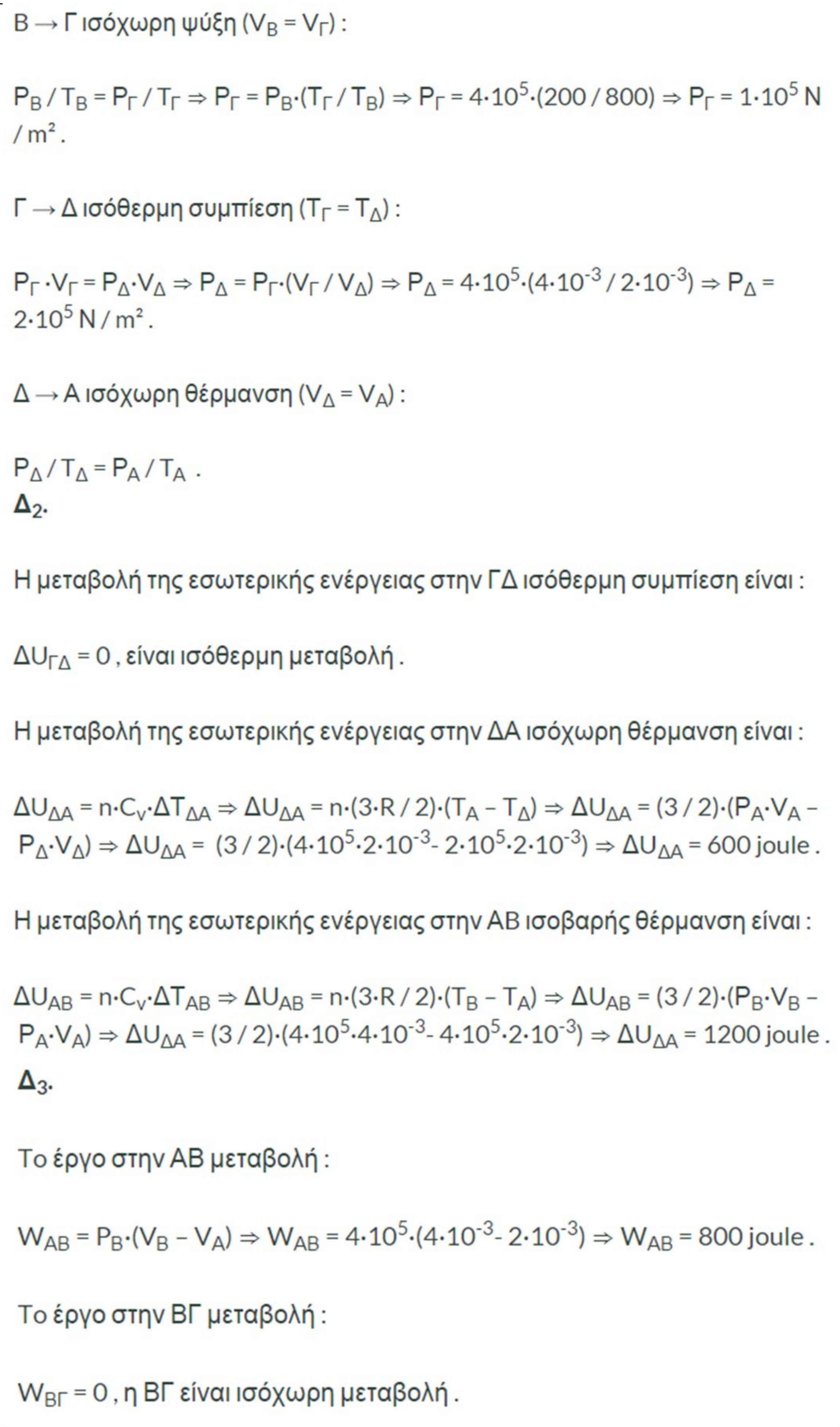
36
21044

Δ₁.

Από το διάγραμμα όγκου V – θερμοκρασίας T, οι μεταβολές είναι :

$A \rightarrow B$ ισοβαρής θέρμανση (ή εκτόνωση) $(P_A = P_B)$:

$V_A / T_A = V_B / T_B \Rightarrow T_B = T_A\cdot(V_B / V_A) \Rightarrow T_B = 400\cdot(4\cdot 10^{-3} / 2\cdot 10^{-3}) \Rightarrow T_B = 800$ K .



B → Γ ισόχωρη ψύξη ($V_B = V_\Gamma$) :

$P_B / T_B = P_\Gamma / T_\Gamma \Rightarrow P_\Gamma = P_B\cdot(T_\Gamma / T_B) \Rightarrow P_\Gamma = 4\cdot10^5\cdot(200 / 800) \Rightarrow P_\Gamma = 1\cdot10^5\ N / m^2$.

Γ → Δ ισόθερμη συμπίεση ($T_\Gamma = T_\Delta$) :

$P_\Gamma \cdot V_\Gamma = P_\Delta\cdot V_\Delta \Rightarrow P_\Delta = P_\Gamma\cdot(V_\Gamma / V_\Delta) \Rightarrow P_\Delta = 4\cdot10^5\cdot(4\cdot10^{-3} / 2\cdot10^{-3}) \Rightarrow P_\Delta = 2\cdot10^5\ N / m^2$.

Δ → Α ισόχωρη θέρμανση ($V_\Delta = V_A$) :

$P_\Delta / T_\Delta = P_A / T_A$.

Δ_2.

Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας στην ΓΔ ισόθερμη συμπίεση είναι :

$\Delta U_{\Gamma\Delta} = 0$, είναι ισόθερμη μεταβολή .

Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας στην ΔΑ ισόχωρη θέρμανση είναι :

$\Delta U_{\Delta A} = n\cdot C_V\cdot\Delta T_{\Delta A} \Rightarrow \Delta U_{\Delta A} = n\cdot(3\cdot R / 2)\cdot(T_A - T_\Delta) \Rightarrow \Delta U_{\Delta A} = (3 / 2)\cdot(P_A\cdot V_A - P_\Delta\cdot V_\Delta) \Rightarrow \Delta U_{\Delta A} = (3 / 2)\cdot(4\cdot10^5\cdot2\cdot10^{-3} - 2\cdot10^5\cdot2\cdot10^{-3}) \Rightarrow \Delta U_{\Delta A} = 600$ joule .

Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας στην ΑΒ ισοβαρής θέρμανση είναι :

$\Delta U_{AB} = n\cdot C_V\cdot\Delta T_{AB} \Rightarrow \Delta U_{AB} = n\cdot(3\cdot R / 2)\cdot(T_B - T_A) \Rightarrow \Delta U_{AB} = (3 / 2)\cdot(P_B\cdot V_B - P_A\cdot V_A) \Rightarrow \Delta U_{\Delta A} = (3 / 2)\cdot(4\cdot10^5\cdot4\cdot10^{-3} - 4\cdot10^5\cdot2\cdot10^{-3}) \Rightarrow \Delta U_{\Delta A} = 1200$ joule .

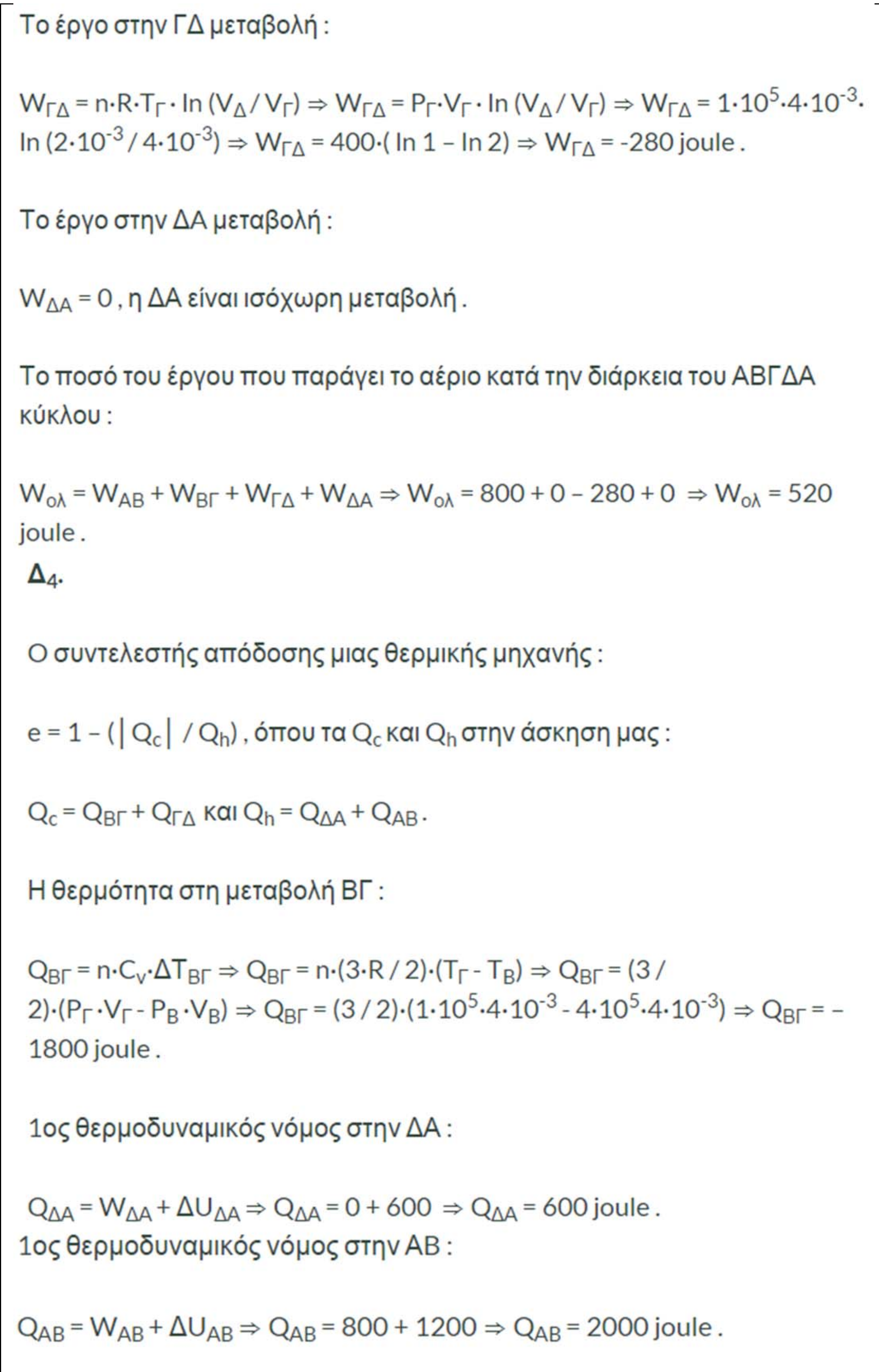
Δ_3.

Το έργο στην ΑΒ μεταβολή :

$W_{AB} = P_B\cdot(V_B - V_A) \Rightarrow W_{AB} = 4\cdot10^5\cdot(4\cdot10^{-3} - 2\cdot10^{-3}) \Rightarrow W_{AB} = 800$ joule .

Το έργο στην ΒΓ μεταβολή :

$W_{B\Gamma} = 0$, η ΒΓ είναι ισόχωρη μεταβολή .



Το έργο στην ΓΔ μεταβολή :

$W_{\Gamma\Delta} = n \cdot R \cdot T_{\Gamma} \cdot \ln (V_{\Delta} / V_{\Gamma}) \Rightarrow W_{\Gamma\Delta} = P_{\Gamma} \cdot V_{\Gamma} \cdot \ln (V_{\Delta} / V_{\Gamma}) \Rightarrow W_{\Gamma\Delta} = 1 \cdot 10^{5} \cdot 4 \cdot 10^{-3} \cdot \ln (2 \cdot 10^{-3} / 4 \cdot 10^{-3}) \Rightarrow W_{\Gamma\Delta} = 400 \cdot (\ln 1 - \ln 2) \Rightarrow W_{\Gamma\Delta} = -280$ joule .

Το έργο στην ΔΑ μεταβολή :

$W_{\Delta A} = 0$, η ΔΑ είναι ισόχωρη μεταβολή .

Το ποσό του έργου που παράγει το αέριο κατά την διάρκεια του ΑΒΓΔΑ κύκλου :

$W_{ολ} = W_{AB} + W_{B\Gamma} + W_{\Gamma\Delta} + W_{\Delta A} \Rightarrow W_{ολ} = 800 + 0 - 280 + 0 \Rightarrow W_{ολ} = 520$ joule .

Δ4.

Ο συντελεστής απόδοσης μιας θερμικής μηχανής :

$e = 1 - (|Q_c| / Q_h)$, όπου τα Q_c και Q_h στην άσκηση μας :

$Q_c = Q_{B\Gamma} + Q_{\Gamma\Delta}$ και $Q_h = Q_{\Delta A} + Q_{AB}$.

Η θερμότητα στη μεταβολή ΒΓ :

$Q_{B\Gamma} = n \cdot C_V \cdot \Delta T_{B\Gamma} \Rightarrow Q_{B\Gamma} = n \cdot (3 \cdot R / 2) \cdot (T_{\Gamma} - T_B) \Rightarrow Q_{B\Gamma} = (3 / 2) \cdot (P_{\Gamma} \cdot V_{\Gamma} - P_B \cdot V_B) \Rightarrow Q_{B\Gamma} = (3 / 2) \cdot (1 \cdot 10^{5} \cdot 4 \cdot 10^{-3} - 4 \cdot 10^{5} \cdot 4 \cdot 10^{-3}) \Rightarrow Q_{B\Gamma} = -1800$ joule .

1ος θερμοδυναμικός νόμος στην ΔΑ :

$Q_{\Delta A} = W_{\Delta A} + \Delta U_{\Delta A} \Rightarrow Q_{\Delta A} = 0 + 600 \Rightarrow Q_{\Delta A} = 600$ joule .

1ος θερμοδυναμικός νόμος στην ΑΒ :

$Q_{AB} = W_{AB} + \Delta U_{AB} \Rightarrow Q_{AB} = 800 + 1200 \Rightarrow Q_{AB} = 2000$ joule .

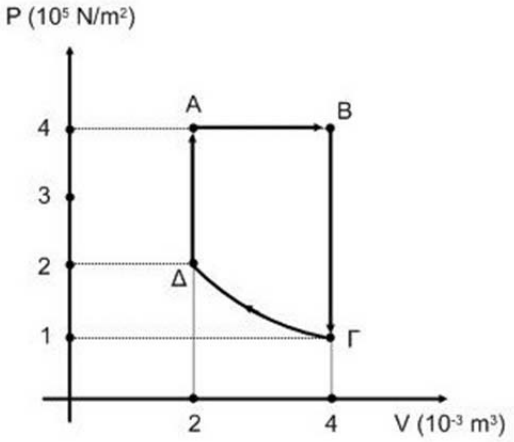
	1ος θερμοδυναμικός νόμος στην ΓΔ : $Q_{\Gamma\Delta} = W_{\Gamma\Delta} + \Delta U_{\Gamma\Delta} \Rightarrow Q_{\Gamma\Delta} = -280 + 0 \Rightarrow Q_{\Gamma\Delta} = -280$ joule . άρα $Q_c = Q_{B\Gamma} + Q_{\Gamma\Delta} \Rightarrow Q_c = -1800 - 280 \Rightarrow Q_c = -2080$ joule . $Q_h = Q_{\Delta A} + Q_{AB} \Rightarrow Q_h = 600 + 2000 \Rightarrow Q_h = 2600$ joule . Ο συντελεστής απόδοσης μιας θερμικής μηχανής : $e = 1 - (\|Q_c\| / Q_h) \Rightarrow e = 1 - (2080 / 2600) \Rightarrow e = 1 - 0{,}8 \Rightarrow e = 0{,}2$.
37 21045	**Δ_1.** Οι μεταβολές είναι: $A \rightarrow B$ ισοβαρής θέρμανση (ή εκτόνωση) ($P_A = P_B$) : $V_A / T_A = V_B / T_B \Rightarrow T_B = 400 \cdot (4 \cdot 10^{-3} / 2 \cdot 10^{-3}) \Rightarrow T_B = 800$ K . $B \rightarrow \Gamma$ ισόχωρη ψύξη ($V_B = V_\Gamma$) : $P_B / T_B = P_\Gamma / T_\Gamma \Rightarrow P_\Gamma = P_B \cdot (T_\Gamma / T_B) \Rightarrow P_\Gamma = 4 \cdot 10^5 \cdot (200 / 800) \Rightarrow P_\Gamma = 1 \cdot 10^5$ N / m² . $\Gamma \rightarrow \Delta$ ισόθερμη συμπίεση ($T_\Gamma = T_\Delta$) : $P_\Gamma \cdot V_\Gamma = P_\Delta \cdot V_\Delta \Rightarrow P_\Delta = P_\Gamma \cdot (V_\Gamma / V_\Delta) \Rightarrow P_\Delta = 1 \cdot 10^5 \cdot (4 \cdot 10^{-3} / 2 \cdot 10^{-3}) \Rightarrow P_\Delta = 2 \cdot 10^5$ N / m² . $\Delta \rightarrow A$ ισόχωρη θέρμανση ($V_B = V_\Gamma$) : $P_\Delta / T_\Delta = P_A / T_A$.

Δ_2.

Οι τιμές δημιουργούν τον πίνακα :

	A	B	Γ	Δ
P	$4{\cdot}10^5$	$4{\cdot}10^5$	$1{\cdot}10^5$	$2{\cdot}10^5$
V	$2{\cdot}10^{-3}$	$4{\cdot}10^{-3}$	$4{\cdot}10^{-3}$	$2{\cdot}10^{-3}$
T	400	800	200	200

Οι τιμές του πίνακα μας δίνουν το παρακάτω διάγραμμα πίεσης P – όγκου V :



Δ_3.

Το έργο στην ισοβαρή μεταβολή AB :

$W_{AB} = P_B{\cdot}(V_B - V_A) \Rightarrow W_{AB} = 4{\cdot}10^5{\cdot}(4{\cdot}10^{-3} - 2{\cdot}10^{-3}) \Rightarrow W_{AB} = 800$ joule .

Το έργο στην ισόχωρη μεταβολή ΒΓ :

$W_{B\Gamma} = 0$, είναι ισόχωρη μεταβολή .

Το έργο στην ισόθερμη μεταβολή ΓΔ :

$W_{\Gamma\Delta} = n{\cdot}R{\cdot}T_\Gamma \cdot \ln(V_\Delta / V_\Gamma) \Rightarrow W_{\Gamma\Delta} = P_\Gamma {\cdot} V_\Gamma {\cdot} \ln(V_\Delta / V_\Gamma) \Rightarrow W_{\Gamma\Delta} = 1{\cdot}10^5{\cdot}4{\cdot}10^{-3}{\cdot}\ln(2{\cdot}10^{-3} / 4{\cdot}10^{-3}) \Rightarrow W_{\Gamma\Delta} = -400{\cdot}\ln 2 \Rightarrow W_{\Gamma\Delta} = -280$ joule .

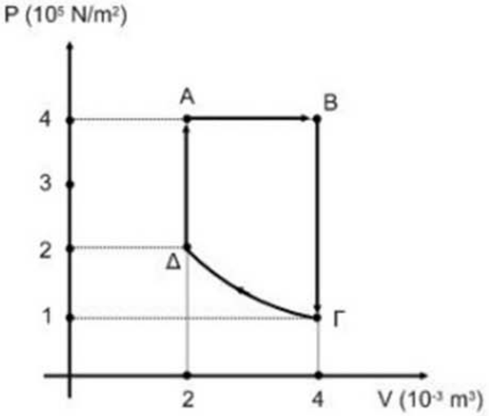
	Το έργο στην ισόχωρη μεταβολή ΔΑ : $W_{ΔΑ} = 0$, είναι ισόχωρη μεταβολή . Το ποσό του έργου που παράγει το αέριο στη διάρκεια αυτού του κύκλου: $W_{ολ} = W_{AB} + W_{BΓ} + W_{ΓΔ} + W_{ΔΑ} \Rightarrow W_{ολ} = 800 + 0 - 280 + 0 \Rightarrow W_{ολ} = 520$ joule . **$Δ_4$.** Ο συντελεστής απόδοσης μιας μηχανής Carnot είναι : $e_c = 1 - (T_c / T_h) \Rightarrow e_c = 1 - (200 / 800) \Rightarrow e_c = 1 - \frac{1}{4} \Rightarrow e_c = \frac{3}{4}$.
38 21047	**$Δ_1$.** Οι μεταβολές είναι: $A \rightarrow B$ ισοβαρής θέρμανση (ή εκτόνωση) ($P_A = P_B$) : $V_A / T_A = V_B / T_B \Rightarrow T_B = T_A \cdot (V_B / V_A) \Rightarrow T_B = 400 \cdot (4 \cdot 10^{-3} / 2 \cdot 10^{-3}) \Rightarrow T_B = 800$ K . $B \rightarrow Γ$ ισόχωρη ψύξη ($V_B = V_Γ$) : $P_B / T_B = P_Γ / T_Γ \Rightarrow P_Γ = P_B \cdot (T_Γ / T_B) \Rightarrow P_Γ = 1 \cdot 10^5 \cdot (200 / 800) \Rightarrow P_Γ = 1 \cdot 10^5$ N / m² . $Γ \rightarrow Δ$ ισόθερμη συμπίεση ($T_Γ = T_Δ$) : $P_Γ \cdot V_Γ = P_Δ \cdot V_Δ \Rightarrow P_Δ = P_Γ \cdot (V_Γ / V_Δ) \Rightarrow P_Δ = 1 \cdot 10^5 \cdot (4 \cdot 10^{-3} / 2 \cdot 10^{-3}) \Rightarrow P_Δ = 2 \cdot 10^5$ N / m² . $Δ \rightarrow A$ ισόχωρη θέρμανση ($V_Δ = V_A$) : $P_Δ / T_Δ = P_A / T_A$.

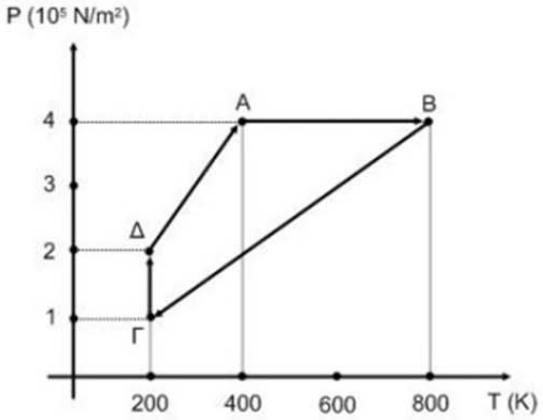
Δ$_2$.

Με τις τιμές δημιουργούμε τον πίνακα :

	Α	Β	Γ	Δ
P	$4{\cdot}10^5$	$4{\cdot}10^5$	$1{\cdot}10^5$	$2{\cdot}10^5$
V	$2{\cdot}10^{-3}$	$4{\cdot}10^{-3}$	$4{\cdot}10^{-3}$	$2{\cdot}10^{-3}$
T	400	800	200	200

Με τις τιμές του πίνακα σχεδιάζουμε τις γραφικές παραστάσεις :





Δ$_3$.

Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας στη ΓΔ :

$\Delta U_{\Gamma\Delta} = 0$, είναι ισόθερμη μεταβολή .

Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας στη ΔΑ :

$\Delta U_{\Delta A} = n{\cdot}C_V{\cdot}\Delta T_{\Delta A} \Rightarrow \Delta U_{\Delta A} = n{\cdot}(3{\cdot}R / 2){\cdot}(T_A - T_\Delta) \Rightarrow \Delta U_{\Delta A} = (3 / 2){\cdot}(P_A{\cdot}V_A - P_\Delta{\cdot}V_\Delta) \Rightarrow \Delta U_{\Delta A} = (3 / 2){\cdot}(4{\cdot}10^5{\cdot}2{\cdot}10^{-3} - 2{\cdot}10^5{\cdot}2{\cdot}10^{-3}) \Rightarrow \Delta U_{\Delta A} =$ 600 joule .

Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας στη ΑΒ :

$\Delta U_{AB} = n{\cdot}C_V{\cdot}\Delta T_{AB} \Rightarrow \Delta U_{AB} = n{\cdot}(3{\cdot}R / 2){\cdot}(T_B - T_A) \Rightarrow \Delta U_{AB} = (3 / 2){\cdot}(P_B{\cdot}V_B - P_A{\cdot}V_A) \Rightarrow \Delta U_{AB} = (3 / 2){\cdot}(4{\cdot}10^5{\cdot}4{\cdot}10^{-3} - 4{\cdot}10^5{\cdot}2{\cdot}10^{-3}) \Rightarrow \Delta U_{AB} =$ 1200 joule .

$Δ_4$.

Ο συντελεστής απόδοσης μιας μηχανής Carnot :

$e_c = 1 – (T_c / T_h) \Rightarrow e_c = 1 – (200 / 800) \Rightarrow e_c = 1 – ¼ \Rightarrow e_c = ¾$.

39
21048

$Δ_1$.

Οι μεταβολές :

$Α \rightarrow Β$ ισοβαρής εκτόνωση ($P_A = P_B$) :

$V_A / T_A = V_B / T_B \Rightarrow V_0 / T_0 = 4 \cdot V_0 / T_B \Rightarrow T_B = 4 \cdot T_0$.

$Β \rightarrow Γ$ ισόχωρη ψύξη ($V_B = V_Γ$) :

$P_B / T_B = P_Γ / T_Γ \Rightarrow P_0 / (4 \cdot T_0) = P_Γ / T_0 \Rightarrow P_Γ = P_0 / 4$.

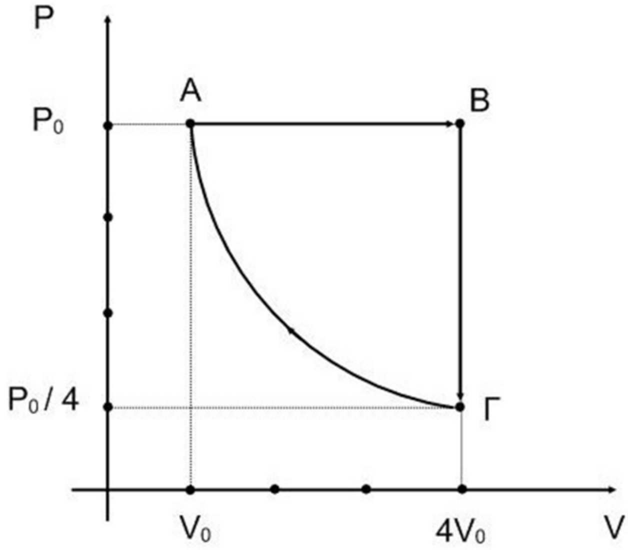
$Γ \rightarrow Α$ ισόθερμη συμπίεση ($T_Γ = T_A$) :

$P_Γ \cdot V_Γ = P_Δ \cdot V_Δ$.

Οι παραπάνω τιμές δημιουργούν τον πίνακα :

	Α	Β	Γ
P	P_0	P_0	$P_0 / 4$
V	V_0	$4 \cdot V_0$	$4 \cdot V_0$
T	T_0	$4 \cdot T_0$	T_0

Με τις τιμές του πίνακα σχεδιάζουμε την γραφική παράσταση πίεσης P – όγκου V :



$Δ_2$.

Η θερμότητα $Q_c = Q_{ΒΓ} + Q_{ΔΑ}$.

Η θερμότητα στη ΒΓ :

$Q_{ΒΓ} = n \cdot C_V \cdot ΔT_{ΒΓ} \Rightarrow Q_{ΒΓ} = n \cdot (3 \cdot R / 2) \cdot (T_Γ - T_B) \Rightarrow Q_{ΒΓ} = (3 / 2) \cdot (P_Γ \cdot V_Γ - P_B \cdot V_B) \Rightarrow Q_{ΒΓ} = (3 / 2) \cdot ((P_0 / 4) \cdot 4 \cdot V_0 - P_0 \cdot 4 \cdot V_0) \Rightarrow Q_{ΒΓ} = - 4{,}5 \cdot P_0 \cdot V_0$.

Στη ΓΑ ισόθερμη μεταβολή $ΔU_{ΓΑ} = 0$,

1ος θερμοδυναμικός νόμος στη ΓΑ :

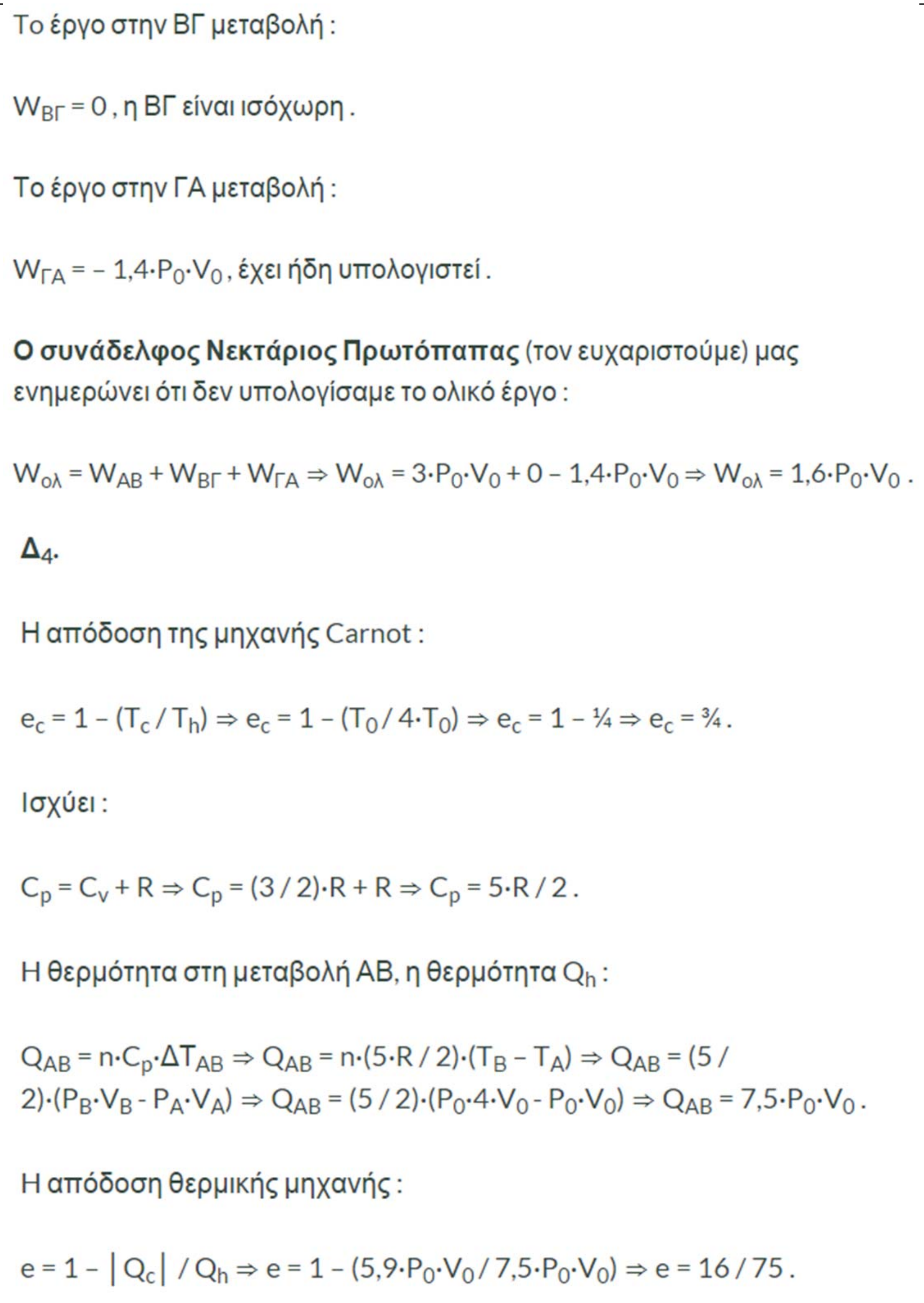
$Q_{ΓΑ} = W_{ΓΑ} + ΔU_{ΓΑ} \Rightarrow Q_{ΓΑ} = W_{ΓΑ} + 0 \Rightarrow Q_{ΓΑ} = W_{ΓΑ} \Rightarrow Q_{ΓΑ} = n \cdot R \cdot T_Γ \cdot \ln (V_A / V_Γ) \Rightarrow Q_{ΓΑ} = P_Γ \cdot V_Γ \cdot \ln (V_A / V_Γ) \Rightarrow Q_{ΓΑ} = (P_0 / 4) \cdot 4 \cdot V_0 \cdot \ln (V_0 / 4 \cdot V_0) \Rightarrow Q_{ΓΑ} = P_0 \cdot V_0 \cdot \ln (¼) \Rightarrow Q_{ΓΑ} = P_0 \cdot V_0 \cdot (- \ln 2^2) \Rightarrow Q_{ΓΑ} = - 1{,}4 \cdot P_0 \cdot V_0$.

Η θερμότητα $Q_c = Q_{ΒΓ} + Q_{ΔΑ} \Rightarrow Q_c = - 4{,}5 \cdot P_0 \cdot V_0 - 1{,}4 \cdot P_0 \cdot V_0 \Rightarrow Q_c = - 5{,}9 \cdot P_0 \cdot V_0$.

$Δ_3$.

Το έργο στην ΑΒ ισοβαρή μεταβολή :

$W_{AB} = P_A \cdot (V_B - V_A) \Rightarrow W_{AB} = P_0 \cdot (4 \cdot V_0 - V_0) \Rightarrow W_{AB} = 3 \cdot P_0 \cdot V_0$.



Το έργο στην ΒΓ μεταβολή :

$W_{ΒΓ} = 0$, η ΒΓ είναι ισόχωρη .

Το έργο στην ΓΑ μεταβολή :

$W_{ΓΑ} = -1{,}4 \cdot P_0 \cdot V_0$, έχει ήδη υπολογιστεί .

Ο συνάδελφος Νεκτάριος Πρωτόπαπας (τον ευχαριστούμε) μας ενημερώνει ότι δεν υπολογίσαμε το ολικό έργο :

$W_{ολ} = W_{ΑΒ} + W_{ΒΓ} + W_{ΓΑ} \Rightarrow W_{ολ} = 3 \cdot P_0 \cdot V_0 + 0 - 1{,}4 \cdot P_0 \cdot V_0 \Rightarrow W_{ολ} = 1{,}6 \cdot P_0 \cdot V_0$.

$Δ_4$.

Η απόδοση της μηχανής Carnot :

$e_c = 1 - (T_c / T_h) \Rightarrow e_c = 1 - (T_0 / 4 \cdot T_0) \Rightarrow e_c = 1 - ¼ \Rightarrow e_c = ¾$.

Ισχύει :

$C_p = C_v + R \Rightarrow C_p = (3 / 2) \cdot R + R \Rightarrow C_p = 5 \cdot R / 2$.

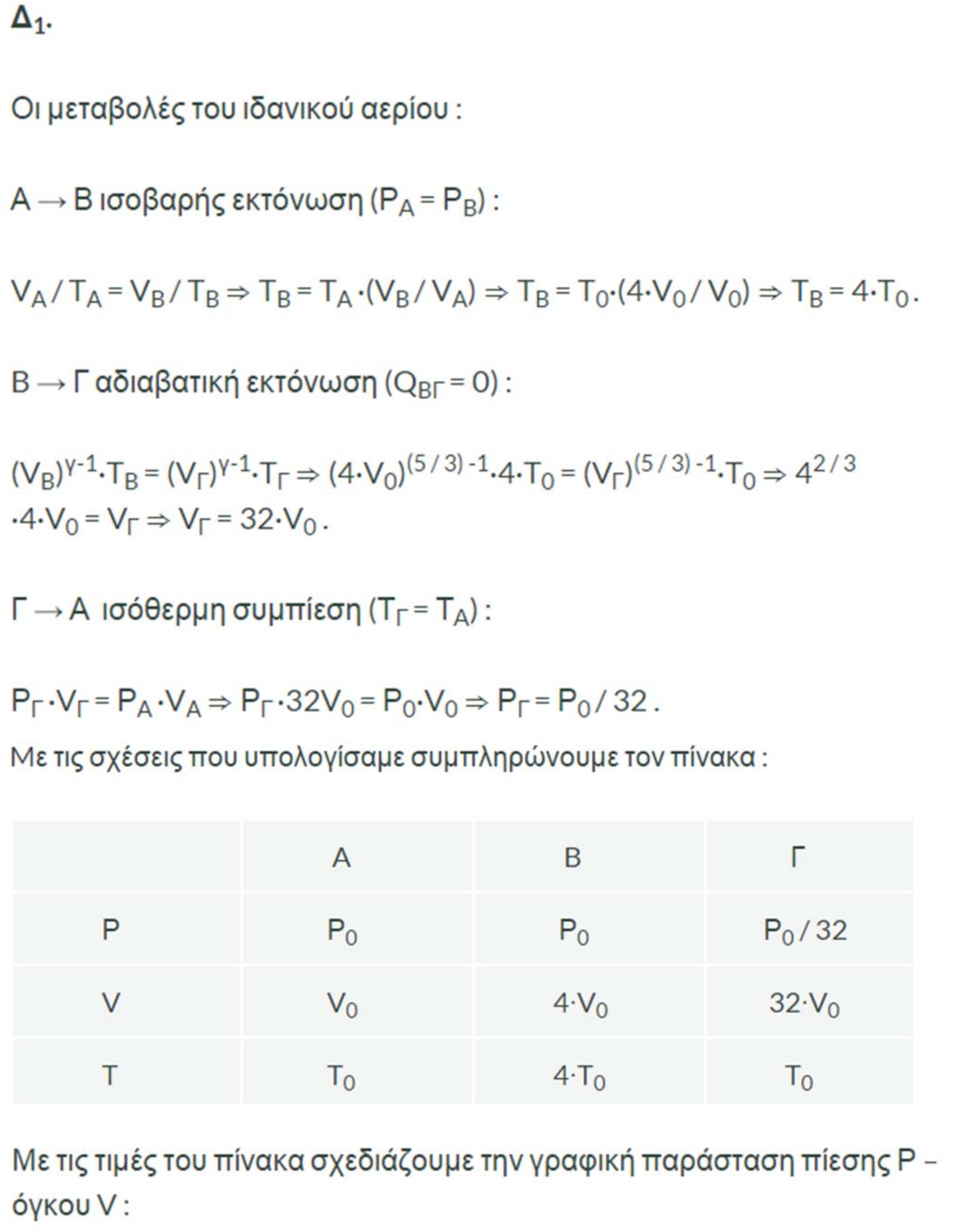
Η θερμότητα στη μεταβολή ΑΒ, η θερμότητα Q_h :

$Q_{AB} = n \cdot C_p \cdot ΔT_{AB} \Rightarrow Q_{AB} = n \cdot (5 \cdot R / 2) \cdot (T_B - T_A) \Rightarrow Q_{AB} = (5 / 2) \cdot (P_B \cdot V_B - P_A \cdot V_A) \Rightarrow Q_{AB} = (5 / 2) \cdot (P_0 \cdot 4 \cdot V_0 - P_0 \cdot V_0) \Rightarrow Q_{AB} = 7{,}5 \cdot P_0 \cdot V_0$.

Η απόδοση θερμικής μηχανής :

$e = 1 - |Q_c| / Q_h \Rightarrow e = 1 - (5{,}9 \cdot P_0 \cdot V_0 / 7{,}5 \cdot P_0 \cdot V_0) \Rightarrow e = 16 / 75$.

40
21054



Δ1.

Οι μεταβολές του ιδανικού αερίου :

Α → Β ισοβαρής εκτόνωση ($P_A = P_B$) :

$V_A / T_A = V_B / T_B \Rightarrow T_B = T_A \cdot (V_B / V_A) \Rightarrow T_B = T_0 \cdot (4 \cdot V_0 / V_0) \Rightarrow T_B = 4 \cdot T_0$.

Β → Γ αδιαβατική εκτόνωση ($Q_{BΓ} = 0$) :

$(V_B)^{\gamma-1} \cdot T_B = (V_Γ)^{\gamma-1} \cdot T_Γ \Rightarrow (4 \cdot V_0)^{(5/3)-1} \cdot 4 \cdot T_0 = (V_Γ)^{(5/3)-1} \cdot T_0 \Rightarrow 4^{2/3} \cdot 4 \cdot V_0 = V_Γ \Rightarrow V_Γ = 32 \cdot V_0$.

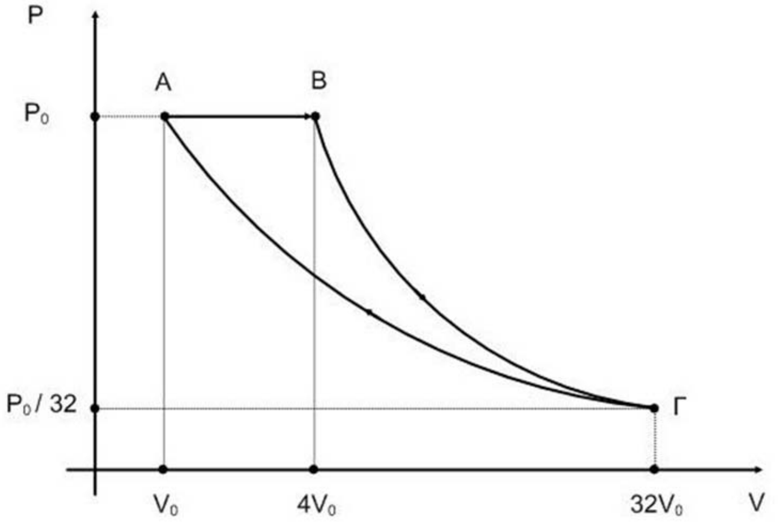
Γ → Α ισόθερμη συμπίεση ($T_Γ = T_A$) :

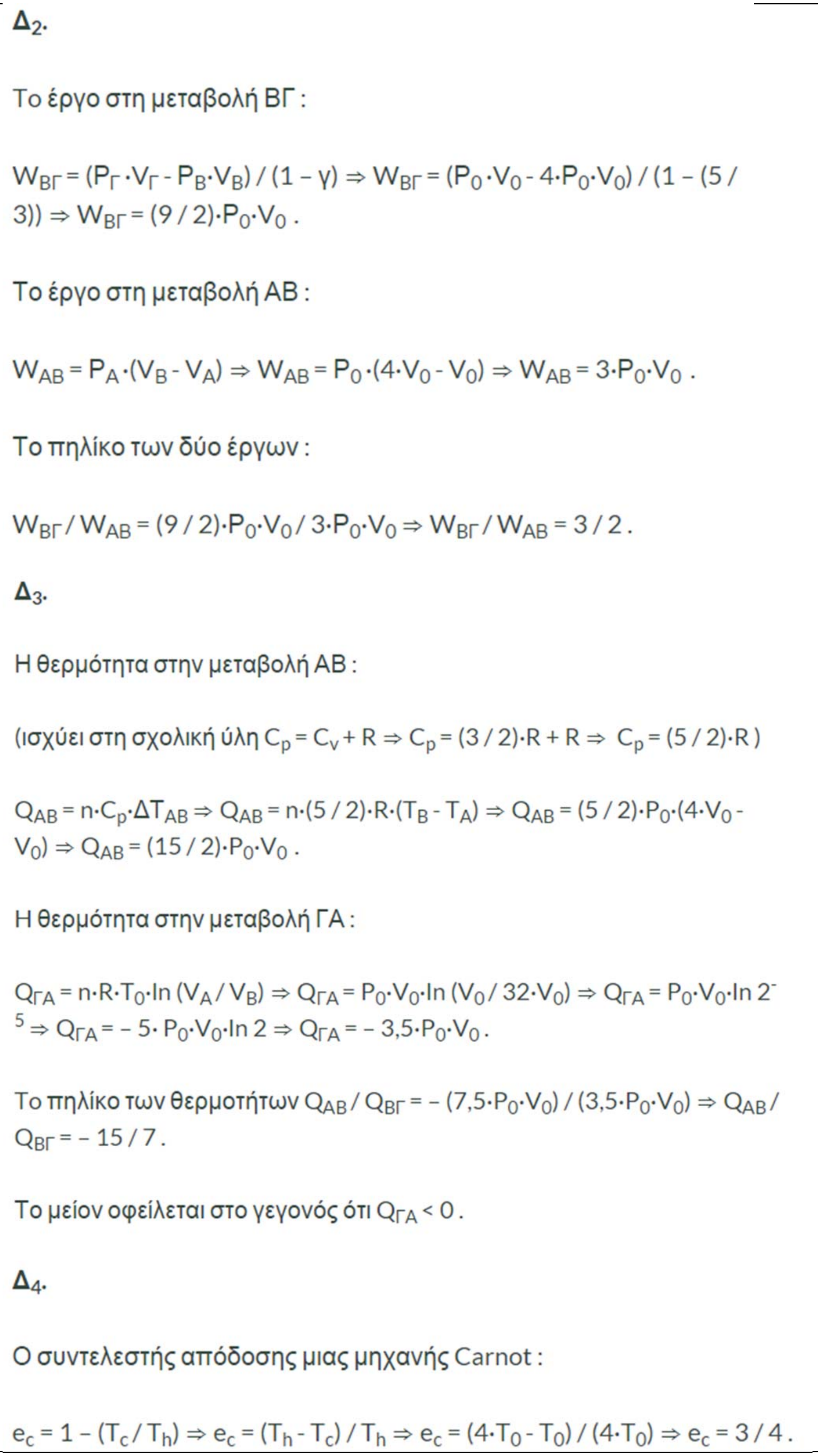
$P_Γ \cdot V_Γ = P_A \cdot V_A \Rightarrow P_Γ \cdot 32V_0 = P_0 \cdot V_0 \Rightarrow P_Γ = P_0 / 32$.

Με τις σχέσεις που υπολογίσαμε συμπληρώνουμε τον πίνακα :

	Α	Β	Γ
P	P_0	P_0	$P_0 / 32$
V	V_0	$4 \cdot V_0$	$32 \cdot V_0$
T	T_0	$4 \cdot T_0$	T_0

Με τις τιμές του πίνακα σχεδιάζουμε την γραφική παράσταση πίεσης P – όγκου V :





Δ₂.

Το έργο στη μεταβολή ΒΓ :

$W_{BΓ} = (P_Γ \cdot V_Γ - P_B \cdot V_B) / (1 – γ) \Rightarrow W_{BΓ} = (P_0 \cdot V_0 - 4 \cdot P_0 \cdot V_0) / (1 – (5 / 3)) \Rightarrow W_{BΓ} = (9 / 2) \cdot P_0 \cdot V_0$.

Το έργο στη μεταβολή ΑΒ :

$W_{AB} = P_A \cdot (V_B - V_A) \Rightarrow W_{AB} = P_0 \cdot (4 \cdot V_0 - V_0) \Rightarrow W_{AB} = 3 \cdot P_0 \cdot V_0$.

Το πηλίκο των δύο έργων :

$W_{BΓ} / W_{AB} = (9 / 2) \cdot P_0 \cdot V_0 / 3 \cdot P_0 \cdot V_0 \Rightarrow W_{BΓ} / W_{AB} = 3 / 2$.

Δ₃.

Η θερμότητα στην μεταβολή ΑΒ :

(ισχύει στη σχολική ύλη $C_p = C_v + R \Rightarrow C_p = (3 / 2) \cdot R + R \Rightarrow C_p = (5 / 2) \cdot R$)

$Q_{AB} = n \cdot C_p \cdot ΔT_{AB} \Rightarrow Q_{AB} = n \cdot (5 / 2) \cdot R \cdot (T_B - T_A) \Rightarrow Q_{AB} = (5 / 2) \cdot P_0 \cdot (4 \cdot V_0 - V_0) \Rightarrow Q_{AB} = (15 / 2) \cdot P_0 \cdot V_0$.

Η θερμότητα στην μεταβολή ΓΑ :

$Q_{ΓA} = n \cdot R \cdot T_0 \cdot \ln (V_A / V_B) \Rightarrow Q_{ΓA} = P_0 \cdot V_0 \cdot \ln (V_0 / 32 \cdot V_0) \Rightarrow Q_{ΓA} = P_0 \cdot V_0 \cdot \ln 2^{-5} \Rightarrow Q_{ΓA} = – 5 \cdot P_0 \cdot V_0 \cdot \ln 2 \Rightarrow Q_{ΓA} = – 3,5 \cdot P_0 \cdot V_0$.

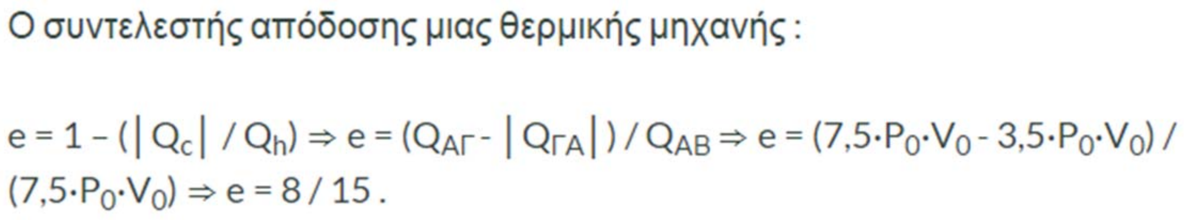
Το πηλίκο των θερμοτήτων $Q_{AB} / Q_{BΓ} = – (7,5 \cdot P_0 \cdot V_0) / (3,5 \cdot P_0 \cdot V_0) \Rightarrow Q_{AB} / Q_{BΓ} = – 15 / 7$.

Το μείον οφείλεται στο γεγονός ότι $Q_{ΓA} < 0$.

Δ₄.

Ο συντελεστής απόδοσης μιας μηχανής Carnot :

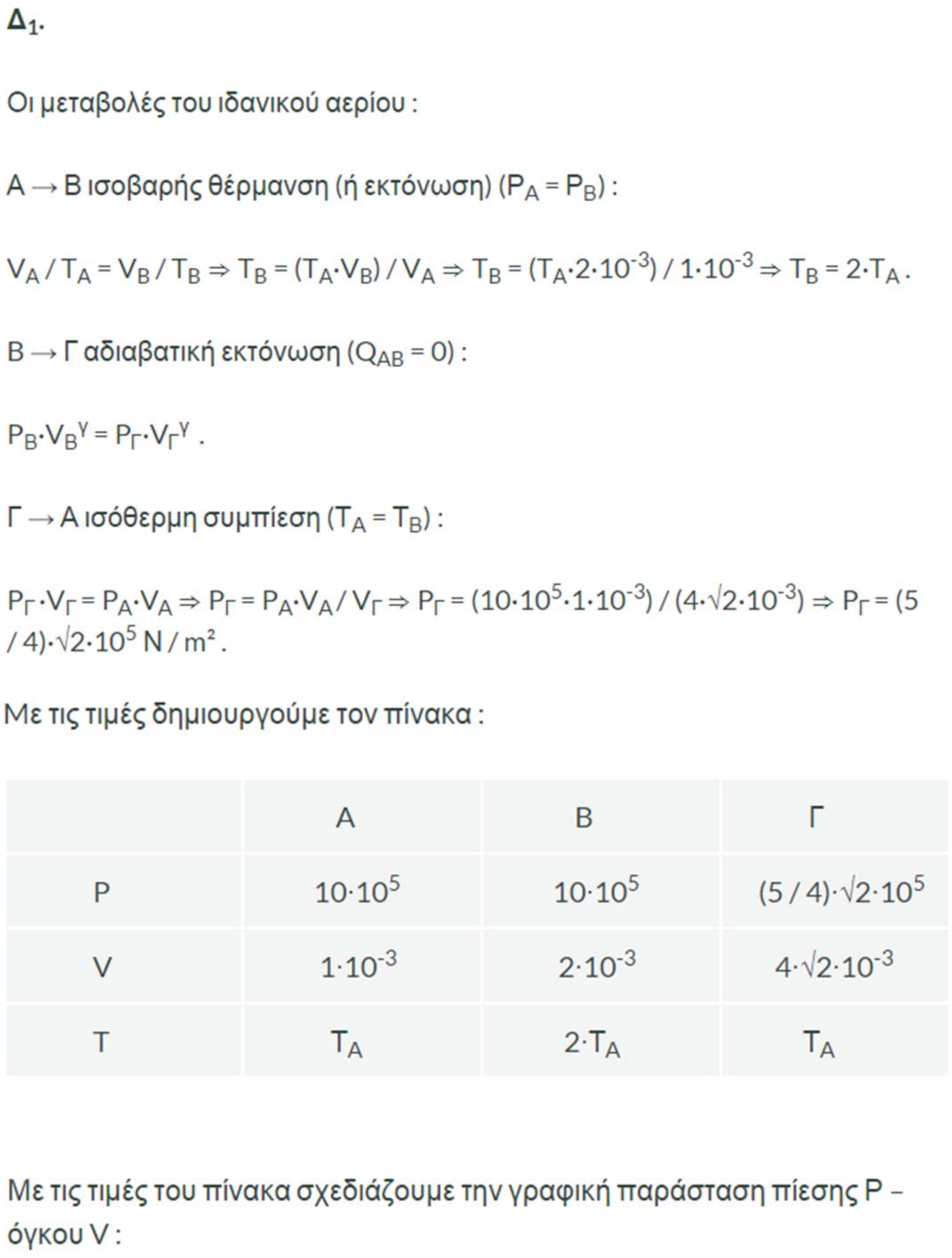
$e_c = 1 – (T_c / T_h) \Rightarrow e_c = (T_h - T_c) / T_h \Rightarrow e_c = (4 \cdot T_0 - T_0) / (4 \cdot T_0) \Rightarrow e_c = 3 / 4$.



Ο συντελεστής απόδοσης μιας θερμικής μηχανής :

$e = 1 - (|Q_c| / Q_h) \Rightarrow e = (Q_{A\Gamma} - |Q_{\Gamma A}|) / Q_{AB} \Rightarrow e = (7{,}5 \cdot P_0 \cdot V_0 - 3{,}5 \cdot P_0 \cdot V_0) / (7{,}5 \cdot P_0 \cdot V_0) \Rightarrow e = 8 / 15$.

41
21057



Δ_1.

Οι μεταβολές του ιδανικού αερίου :

Α → Β ισοβαρής θέρμανση (ή εκτόνωση) ($P_A = P_B$) :

$V_A / T_A = V_B / T_B \Rightarrow T_B = (T_A \cdot V_B) / V_A \Rightarrow T_B = (T_A \cdot 2 \cdot 10^{-3}) / 1 \cdot 10^{-3} \Rightarrow T_B = 2 \cdot T_A$.

Β → Γ αδιαβατική εκτόνωση ($Q_{AB} = 0$) :

$P_B \cdot V_B^{\gamma} = P_\Gamma \cdot V_\Gamma^{\gamma}$.

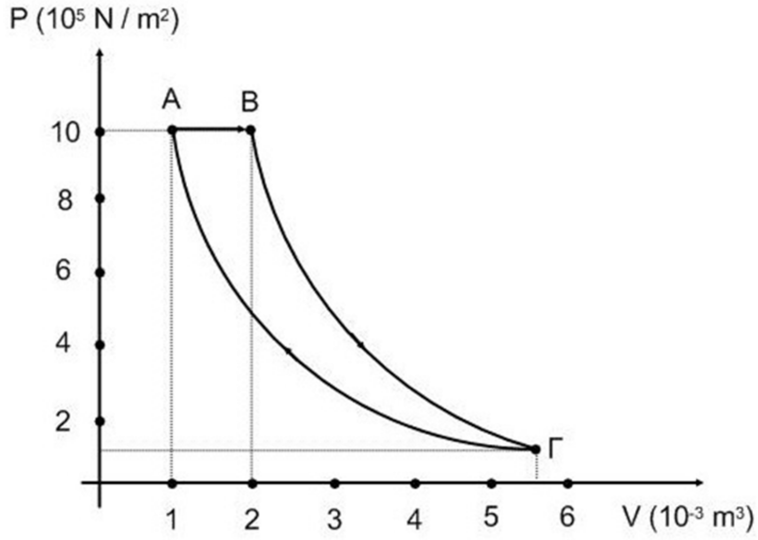
Γ → Α ισόθερμη συμπίεση ($T_A = T_B$) :

$P_\Gamma \cdot V_\Gamma = P_A \cdot V_A \Rightarrow P_\Gamma = P_A \cdot V_A / V_\Gamma \Rightarrow P_\Gamma = (10 \cdot 10^5 \cdot 1 \cdot 10^{-3}) / (4 \cdot \sqrt{2} \cdot 10^{-3}) \Rightarrow P_\Gamma = (5 / 4) \cdot \sqrt{2} \cdot 10^5$ N / m² .

Με τις τιμές δημιουργούμε τον πίνακα :

	Α	Β	Γ
P	$10 \cdot 10^5$	$10 \cdot 10^5$	$(5 / 4) \cdot \sqrt{2} \cdot 10^5$
V	$1 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot \sqrt{2} \cdot 10^{-3}$
T	T_A	$2 \cdot T_A$	T_A

Με τις τιμές του πίνακα σχεδιάζουμε την γραφική παράσταση πίεσης P – όγκου V :



Δ_2.

Θεωρούμε γνωστά τα $C_v = (3/2)\cdot R$ και $C_p = (5/2)\cdot R$.

Η θερμότητα στην ΑΒ αδιαβατική εκτόνωση :

$Q_{AB} = n\cdot C_p\cdot \Delta T_{AB} \Rightarrow Q_{AB} = (5/2)\cdot n\cdot R\cdot \Delta T_{AB} \Rightarrow Q_{AB} = (5/2)\cdot(n\cdot R\cdot T_B - n\cdot R\cdot T_A) \Rightarrow Q_{AB} = (5/2)\cdot(P_B\cdot V_B - P_A\cdot V_A) \Rightarrow Q_{AB} = (5/2)\cdot P_A\cdot(V_B - V_A) \Rightarrow Q_{AB} = (5/2)\cdot 10\cdot 10^5\cdot(2\cdot 10^{-3} - 10^{-3}) \Rightarrow Q_{AB} = 2500$ joule .

Το έργο στην ΑΒ :

$W_{AB} = P_A\cdot(V_B - V_A) \Rightarrow W_{AB} = 10\cdot 10^5\cdot(2\cdot 10^{-3} - 10^{-3}) \Rightarrow W_{AB} = 1000$ joule .

1ος θερμοδυναμικός νόμος στην ΑΒ :

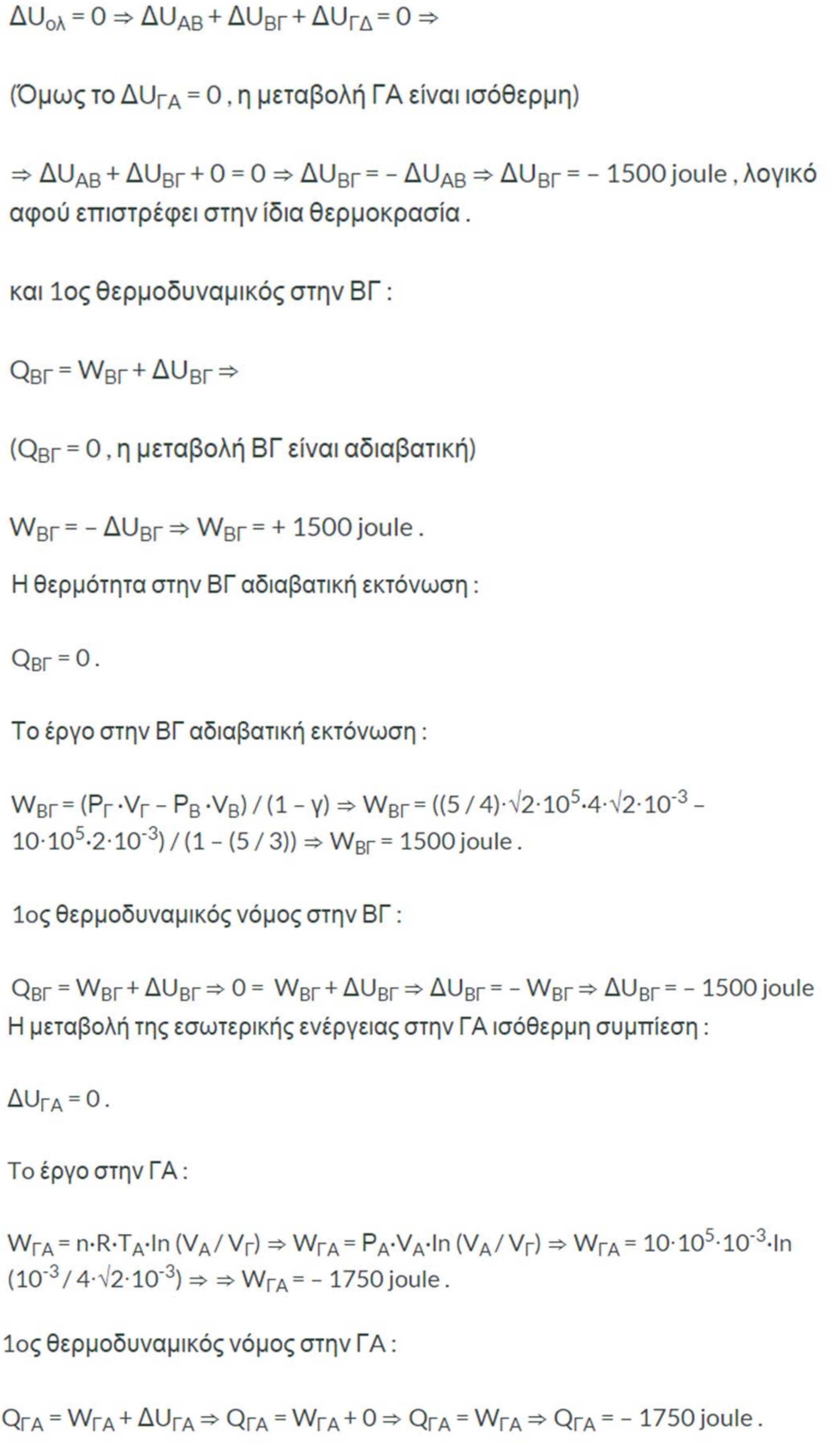
(μια άλλη έκφραση της αρχής διατήρησης της ενέργειας)

$Q_{AB} = W_{AB} + \Delta U_{AB} \Rightarrow \Delta U_{AB} = Q_{AB} - W_{AB} \Rightarrow \Delta U_{AB} = 2500 - 1000 \Rightarrow \Delta U_{AB} = 1500$ joule .

Ο Δάσκαλος (των φυσικών) Διονύσης Μάργαρης **μας διδάσκει :**

Μια διαφορετική αντιμετώπιση για τη μεταβολή ΒΓ:

Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας στη διάρκεια του κυκλικής μεταβολής :



$\Delta U_{ολ} = 0 \Rightarrow \Delta U_{AB} + \Delta U_{BΓ} + \Delta U_{ΓΔ} = 0 \Rightarrow$

(Όμως το $\Delta U_{ΓA} = 0$, η μεταβολή ΓΑ είναι ισόθερμη)

$\Rightarrow \Delta U_{AB} + \Delta U_{BΓ} + 0 = 0 \Rightarrow \Delta U_{BΓ} = -\Delta U_{AB} \Rightarrow \Delta U_{BΓ} = -1500$ joule , λογικό αφού επιστρέφει στην ίδια θερμοκρασία .

και 1ος θερμοδυναμικός στην ΒΓ :

$Q_{BΓ} = W_{BΓ} + \Delta U_{BΓ} \Rightarrow$

($Q_{BΓ} = 0$, η μεταβολή ΒΓ είναι αδιαβατική)

$W_{BΓ} = -\Delta U_{BΓ} \Rightarrow W_{BΓ} = +1500$ joule .

Η θερμότητα στην ΒΓ αδιαβατική εκτόνωση :

$Q_{BΓ} = 0$.

Το έργο στην ΒΓ αδιαβατική εκτόνωση :

$W_{BΓ} = (P_Γ \cdot V_Γ - P_B \cdot V_B) / (1 - γ) \Rightarrow W_{BΓ} = ((5/4)\cdot\sqrt{2}\cdot 10^5 \cdot 4 \cdot \sqrt{2} \cdot 10^{-3} - 10 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3}) / (1 - (5/3)) \Rightarrow W_{BΓ} = 1500$ joule .

1ος θερμοδυναμικός νόμος στην ΒΓ :

$Q_{BΓ} = W_{BΓ} + \Delta U_{BΓ} \Rightarrow 0 = W_{BΓ} + \Delta U_{BΓ} \Rightarrow \Delta U_{BΓ} = -W_{BΓ} \Rightarrow \Delta U_{BΓ} = -1500$ joule

Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας στην ΓΑ ισόθερμη συμπίεση :

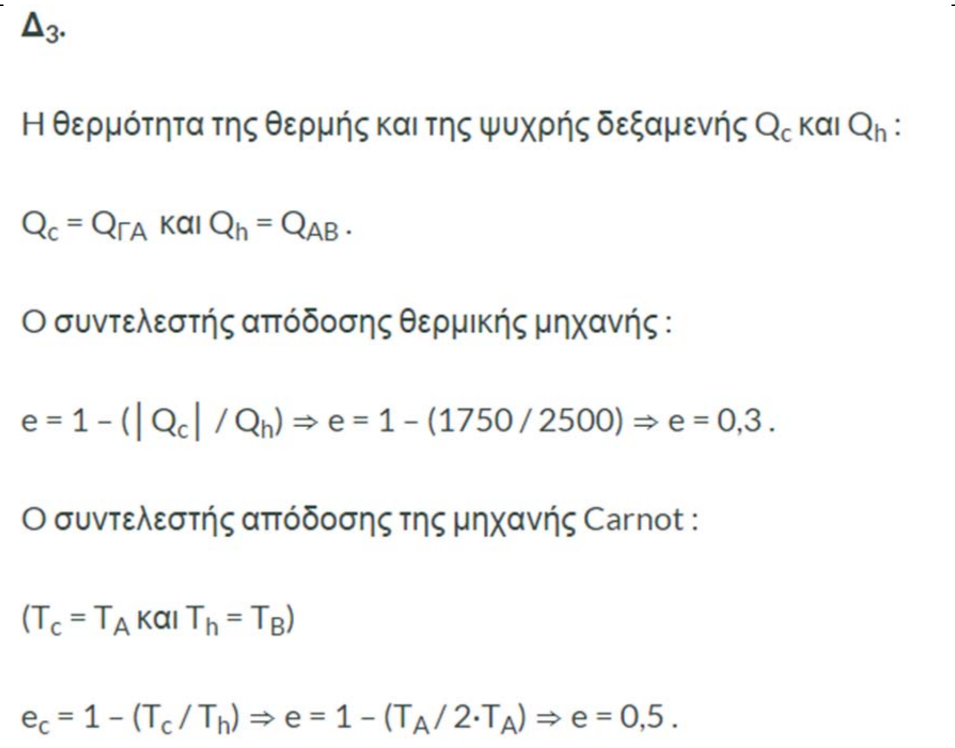
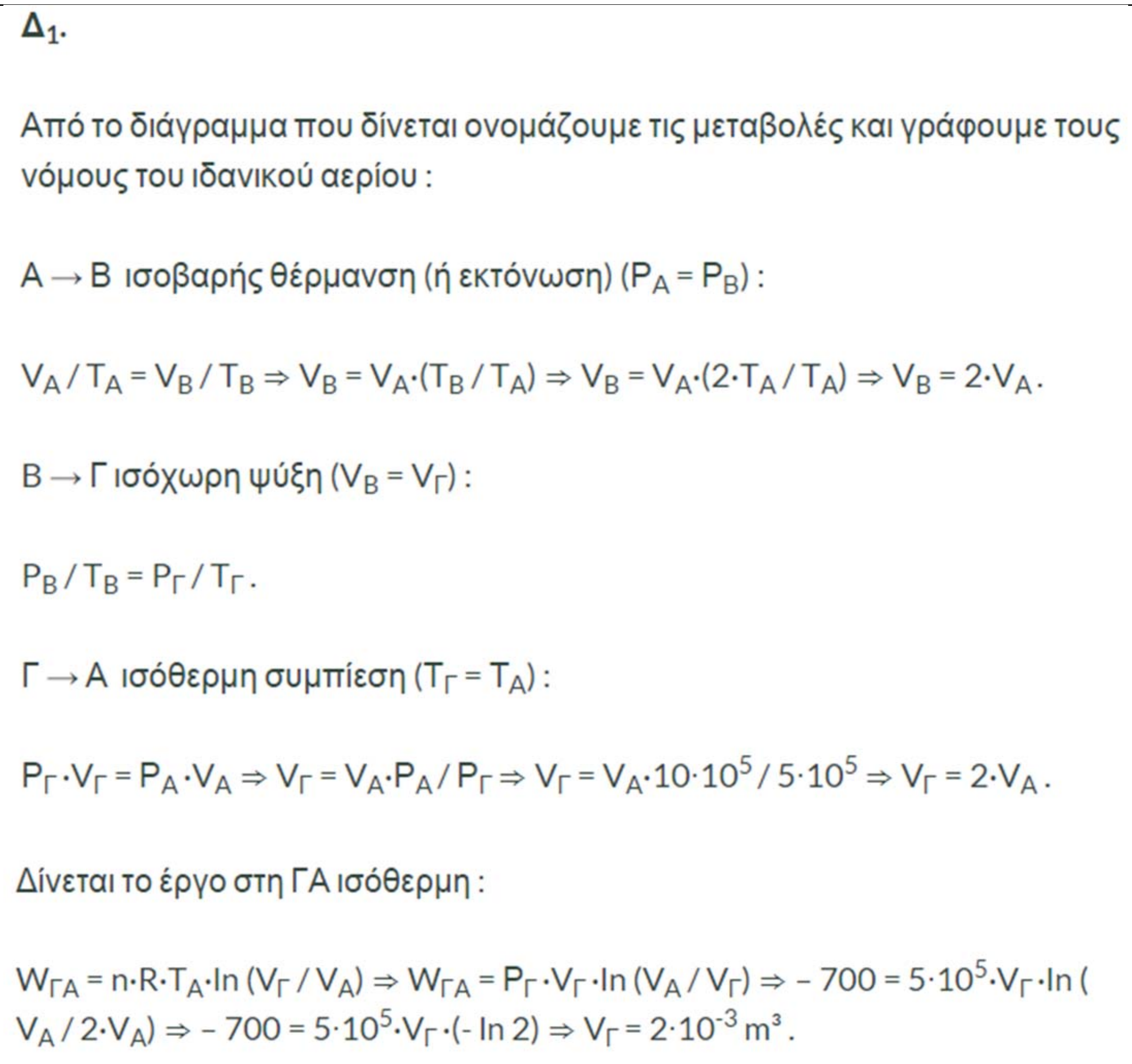
$\Delta U_{ΓA} = 0$.

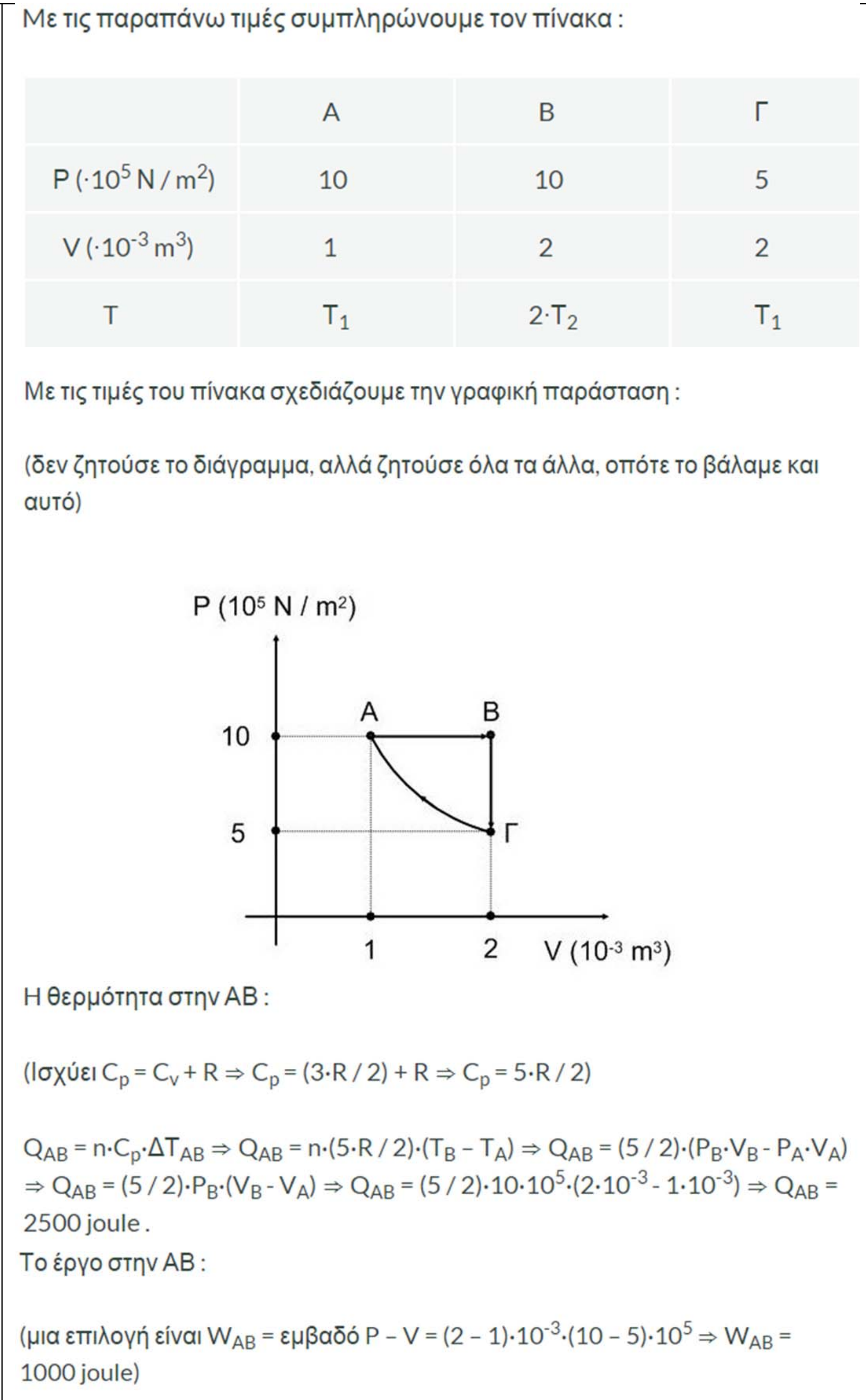
Το έργο στην ΓΑ :

$W_{ΓA} = n \cdot R \cdot T_A \cdot \ln (V_A / V_Γ) \Rightarrow W_{ΓA} = P_A \cdot V_A \cdot \ln (V_A / V_Γ) \Rightarrow W_{ΓA} = 10 \cdot 10^5 \cdot 10^{-3} \cdot \ln (10^{-3} / 4 \cdot \sqrt{2} \cdot 10^{-3}) \Rightarrow \Rightarrow W_{ΓA} = -1750$ joule .

1ος θερμοδυναμικός νόμος στην ΓΑ :

$Q_{ΓA} = W_{ΓA} + \Delta U_{ΓA} \Rightarrow Q_{ΓA} = W_{ΓA} + 0 \Rightarrow Q_{ΓA} = W_{ΓA} \Rightarrow Q_{ΓA} = -1750$ joule .

	 **Δ$_3$.** Η θερμότητα της θερμής και της ψυχρής δεξαμενής Q_c και Q_h : $Q_c = Q_{ΓA}$ και $Q_h = Q_{AB}$. Ο συντελεστής απόδοσης θερμικής μηχανής : $e = 1 - (\lvert Q_c \rvert / Q_h) \Rightarrow e = 1 - (1750 / 2500) \Rightarrow e = 0{,}3$. Ο συντελεστής απόδοσης της μηχανής Carnot : ($T_c = T_A$ και $T_h = T_B$) $e_c = 1 - (T_c / T_h) \Rightarrow e = 1 - (T_A / 2 \cdot T_A) \Rightarrow e = 0{,}5$.
42 21058	 **Δ$_1$.** Από το διάγραμμα που δίνεται ονομάζουμε τις μεταβολές και γράφουμε τους νόμους του ιδανικού αερίου : $A \rightarrow B$ ισοβαρής θέρμανση (ή εκτόνωση) ($P_A = P_B$) : $V_A / T_A = V_B / T_B \Rightarrow V_B = V_A \cdot (T_B / T_A) \Rightarrow V_B = V_A \cdot (2 \cdot T_A / T_A) \Rightarrow V_B = 2 \cdot V_A$. $B \rightarrow Γ$ ισόχωρη ψύξη ($V_B = V_Γ$) : $P_B / T_B = P_Γ / T_Γ$. $Γ \rightarrow A$ ισόθερμη συμπίεση ($T_Γ = T_A$) : $P_Γ \cdot V_Γ = P_A \cdot V_A \Rightarrow V_Γ = V_A \cdot P_A / P_Γ \Rightarrow V_Γ = V_A \cdot 10 \cdot 10^5 / 5 \cdot 10^5 \Rightarrow V_Γ = 2 \cdot V_A$. Δίνεται το έργο στη ΓΑ ισόθερμη : $W_{ΓA} = n \cdot R \cdot T_A \cdot \ln (V_Γ / V_A) \Rightarrow W_{ΓA} = P_Γ \cdot V_Γ \cdot \ln (V_A / V_Γ) \Rightarrow -700 = 5 \cdot 10^5 \cdot V_Γ \cdot \ln (V_A / 2 \cdot V_A) \Rightarrow -700 = 5 \cdot 10^5 \cdot V_Γ \cdot (- \ln 2) \Rightarrow V_Γ = 2 \cdot 10^{-3}\ m^3$.



Με τις παραπάνω τιμές συμπληρώνουμε τον πίνακα :

	Α	Β	Γ
$P\,(\cdot 10^5\,N/m^2)$	10	10	5
$V\,(\cdot 10^{-3}\,m^3)$	1	2	2
T	T_1	$2\cdot T_2$	T_1

Με τις τιμές του πίνακα σχεδιάζουμε την γραφική παράσταση :

(δεν ζητούσε το διάγραμμα, αλλά ζητούσε όλα τα άλλα, οπότε το βάλαμε και αυτό)

Η θερμότητα στην ΑΒ :

(Ισχύει $C_p = C_v + R \Rightarrow C_p = (3\cdot R/2) + R \Rightarrow C_p = 5\cdot R/2$)

$Q_{AB} = n\cdot C_p\cdot \Delta T_{AB} \Rightarrow Q_{AB} = n\cdot(5\cdot R/2)\cdot(T_B - T_A) \Rightarrow Q_{AB} = (5/2)\cdot(P_B\cdot V_B - P_A\cdot V_A)$ $\Rightarrow Q_{AB} = (5/2)\cdot P_B\cdot(V_B - V_A) \Rightarrow Q_{AB} = (5/2)\cdot 10\cdot 10^5\cdot(2\cdot 10^{-3} - 1\cdot 10^{-3}) \Rightarrow Q_{AB} =$ 2500 joule .

Το έργο στην ΑΒ :

(μια επιλογή είναι W_{AB} = εμβαδό P – V = $(2 - 1)\cdot 10^{-3}\cdot(10 - 5)\cdot 10^5 \Rightarrow W_{AB} =$ 1000 joule)

$W_{AB} = P_A \cdot (V_B - V_A) \Rightarrow W_{AB} = 10 \cdot 10^5 \cdot (2 - 1) \cdot 10^{-3} \Rightarrow W_{AB} = 1000$ joule.

1ος θερμοδυναμικός νόμος στην ΑΒ :

$Q_{AB} = \Delta U_{AB} + W_{AB} \Rightarrow \Delta U_{AB} = Q_{AB} - W_{AB} \Rightarrow \Delta U_{AB} = 2500 - 1000 \Rightarrow \Delta U_{AB} =$ 1500 joule.

Το έργο στην ΒΓ μεταβολή :

$W_{B\Gamma} = 0$, η ΒΓ είναι ισόχωρη μεταβολή.

Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας στη ΒΓ :

$\Delta U_{B\Gamma} = n \cdot C_V \cdot \Delta T_{B\Gamma} \Rightarrow \Delta U_{B\Gamma} = n \cdot (3 \cdot R / 2) \cdot (T_\Gamma - T_B) \Rightarrow \Delta U_{B\Gamma} = (3 / 2) \cdot (P_\Gamma \cdot V_\Gamma - P_B \cdot V_B) \Rightarrow \Delta U_{B\Gamma} = (3 / 2) \cdot V_\Gamma \cdot (P_\Gamma - P_B) \Rightarrow \Delta U_{B\Gamma} = (3 / 2) \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot (5 \cdot 10^5 - 10 \cdot 10^5) \Rightarrow \Delta U_{B\Gamma} = -1500$ joule.

1ος θερμοδυναμικός νόμος στη ΒΓ μεταβολή :

$Q_{B\Gamma} = W_{B\Gamma} + \Delta U_{B\Gamma} \Rightarrow Q_{B\Gamma} = 0 - 1500$ joule $\Rightarrow Q_{B\Gamma} = -1500$ joule.

1ος θερμοδυναμικός νόμος στη ΒΓ μεταβολή :

($\Delta U_{\Gamma A} = 0$, η ΓΑ είναι ισόθερμη μεταβολή.)

$Q_{\Gamma A} = W_{\Gamma A} + \Delta U_{\Gamma A} \Rightarrow Q_{\Gamma A} = W_{\Gamma A} + 0 \Rightarrow Q_{\Gamma A} = -700$ joule.

Δ_2.

Η θερμότητα της θερμής δεξαμενής είναι :

$Q_h = Q_{AB} \Rightarrow Q_h = 2500$ joule.

Η θερμότητα της ψυχρής δεξαμενής είναι :

$Q_c = Q_{B\Gamma} + Q_{\Gamma A} \Rightarrow Q_c = -1500 - 700 \Rightarrow Q_c = -2200$ joule.

Ο συντελεστής απόδοσης της θερμικής μηχανής :

$e = 1 - (|Q_c| / Q_h) \Rightarrow e = 1 - (2200 / 2500) \Rightarrow e = 1 - 0{,}88 \Rightarrow e = 0{,}12$.

Ο συντελεστής απόδοσης της μηχανής Carnot :

$e_c = 1 - (T_c / T_h) \Rightarrow e_c = 1 - (T_1 / 2 \cdot T_1) \Rightarrow e_c = 1/2$.

Δ$_3$.

Το ωφέλιμο έργο σε κάθε κύκλο είναι :

$e = W / Q_h \Rightarrow W = e \cdot Q_h \Rightarrow W = 0,12 \cdot 2500 \Rightarrow W = 300$ joule .

(Άλλος τρόπος : $W_{ολ} = W_{AB} + W_{ΒΓ} + W_{ΓΑ} \Rightarrow W_{ολ} = 1000 + 0 - 700 \Rightarrow W_{ολ} =$ 300 joule)

Όταν η θερμική μηχανή πραγματοποιεί Ν κύκλους σε χρονική διάρκεια Δt , η μηχανική ισχύς της μηχανής $P_{μηχ}$:

(όπου $W_{συν}$, είναι το συνολικό μηχανικό έργο που παράγει το αέριο σε χρόνο Δt, ισχύει : $W_{συν} = N \cdot W$)

$P_{μηχ} = W_{συν} / Δt \Rightarrow P_{μηχ} = N \cdot W / Δt \Rightarrow P_{μηχ} = (120 \cdot 300) / 60 \Rightarrow P_{μηχ} = 600$ W (ή joule / s) .

Δ$_4$.

Μετατροπή μονάδων : υ = 72 Km / h = 20 m / s .

Αφού δεν υπάρχουν απώλειες $W_{συν} = ΔK$, άρα :

$P_{μηχ} = ΔK / Δt \Rightarrow Δt = ΔK / P_{μηχ} \Rightarrow Δt = (K_{τελ} - K_{αρχ}) / P_{μηχ} \Rightarrow Δt = (½ \cdot m \cdot υ^2 - 0) / P_{μηχ} \Rightarrow Δt = m \cdot υ^2 / 2 \cdot P_{μηχ} \Rightarrow Δt = 600 \cdot 20^2 / 2 \cdot 600 \Rightarrow Δt = 200$ s .

43
21059

Δ$_1$.

Από το διάγραμμα που δίνεται ονομάζουμε τις μεταβολές και γράφουμε τους νόμους του ιδανικού αερίου :

$A \rightarrow B$ ισοβαρής θέρμανση (ή εκτόνωση) ($P_A = P_B$) :

$V_A / T_A = V_B / T_B \Rightarrow V_B = V_A \cdot (T_B / T_A) \Rightarrow V_B = V_A \cdot (2 \cdot T_A / T_A) \Rightarrow V_B = 2 \cdot V_A$.

$B \rightarrow Γ$ ισόχωρη ψύξη ($V_B = V_Γ$) :

$P_B / T_B = P_Γ / T_Γ$.

$Γ \rightarrow A$ ισόθερμη συμπίεση $(T_Γ = T_A)$:

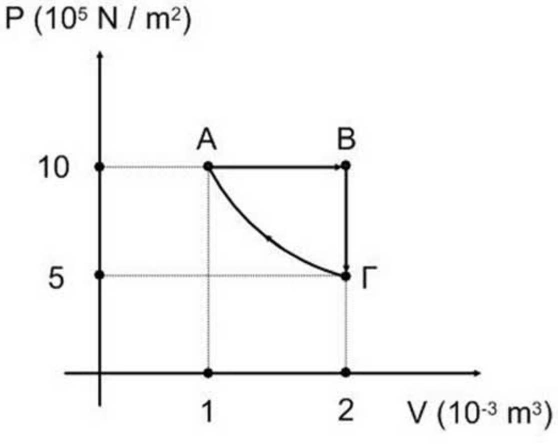
$P_Γ \cdot V_Γ = P_A \cdot V_A \Rightarrow V_Γ = V_A \cdot P_A / P_Γ \Rightarrow V_Γ = V_A \cdot 10 \cdot 10^5 / 5 \cdot 10^5 \Rightarrow V_Γ = 2 \cdot V_A$.

Δίνεται το έργο στη ΓΑ ισόθερμη :

$W_{ΓA} = n \cdot R \cdot T_A \cdot \ln (V_A / V_Γ) \Rightarrow W_{ΓA} = P_Γ \cdot V_Γ \cdot \ln (V_A / V_Γ) \Rightarrow - 700 = 5 \cdot 10^5 \cdot V_Γ \cdot \ln (V_A / 2 \cdot V_A) \Rightarrow - 700 = - 5 \cdot 10^5 \cdot V_Γ \cdot \ln 2 \Rightarrow V_Γ = 2 \cdot 10^{-3}$ m³.
Με τις παραπάνω τιμές συμπληρώνουμε τον πίνακα :

	A	B	Γ
$P (\cdot 10^5 N / m^2)$	10	10	5
$V (\cdot 10^{-3} m^3)$	1	2	2
T	T_1	$2 \cdot T_2$	T_1

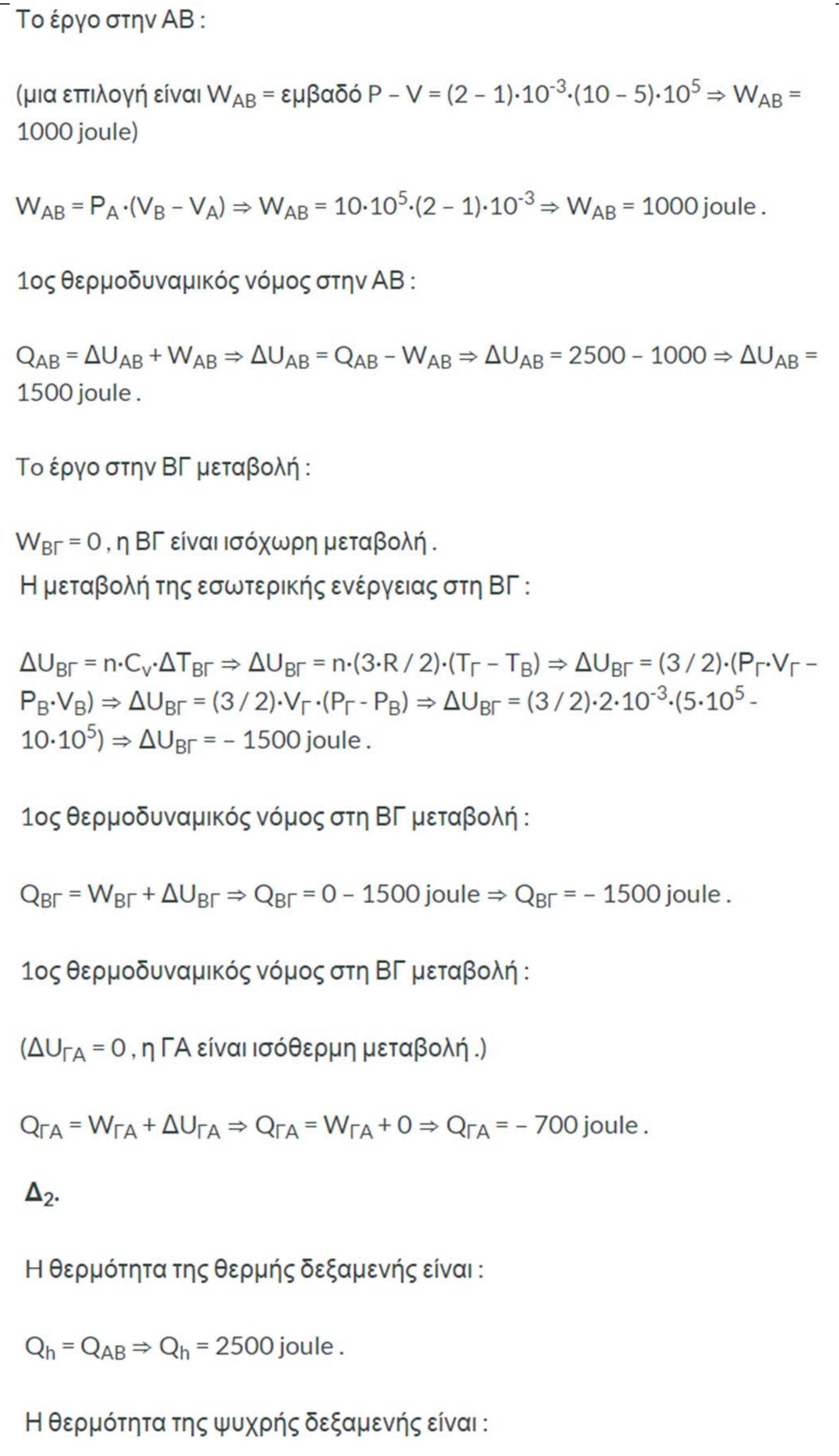
Με τις τιμές του πίνακα σχεδιάζουμε την γραφική παράσταση :



Η θερμότητα στην ΑΒ :

(Ισχύει $C_p = C_v + R \Rightarrow C_p = (3 \cdot R / 2) + R \Rightarrow C_p = 5 \cdot R / 2$)

$Q_{AB} = n \cdot C_p \cdot ΔT_{AB} \Rightarrow Q_{AB} = n \cdot (5 \cdot R / 2) \cdot (T_B - T_A) \Rightarrow Q_{AB} = (5 / 2) \cdot (P_B \cdot V_B - P_A \cdot V_A) \Rightarrow Q_{AB} = (5 / 2) \cdot P_B \cdot (V_B - V_A) \Rightarrow Q_{AB} = (5 / 2) \cdot 10 \cdot 10^5 \cdot (2 \cdot 10^{-3} - 1 \cdot 10^{-3}) \Rightarrow Q_{AB} =$ 2500 joule .



Το έργο στην ΑΒ :

(μια επιλογή είναι W_{AB} = εμβαδό P – V = $(2 - 1)\cdot10^{-3}\cdot(10 - 5)\cdot10^{5} \Rightarrow W_{AB} =$ 1000 joule)

$W_{AB} = P_A\cdot(V_B - V_A) \Rightarrow W_{AB} = 10\cdot10^{5}\cdot(2 - 1)\cdot10^{-3} \Rightarrow W_{AB} = 1000$ joule .

1ος θερμοδυναμικός νόμος στην ΑΒ :

$Q_{AB} = \Delta U_{AB} + W_{AB} \Rightarrow \Delta U_{AB} = Q_{AB} - W_{AB} \Rightarrow \Delta U_{AB} = 2500 - 1000 \Rightarrow \Delta U_{AB} =$ 1500 joule .

Το έργο στην ΒΓ μεταβολή :

$W_{B\Gamma} = 0$, η ΒΓ είναι ισόχωρη μεταβολή .

Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας στη ΒΓ :

$\Delta U_{B\Gamma} = n\cdot C_V\cdot\Delta T_{B\Gamma} \Rightarrow \Delta U_{B\Gamma} = n\cdot(3\cdot R / 2)\cdot(T_\Gamma - T_B) \Rightarrow \Delta U_{B\Gamma} = (3 / 2)\cdot(P_\Gamma\cdot V_\Gamma - P_B\cdot V_B) \Rightarrow \Delta U_{B\Gamma} = (3 / 2)\cdot V_\Gamma\cdot(P_\Gamma - P_B) \Rightarrow \Delta U_{B\Gamma} = (3 / 2)\cdot2\cdot10^{-3}\cdot(5\cdot10^{5} - 10\cdot10^{5}) \Rightarrow \Delta U_{B\Gamma} = -$ 1500 joule .

1ος θερμοδυναμικός νόμος στη ΒΓ μεταβολή :

$Q_{B\Gamma} = W_{B\Gamma} + \Delta U_{B\Gamma} \Rightarrow Q_{B\Gamma} = 0 -$ 1500 joule $\Rightarrow Q_{B\Gamma} = -$ 1500 joule .

1ος θερμοδυναμικός νόμος στη ΒΓ μεταβολή :

($\Delta U_{\Gamma A} = 0$, η ΓΑ είναι ισόθερμη μεταβολή .)

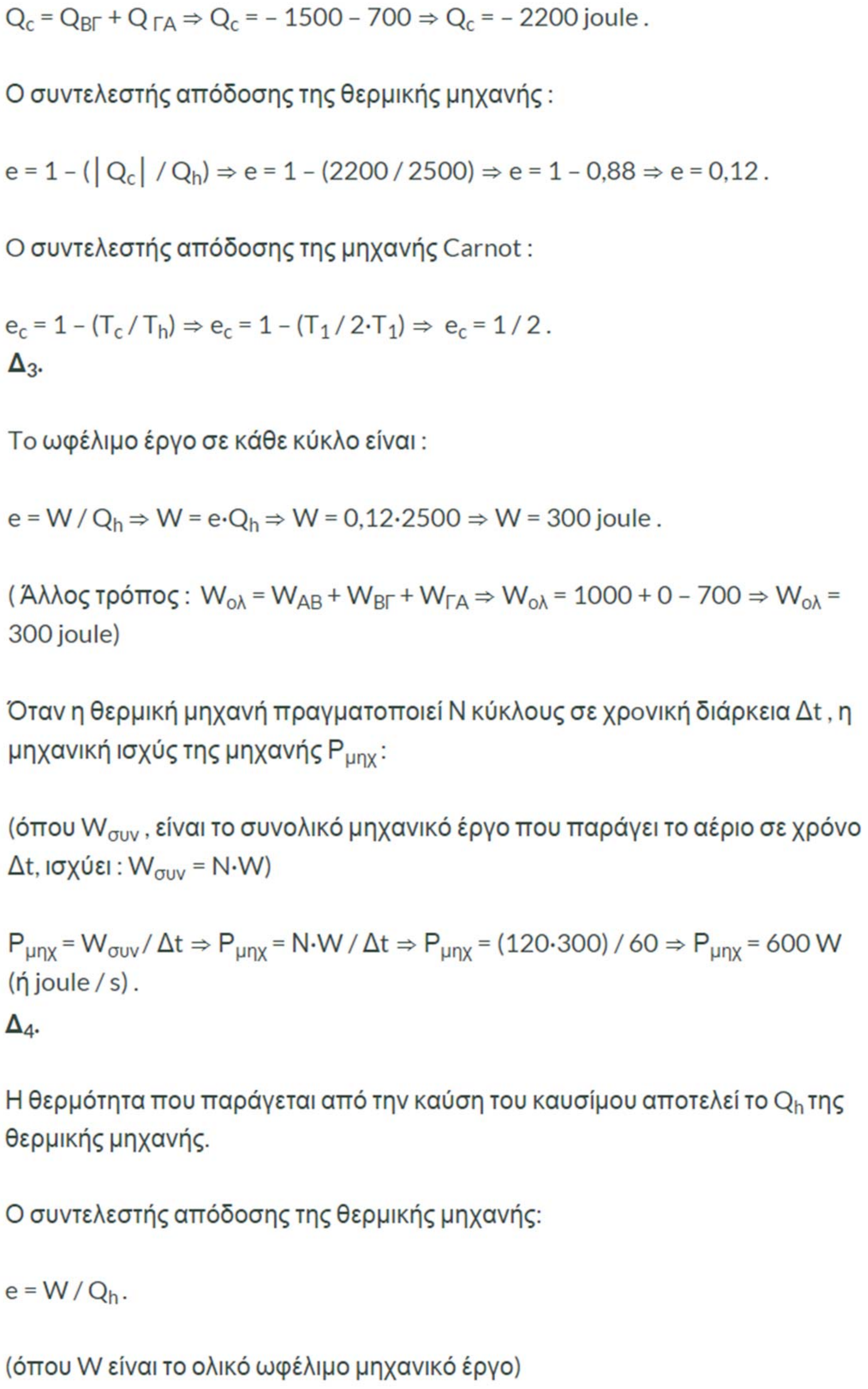
$Q_{\Gamma A} = W_{\Gamma A} + \Delta U_{\Gamma A} \Rightarrow Q_{\Gamma A} = W_{\Gamma A} + 0 \Rightarrow Q_{\Gamma A} = -$ 700 joule .

Δ$_2$.

Η θερμότητα της θερμής δεξαμενής είναι :

$Q_h = Q_{AB} \Rightarrow Q_h =$ 2500 joule .

Η θερμότητα της ψυχρής δεξαμενής είναι :



$Q_c = Q_{ΒΓ} + Q_{ΓΑ} \Rightarrow Q_c = -1500 - 700 \Rightarrow Q_c = -2200$ joule .

Ο συντελεστής απόδοσης της θερμικής μηχανής :

$e = 1 - (|Q_c| / Q_h) \Rightarrow e = 1 - (2200 / 2500) \Rightarrow e = 1 - 0{,}88 \Rightarrow e = 0{,}12$.

Ο συντελεστής απόδοσης της μηχανής Carnot :

$e_c = 1 - (T_c / T_h) \Rightarrow e_c = 1 - (T_1 / 2 \cdot T_1) \Rightarrow e_c = 1 / 2$.

$Δ_3$.

Το ωφέλιμο έργο σε κάθε κύκλο είναι :

$e = W / Q_h \Rightarrow W = e \cdot Q_h \Rightarrow W = 0{,}12 \cdot 2500 \Rightarrow W = 300$ joule .

(Άλλος τρόπος : $W_{ολ} = W_{ΑΒ} + W_{ΒΓ} + W_{ΓΑ} \Rightarrow W_{ολ} = 1000 + 0 - 700 \Rightarrow W_{ολ} =$ 300 joule)

Όταν η θερμική μηχανή πραγματοποιεί Ν κύκλους σε χρονική διάρκεια Δt , η μηχανική ισχύς της μηχανής $P_{μηχ}$:

(όπου $W_{συν}$, είναι το συνολικό μηχανικό έργο που παράγει το αέριο σε χρόνο Δt, ισχύει : $W_{συν} = N \cdot W$)

$P_{μηχ} = W_{συν} / Δt \Rightarrow P_{μηχ} = N \cdot W / Δt \Rightarrow P_{μηχ} = (120 \cdot 300) / 60 \Rightarrow P_{μηχ} = 600$ W (ή joule / s) .

$Δ_4$.

Η θερμότητα που παράγεται από την καύση του καυσίμου αποτελεί το Q_h της θερμικής μηχανής.

Ο συντελεστής απόδοσης της θερμικής μηχανής:

$e = W / Q_h$.

(όπου W είναι το ολικό ωφέλιμο μηχανικό έργο) και επειδή όλη η μηχανική ισχύς μετατρέπεται πλήρως σε κινητική :

$W / \Delta t = \Delta K / \Delta t \Rightarrow W = \Delta K \Rightarrow W = K_{τελ} - K_{αρχ} \Rightarrow W = K_{τελ} \Rightarrow$

(Η $K_{αρχ} = 0$)

$\Rightarrow W = ½\cdot m\cdot u^2 \Rightarrow W = ½\cdot 300\cdot 20^2 \Rightarrow W = 6\cdot 10^4$ joule .

Δίνεται :

$\Delta Q / \Delta m = 4\cdot 10^6$ joule / kg ,

Όταν καίγονται Δm (kg) παράγεται θερμότητα ΔQ (joule),
όταν καίγονται m (kg) παράγεται θερμότητα Q_h (joyle) .

$\Delta m / m = Q / Q_h \Rightarrow m = Q_h / (Q / \Delta m)$ …(I)

Η απόδοση της θερμικής μηχανής :

$e = W / Q_h \Rightarrow Q_h = W / e \Rightarrow Q_h = 6\cdot 10^4 / 0{,}12 \Rightarrow Q_h = 5\cdot 10^5$ joule .

από την εξίσωση (I) $\Rightarrow m = Q_h / (Q / \Delta m) \Rightarrow m = 5\cdot 10^5 / 4\cdot 10^6 \Rightarrow m = 0{,}125$ kg .

Η πυκνότητα ορίζεται :

$\rho = m / V \Rightarrow V = m / \rho \Rightarrow V = 125\cdot 10^{-3} / 8\cdot 10^2 \Rightarrow V = 15{,}6\cdot 10^{-5}\ m^3 \Rightarrow V = 0{,}156\cdot 10^{-3}\cdot 10^3\ L \Rightarrow V = 0{,}156\ L$.

44
21072

Δ1.

Υπολογίζουμε την T_A από την καταστατική εξίσωση, στην κατάσταση Α:

$P_A\cdot V_A = n\cdot R\cdot T_A \Rightarrow P_A\cdot V_A = \frac{2}{R}\cdot R\cdot T_A \Rightarrow T_A = \frac{PA\cdot VA}{2} \Rightarrow T_A = \frac{32\cdot 10^5\cdot 10^{-3}}{2} \Rightarrow T_A = 1600\ K$.

Δ2.

Υπολογίζουμε τον όγκο V_B από την αδιαβατική εκτόνωση ΑΒ : $P_A\cdot V_A^{\gamma} = P_B\cdot V_B^{\gamma}$

Υψώνουμε και τα δύο μέλη της εξίσωσης εις την 1/γ οπότε έχουμε:

$$P_A^{1/\gamma} \cdot V_A = P_B^{1/\gamma} \cdot V_B \Rightarrow V_B = \left(\frac{P_A}{P_B}\right)^{1/\gamma} \cdot V_A \quad (1)$$

Υπολογίζουμε την τιμή του αδιαβατικού εκθέτη γ :

$$C_p = C_v + R = \frac{3}{2}R + \frac{2}{2}R \Rightarrow C_p = \frac{5}{2}R$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} \Rightarrow \gamma = \frac{\frac{5}{2}R}{\frac{3}{2}R} \Rightarrow \gamma = \frac{5}{3}.$$

Άρα από την (1) προκύπτει: $V_B = \left(\frac{32 \cdot 10^5}{10^5}\right)^{3/5} \cdot 10^{-3} \Rightarrow$

$$V_B = 32^{3/5} \cdot 10^{-3} \Rightarrow$$

$$V_B = (2^5)^{3/5} \cdot 10^{-3} \Rightarrow \mathbf{V_B = 8 \cdot 10^{-3}\, m^3}.$$

Δ3.

Για το συντελεστή απόδοσης της θερμικής μηχανής ισχύει :

$$e = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_h}$$

Όπου Q_c η θερμότητα που αποβάλλεται στην ψυχρή δεξαμενή, θερμοκρασίας T_c και Q_h η θερμότητα που προσλαμβάνεται από την θερμή δεξαμενή, θερμοκρασίας T_h.

Στη περίπτωση μας $\quad Q_c = Q_{B\Gamma} \Rightarrow Q_c = n \cdot C_p \cdot \Delta T \Rightarrow$

$$\Rightarrow Q_c = \frac{5}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T_{B\Gamma} \Rightarrow Q_c = \frac{5}{2} \cdot P_B \cdot (V_\Gamma - V_B) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q_c = \frac{5}{2} \cdot 10^5 \cdot (10^{-3} - 8 \cdot 10^{-3}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q_c = \frac{5}{2} \cdot 10^5 \cdot (-7 \cdot 10^{-3}) \Rightarrow Q_c = -1.750 \text{ joule}.$$

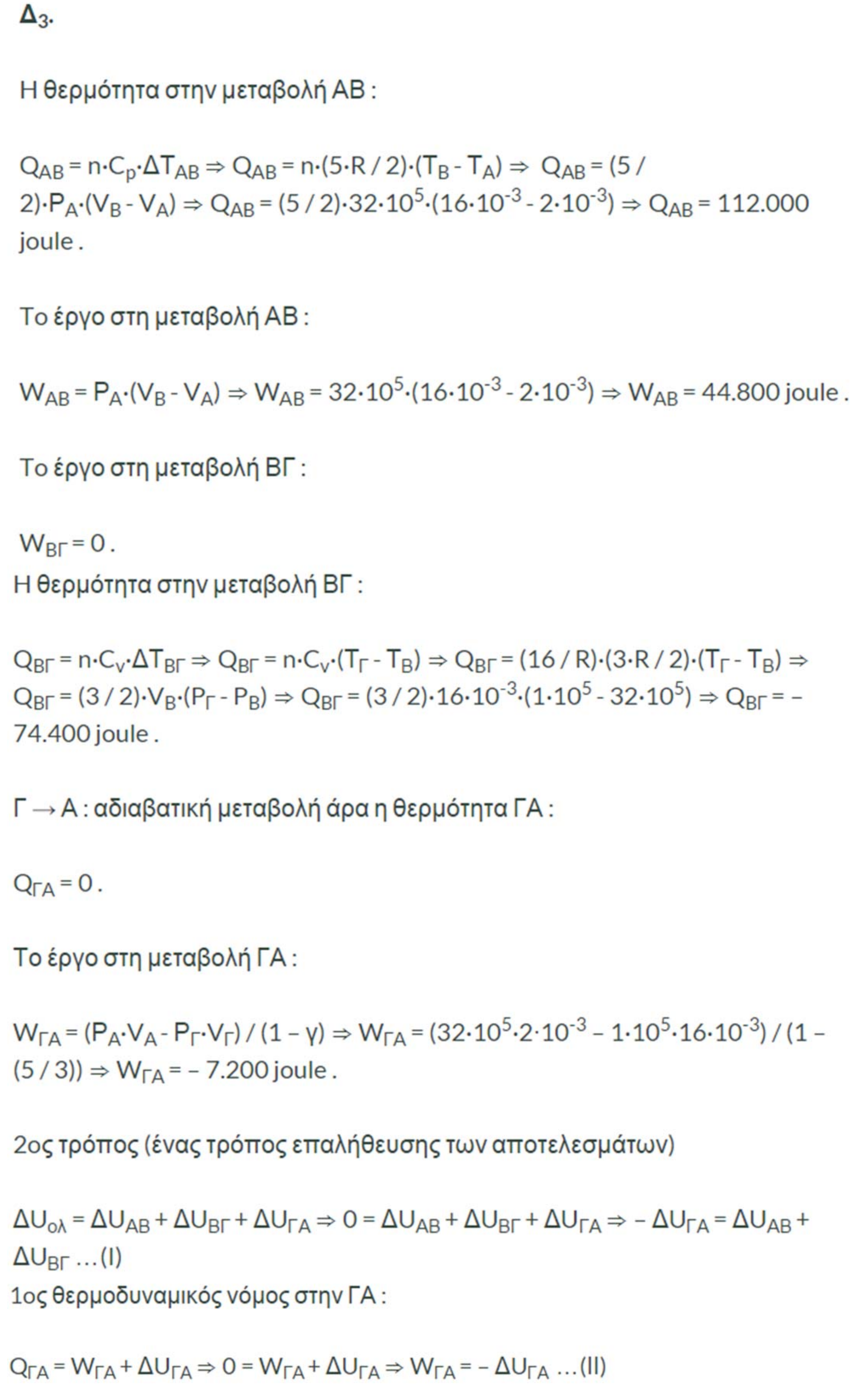
Και $\quad Q_h = Q_{\Gamma A} \Rightarrow Q_h = n \cdot R \cdot \Delta T_{\Gamma A} \Rightarrow$

$$\Rightarrow Q_h = \frac{3}{2} \cdot V_\Gamma \cdot (P_A - P_\Gamma) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q_h = \frac{3}{2} \cdot 10^{-3} \cdot (32 \cdot 10^5 - 10^5) \Rightarrow Q_h = 4.650 \text{ joule}.$$

Επομένως : $e = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_h} \Rightarrow e = 1 - \frac{1.750}{4.650} \Rightarrow e = 1 - \frac{290}{465} \Rightarrow \mathbf{e = \frac{58}{93}}.$

	Δ4. Ο συντελεστής απόδοσης της μηχανής Carnot, που θα λειτουργούσε μεταξύ των ίδιων ακραίων θερμοκρασιών με αυτές που λειτουργεί η παραπάνω θερμική μηχανή είναι: $e_c = 1 - \frac{T_c}{T_h}$ Όμως $T_h = T_A \Rightarrow T_h = 1.600\ K$ και $T_c = T_\Gamma$. Υπολογίζουμε την T_Γ από την καταστατική εξίσωση στην κατάσταση Γ : $P_\Gamma \cdot V_\Gamma = n\cdot R\cdot T_\Gamma \Rightarrow P_\Gamma \cdot V_\Gamma = \frac{2}{R}\cdot R\cdot T_\Gamma \Rightarrow T_\Gamma = \frac{P_\Gamma \cdot V_\Gamma}{2} \Rightarrow T_\Gamma = \frac{100}{2} \Rightarrow T_\Gamma = 50\ K.$ Άρα ο συντελεστής απόδοσης της μηχανής Carnot είναι : $e_c = 1 - \frac{T_c}{T_h} \Rightarrow e_c = 1 - \frac{50}{1600} \Rightarrow e_c = 1 - \frac{1}{32} \Rightarrow e_c = \frac{31}{32}$.
45 21073	**Δ1.** Υπολογίζουμε το T_A από την καταστατική εξίσωση : $P_A \cdot V_A = n\cdot R\cdot T_A \Rightarrow T_A = P_A \cdot V_A / n\cdot R \Rightarrow T_A = 32\cdot 10^5 \cdot 2\cdot 10^{-3} / ((16 / R)\cdot R) \Rightarrow T_A = 400\ K$. $A \rightarrow B$: Ισοβαρής θέρμανση άρα $P_A = P_B$. $B \rightarrow \Gamma$: Ισόχωρη ψύξη $V_B = V_\Gamma$. **Δ2.** Ισχύει : $C_p = C_v + R \Rightarrow C_p = 3\cdot R / 2 + R \Rightarrow C_p = 5\cdot R / 2$. $\gamma = C_p / C_v \Rightarrow \gamma = (5\cdot R / 2) / (3\cdot R / 2) \Rightarrow \gamma = 5 / 3$. $\Gamma \rightarrow A$: Αδιαβατική συμπίεση ($Q_{\Gamma A} = 0$) : $P_\Gamma \cdot V_\Gamma^{\gamma} = P_A \cdot V_A^{\gamma} \Rightarrow P_\Gamma = P_A \cdot (V_A / V_\Gamma)^{\gamma} \Rightarrow P_\Gamma = 32\cdot 10^5 \cdot (2\cdot 10^{-3} / 16\cdot 10^{-3})^{5/3} \Rightarrow P_\Gamma = 1\cdot 10^5\ N / m^2$.



$Δ_3$.

Η θερμότητα στην μεταβολή ΑΒ :

$Q_{AB} = n·C_p·ΔT_{AB} \Rightarrow Q_{AB} = n·(5·R / 2)·(T_B - T_A) \Rightarrow Q_{AB} = (5 / 2)·P_A·(V_B - V_A) \Rightarrow Q_{AB} = (5 / 2)·32·10^5·(16·10^{-3} - 2·10^{-3}) \Rightarrow Q_{AB} = 112.000$ joule .

Το έργο στη μεταβολή ΑΒ :

$W_{AB} = P_A·(V_B - V_A) \Rightarrow W_{AB} = 32·10^5·(16·10^{-3} - 2·10^{-3}) \Rightarrow W_{AB} = 44.800$ joule .

Το έργο στη μεταβολή ΒΓ :

$W_{ΒΓ} = 0$.

Η θερμότητα στην μεταβολή ΒΓ :

$Q_{ΒΓ} = n·C_v·ΔT_{ΒΓ} \Rightarrow Q_{ΒΓ} = n·C_v·(T_Γ - T_B) \Rightarrow Q_{ΒΓ} = (16 / R)·(3·R / 2)·(T_Γ - T_B) \Rightarrow Q_{ΒΓ} = (3 / 2)·V_B·(P_Γ - P_B) \Rightarrow Q_{ΒΓ} = (3 / 2)·16·10^{-3}·(1·10^5 - 32·10^5) \Rightarrow Q_{ΒΓ} = -74.400$ joule .

Γ → Α : αδιαβατική μεταβολή άρα η θερμότητα ΓΑ :

$Q_{ΓΑ} = 0$.

Το έργο στη μεταβολή ΓΑ :

$W_{ΓΑ} = (P_A·V_A - P_Γ·V_Γ) / (1 – γ) \Rightarrow W_{ΓΑ} = (32·10^5·2·10^{-3} – 1·10^5·16·10^{-3}) / (1 – (5 / 3)) \Rightarrow W_{ΓΑ} = – 7.200$ joule .

2ος τρόπος (ένας τρόπος επαλήθευσης των αποτελεσμάτων)

$ΔU_{ολ} = ΔU_{AB} + ΔU_{ΒΓ} + ΔU_{ΓΑ} \Rightarrow 0 = ΔU_{AB} + ΔU_{ΒΓ} + ΔU_{ΓΑ} \Rightarrow – ΔU_{ΓΑ} = ΔU_{AB} + ΔU_{ΒΓ}$ …(I)

1ος θερμοδυναμικός νόμος στην ΓΑ :

$Q_{ΓΑ} = W_{ΓΑ} + ΔU_{ΓΑ} \Rightarrow 0 = W_{ΓΑ} + ΔU_{ΓΑ} \Rightarrow W_{ΓΑ} = – ΔU_{ΓΑ}$ …(II)

1ος θερμοδυναμικός νόμος στην ΑΒ :

$Q_{ΓΑ} = W_{ΓΑ} + ΔU_{ΓΑ} \Rightarrow ΔU_{ΓΑ} = Q_{ΓΑ} - W_{ΓΑ}$ …(ΙΙΙ)

Από την σχέση (Ι) με την βοήθεια των σχέσεων (ΙΙ) και (ΙΙΙ) :

$W_{ΓΑ} = (Q_{ΓΑ} - W_{ΓΑ}) + ΔU_{ΒΓ} \Rightarrow W_{ΓΑ} = (112.000 – 44.800) – 74.400 \Rightarrow W_{ΓΑ} = –$ 7.200 joule .

$Δ_4$.

Ο συντελεστής απόδοσης της μηχανής Carnot :

$e_c = 1 – (T_c / T_h)$,

όπου $T_c = T_Γ$ και $T_h = T_B$.

Από την καταστατική εξίσωση για την κατάσταση Β :

$P_B \cdot V_B = n \cdot R \cdot T_B \Rightarrow T_B = P_B \cdot V_B / n \cdot R \Rightarrow T_B = 32 \cdot 10^5 \cdot 16 \cdot 10^{-3} / ((16 / R) \cdot R) \Rightarrow T_B =$ 3.200 K .

Από την καταστατική εξίσωση για την κατάσταση Γ :

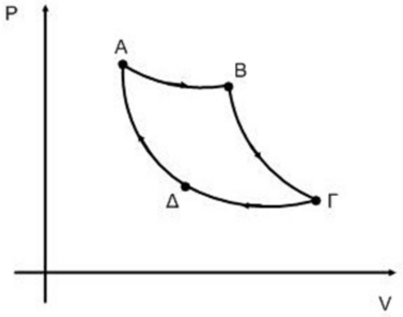
$P_Γ \cdot V_Γ = n \cdot R \cdot T_Γ \Rightarrow T_Γ = P_Γ \cdot V_Γ / n \cdot R \Rightarrow T_Γ = 1 \cdot 10^5 \cdot 16 \cdot 10^{-3} / ((16 / R) \cdot R) \Rightarrow T_Γ =$ 100 K .

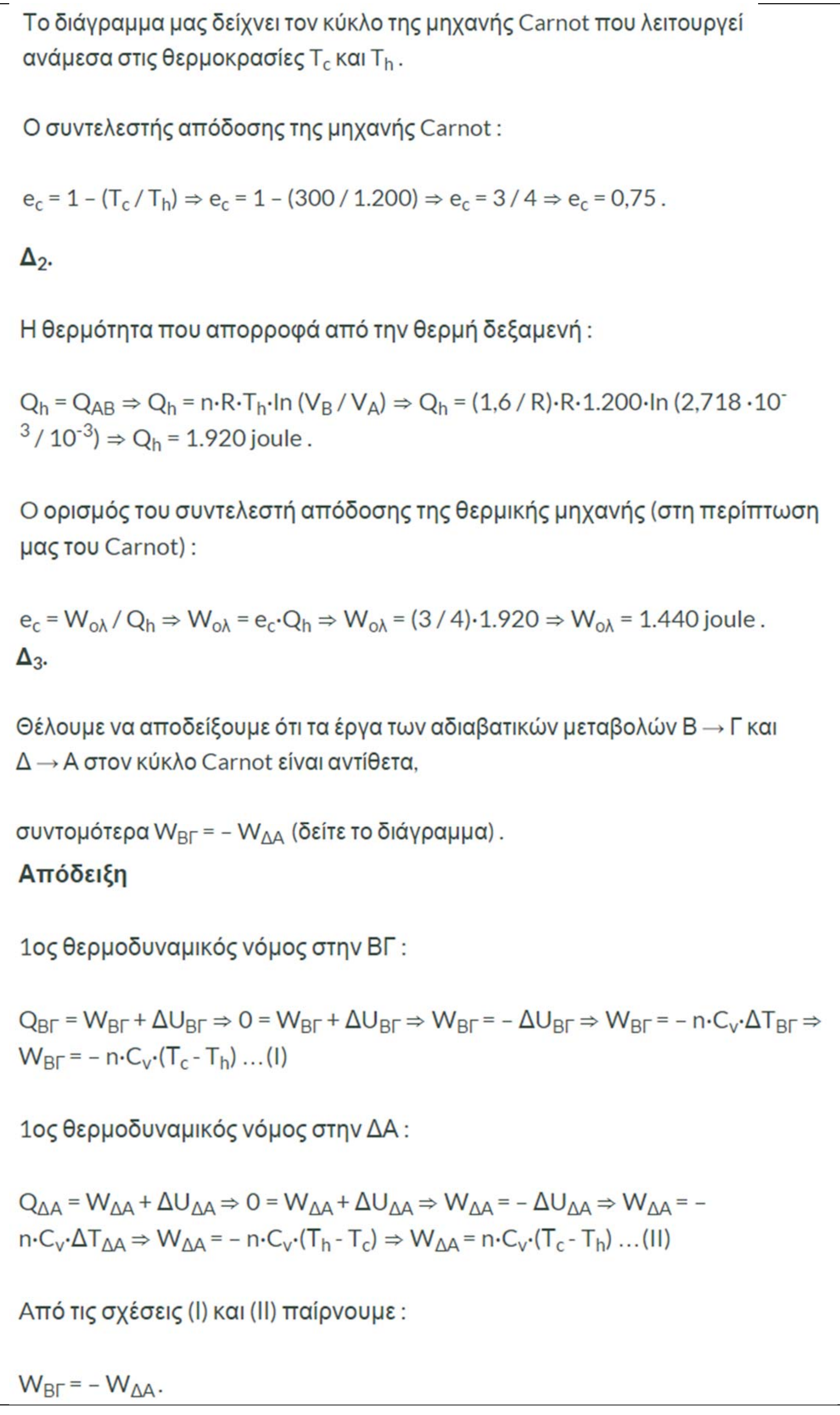
Αρα ο συντελεστής απόδοσης της μηχανής Carnot :

$e_c = 1 – (T_c / T_h) \Rightarrow e_c = 1 – (T_Γ / T_B) \Rightarrow e_c = 1 – (100 / 3.200) \Rightarrow e_c = 1 – (1 / 32) \Rightarrow e_c = 31 / 32$.

46
21074

$Δ_1$.





Το διάγραμμα μας δείχνει τον κύκλο της μηχανής Carnot που λειτουργεί ανάμεσα στις θερμοκρασίες T_c και T_h .

Ο συντελεστής απόδοσης της μηχανής Carnot :

$e_c = 1 – (T_c / T_h) \Rightarrow e_c = 1 – (300 / 1.200) \Rightarrow e_c = 3 / 4 \Rightarrow e_c = 0{,}75$.

Δ_2.

Η θερμότητα που απορροφά από την θερμή δεξαμενή :

$Q_h = Q_{AB} \Rightarrow Q_h = n \cdot R \cdot T_h \cdot \ln (V_B / V_A) \Rightarrow Q_h = (1{,}6 / R) \cdot R \cdot 1.200 \cdot \ln (2{,}718 \cdot 10^{-3} / 10^{-3}) \Rightarrow Q_h = 1.920$ joule .

Ο ορισμός του συντελεστή απόδοσης της θερμικής μηχανής (στη περίπτωση μας του Carnot) :

$e_c = W_{ολ} / Q_h \Rightarrow W_{ολ} = e_c \cdot Q_h \Rightarrow W_{ολ} = (3 / 4) \cdot 1.920 \Rightarrow W_{ολ} = 1.440$ joule .

Δ_3.

Θέλουμε να αποδείξουμε ότι τα έργα των αδιαβατικών μεταβολών Β → Γ και Δ → Α στον κύκλο Carnot είναι αντίθετα,

συντομότερα $W_{ΒΓ} = – W_{ΔΑ}$ (δείτε το διάγραμμα) .

Απόδειξη

1ος θερμοδυναμικός νόμος στην ΒΓ :

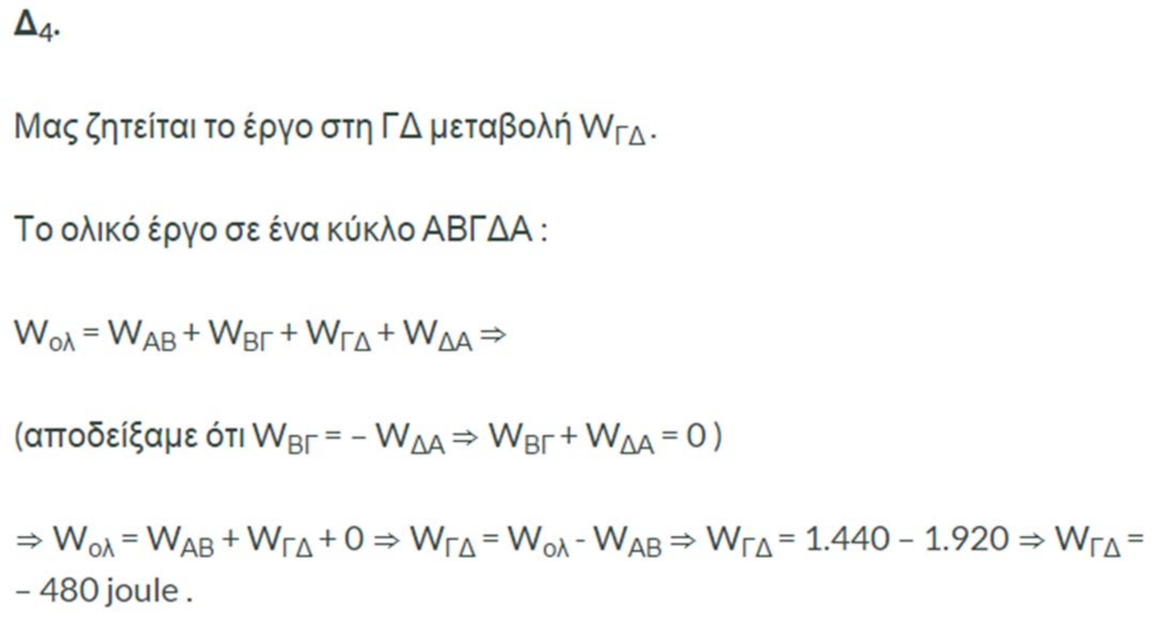
$Q_{ΒΓ} = W_{ΒΓ} + \Delta U_{ΒΓ} \Rightarrow 0 = W_{ΒΓ} + \Delta U_{ΒΓ} \Rightarrow W_{ΒΓ} = – \Delta U_{ΒΓ} \Rightarrow W_{ΒΓ} = – n \cdot C_v \cdot \Delta T_{ΒΓ} \Rightarrow W_{ΒΓ} = – n \cdot C_v \cdot (T_c - T_h)$ …(Ι)

1ος θερμοδυναμικός νόμος στην ΔΑ :

$Q_{ΔΑ} = W_{ΔΑ} + \Delta U_{ΔΑ} \Rightarrow 0 = W_{ΔΑ} + \Delta U_{ΔΑ} \Rightarrow W_{ΔΑ} = – \Delta U_{ΔΑ} \Rightarrow W_{ΔΑ} = – n \cdot C_v \cdot \Delta T_{ΔΑ} \Rightarrow W_{ΔΑ} = – n \cdot C_v \cdot (T_h - T_c) \Rightarrow W_{ΔΑ} = n \cdot C_v \cdot (T_c - T_h)$ …(ΙΙ)

Από τις σχέσεις (Ι) και (ΙΙ) παίρνουμε :

$W_{ΒΓ} = – W_{ΔΑ}$.

<table>
<tr>
<td></td>
<td>


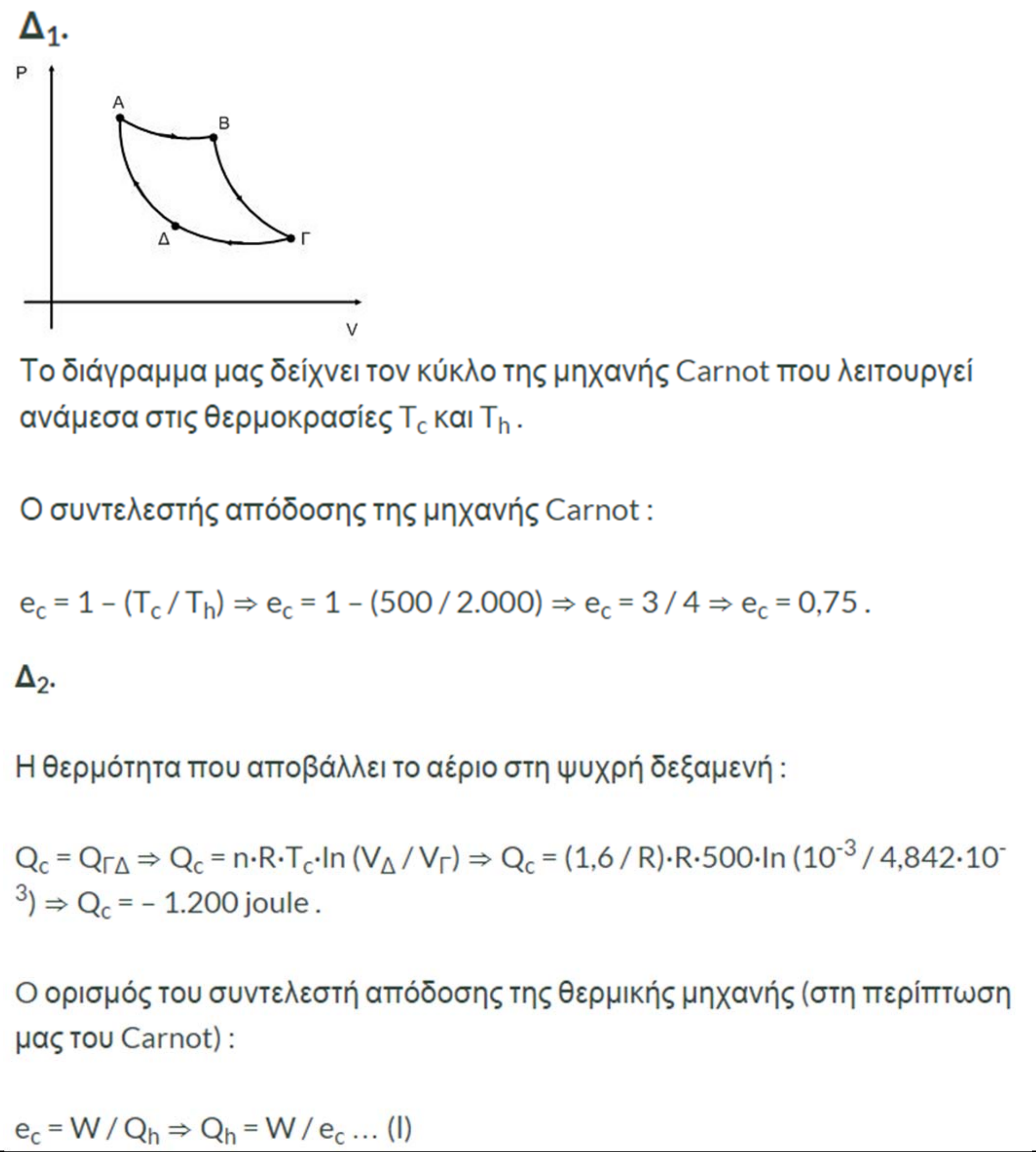
Δ4.

Μας ζητείται το έργο στη ΓΔ μεταβολή $W_{ΓΔ}$.

Το ολικό έργο σε ένα κύκλο ΑΒΓΔΑ :

$W_{ολ} = W_{AB} + W_{BΓ} + W_{ΓΔ} + W_{ΔA} \Rightarrow$

(αποδείξαμε ότι $W_{BΓ} = - W_{ΔA} \Rightarrow W_{BΓ} + W_{ΔA} = 0$)

$\Rightarrow W_{ολ} = W_{AB} + W_{ΓΔ} + 0 \Rightarrow W_{ΓΔ} = W_{ολ} - W_{AB} \Rightarrow W_{ΓΔ} = 1.440 - 1.920 \Rightarrow W_{ΓΔ} = - 480$ joule .
</td>
</tr>
<tr>
<td>47
21075</td>
<td>


Δ1.

Το διάγραμμα μας δείχνει τον κύκλο της μηχανής Carnot που λειτουργεί ανάμεσα στις θερμοκρασίες T_c και T_h .

Ο συντελεστής απόδοσης της μηχανής Carnot :

$e_c = 1 - (T_c / T_h) \Rightarrow e_c = 1 - (500 / 2.000) \Rightarrow e_c = 3 / 4 \Rightarrow e_c = 0{,}75$.

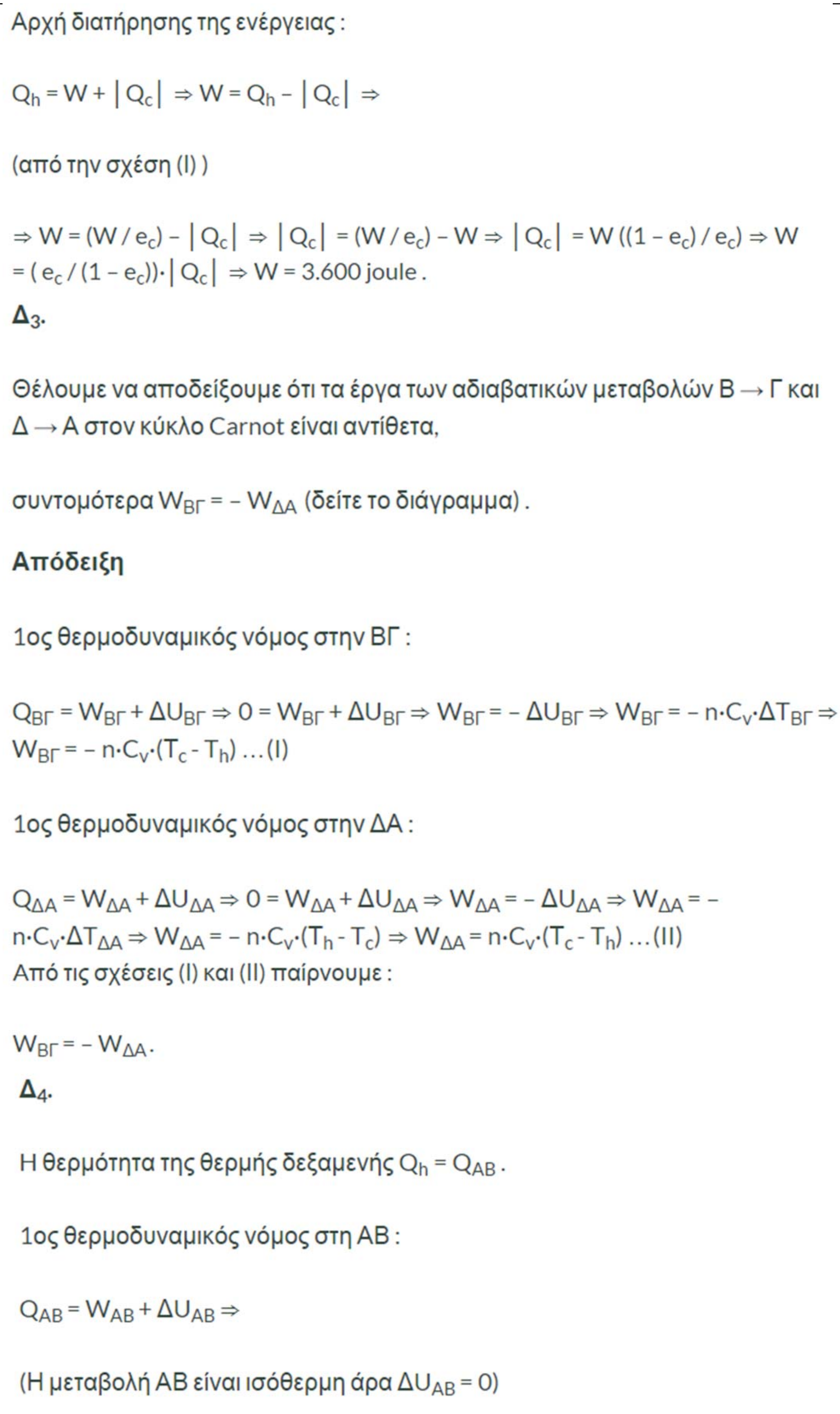
Δ2.

Η θερμότητα που αποβάλλει το αέριο στη ψυχρή δεξαμενή :

$Q_c = Q_{ΓΔ} \Rightarrow Q_c = n{\cdot}R{\cdot}T_c{\cdot}\ln (V_Δ / V_Γ) \Rightarrow Q_c = (1{,}6 / R){\cdot}R{\cdot}500{\cdot}\ln (10^{-3} / 4{,}842{\cdot}10^{-3}) \Rightarrow Q_c = - 1.200$ joule .

Ο ορισμός του συντελεστή απόδοσης της θερμικής μηχανής (στη περίπτωση μας του Carnot) :

$e_c = W / Q_h \Rightarrow Q_h = W / e_c$ ... (Ι)
</td>
</tr>
</table>



Αρχή διατήρησης της ενέργειας :

$Q_h = W + |Q_c| \Rightarrow W = Q_h - |Q_c| \Rightarrow$

(από την σχέση (I))

$\Rightarrow W = (W / e_c) - |Q_c| \Rightarrow |Q_c| = (W / e_c) - W \Rightarrow |Q_c| = W((1 - e_c) / e_c) \Rightarrow W = (e_c / (1 - e_c)) \cdot |Q_c| \Rightarrow W = 3.600$ joule .

$Δ_3$.

Θέλουμε να αποδείξουμε ότι τα έργα των αδιαβατικών μεταβολών Β → Γ και Δ → Α στον κύκλο Carnot είναι αντίθετα,

συντομότερα $W_{ΒΓ} = - W_{ΔΑ}$ (δείτε το διάγραμμα) .

Απόδειξη

1ος θερμοδυναμικός νόμος στην ΒΓ :

$Q_{ΒΓ} = W_{ΒΓ} + ΔU_{ΒΓ} \Rightarrow 0 = W_{ΒΓ} + ΔU_{ΒΓ} \Rightarrow W_{ΒΓ} = - ΔU_{ΒΓ} \Rightarrow W_{ΒΓ} = - n \cdot C_V \cdot ΔT_{ΒΓ} \Rightarrow W_{ΒΓ} = - n \cdot C_V \cdot (T_c - T_h)$ …(I)

1ος θερμοδυναμικός νόμος στην ΔΑ :

$Q_{ΔΑ} = W_{ΔΑ} + ΔU_{ΔΑ} \Rightarrow 0 = W_{ΔΑ} + ΔU_{ΔΑ} \Rightarrow W_{ΔΑ} = - ΔU_{ΔΑ} \Rightarrow W_{ΔΑ} = - n \cdot C_V \cdot ΔT_{ΔΑ} \Rightarrow W_{ΔΑ} = - n \cdot C_V \cdot (T_h - T_c) \Rightarrow W_{ΔΑ} = n \cdot C_V \cdot (T_c - T_h)$ …(II)

Από τις σχέσεις (I) και (II) παίρνουμε :

$W_{ΒΓ} = - W_{ΔΑ}$.

$Δ_4$.

Η θερμότητα της θερμής δεξαμενής $Q_h = Q_{ΑΒ}$.

1ος θερμοδυναμικός νόμος στη ΑΒ :

$Q_{ΑΒ} = W_{ΑΒ} + ΔU_{ΑΒ} \Rightarrow$

(Η μεταβολή ΑΒ είναι ισόθερμη άρα $ΔU_{ΑΒ} = 0$)

$\Rightarrow Q_{AB} = W_{AB} + 0 \Rightarrow Q_{AB} = W_{AB}$.

$e = W / Q_h \Rightarrow e = W / W_{AB} \Rightarrow W_{AB} = W / e \Rightarrow W_{AB} = 4.800$ joule .

48
21089

Δ_1.

Νόμοι των αερίων :

$A \rightarrow B$ ισόθερμη συμπίεση $(T_A = T_B)$:

$P_A{\cdot}V_A = P_B{\cdot}V_B \Rightarrow P_0{\cdot}V_0 = P_B{\cdot}V_0 / 2 \Rightarrow P_B = 2{\cdot}P_0 \Rightarrow P_B = 2{\cdot}10^5\ N / m^2$.

$B \rightarrow \Gamma$ ισόχωρη θέρμανση $(V_B = V_\Gamma)$:

$P_B / T_B = P_\Gamma / T_\Gamma \Rightarrow P_\Gamma = P_B{\cdot}T_\Gamma / T_B \Rightarrow P_\Gamma = 2{\cdot}P_0{\cdot}2{\cdot}T_0 / T_0 \Rightarrow P_\Gamma = 4{\cdot}P_0 \Rightarrow P_\Gamma = 4{\cdot}10^5\ N / m^2$.

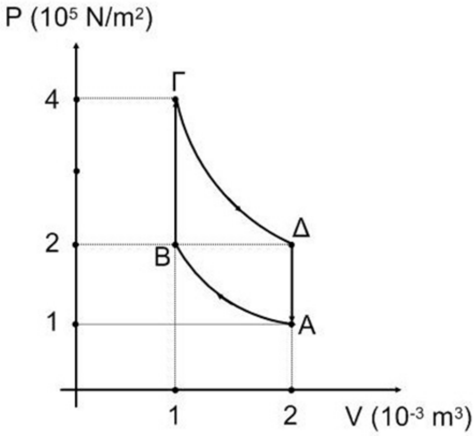
$\Gamma \rightarrow \Delta$ ισόθερμη εκτόνωση $(T_\Gamma = T_\Delta)$:

$P_\Gamma{\cdot}V_\Gamma = P_\Delta{\cdot}V_\Delta \Rightarrow P_\Delta = P_\Gamma{\cdot}V_\Gamma / V_\Delta \Rightarrow P_\Delta = 4{\cdot}P_0{\cdot}(V_0 / 2) / V_0 \Rightarrow P_\Delta = 2{\cdot}P_0 \Rightarrow P_\Delta = 2{\cdot}10^5\ N / m^2$.

Με τις παραπάνω τιμές δημιουργούμε τον πίνακα :

	A	B	Γ	Δ
P	$1{\cdot}10^5$	$2{\cdot}10^5$	$4{\cdot}10^5$	$2{\cdot}10^5$
V	$2{\cdot}10^{-3}$	10^{-3}	10^{-3}	$2{\cdot}10^{-3}$
T	T_0	T_0	$2{\cdot}T_0$	$2{\cdot}T_0$

Με τις τιμές του πίνακα σχεδιάζουμε την γραφική παράσταση :



Δ_2.

Το έργο κατά την ισόθερμη εκτόνωση ΓΔ :

$W_{\Gamma\Delta} = n \cdot R \cdot T_\Gamma \cdot \ln (V_\Delta / V_\Gamma) \Rightarrow W_{\Gamma\Delta} = P_\Gamma \cdot T_\Gamma \cdot \ln (V_\Delta / V_\Gamma) \Rightarrow W_{\Gamma\Delta} = 4 \cdot P_0 \cdot (V_0 / 2) \cdot \ln 2 \Rightarrow W_{\Gamma\Delta} = 280$ joule .

Δ_3.

Το ολικό έργο στη κυκλική μεταβολή :

$W = W_{AB} + W_{B\Gamma} + W_{\Gamma\Delta} + W_{\Delta A}$ …(I)

Το έργο στην ΑΒ ισόθερμη συμπίεση :

$W_{AB} = n \cdot R \cdot T_A \cdot \ln V_B / V_A \Rightarrow W_{AB} = P_0 \cdot V_0 \cdot \ln (1/2) \Rightarrow W_{AB} = -140$ joule .

Το έργο στις ισόχωρες ΒΓ και ΔΑ :

$W_{B\Gamma} = W_{\Delta A} = 0$.

Από την σχέση (I), το ολικό έργο :

(I) $\Rightarrow W = W_{AB} + W_{B\Gamma} + W_{\Gamma\Delta} + W_{\Delta A} \Rightarrow W = -140 + 0 + 280 + 0 \Rightarrow W = 140$ joule .

Η θερμότητα στη θερμή δεξαμενή Q_h :

$Q_h = Q_{B\Gamma} + Q_{\Gamma\Delta}$ …(II)

1ος θερμοδυναμικός νόμος στη ΓΔ ισόθερμη εκτόνωση :

$Q_{ΓΔ} = W_{ΓΔ} + ΔU_{ΓΔ} \Rightarrow Q_{ΓΔ} = W_{ΓΔ} + 0$.

Η θερμότητα στη ΒΓ ισόχωρη θέρμανση :

$Q_{ΒΓ} = n \cdot C_V \cdot ΔT_{ΒΓ} \Rightarrow Q_{ΒΓ} = n \cdot (3 \cdot R / 2) \cdot (T_Γ - T_B) \Rightarrow Q_{ΒΓ} = (3/2) \cdot (P_Γ \cdot V_Γ - P_B \cdot V_B) \Rightarrow Q_{ΒΓ} = (3/2) \cdot (4 \cdot P_0 \cdot (V_0/2) - 2 \cdot P_0 \cdot V_0/2) \Rightarrow Q_{ΒΓ} = 3 \cdot P_0 \cdot V_0 / 2$
$\Rightarrow Q_{ΒΓ} = 300$ joule .

(ΙΙ) $\Rightarrow Q_h = 300 + 280 \Rightarrow Q_h = 580$ joule .

Ο συντελεστής απόδοσης :

$e = W / Q_h \Rightarrow e = 140 / 580 \Rightarrow e = 7/29$.

Δ$_4$.

Ο συντελεστής απόδοσης του κύκλου Carnot :

$e_c = 1 - (T_c / T_h) \Rightarrow e_c = 1 - (T_0 / 2 \cdot T_0) \Rightarrow e_c = 1 - (1/2) \Rightarrow e_c = ½$.

49
21092

Δ$_1$.

Οι μεταβολές του ιδανικού αερίου :

$A \rightarrow B$ ισοβαρής εκτόνωση ($P_A = P_A$) :

$V_A / T_A = V_B / T_B \Rightarrow T_B = T_A \cdot V_B / V_A \Rightarrow T_B = T_0 \cdot 3 \cdot V_0 / V_0 \Rightarrow T_B = 3 \cdot T_0$.

$B \rightarrow Γ$ ισόχωρη ψύξη ($V_B = V_Γ$) :

$P_B / T_B = P_Γ / T_Γ$.

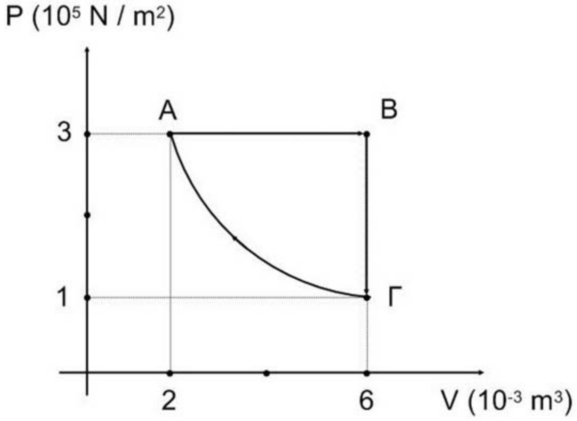
$Γ \rightarrow A$ ισόθερμη συμπίεση ($T_Γ = T_A$) :

$P_Γ \cdot V_Γ = P_A \cdot V_A \Rightarrow P_Γ = P_A \cdot V_A / V_Γ \Rightarrow P_Γ = P_0 \cdot V_0 / 3 \cdot V_0 \Rightarrow P_Γ = 10^5\ N/m^2$.

Με τις τιμές που υπολογίσαμε συμπληρώνουμε τον παρακάτω πίνακα :

	Α	Β	Γ
P (10^5 N / m^2)	3	3	1
V (10^{-3} m^3)	2	6	6
T (K)	T_0	$3{\cdot}T_0$	T_0

Με τις τιμές του πίνακα σχεδιάζουμε το διάγραμμα πίεσης P – όγκου V :



$Δ_2$.

Η ενεργός ταχύτητα στη κατάσταση ισορροπίας Α :

$υ_{εν,Α} = \sqrt{}(3{\cdot}R{\cdot}T_Α / M) \Rightarrow υ_{εν,Α} = \sqrt{}(3{\cdot}R{\cdot}T_0 / M)$.

Η ενεργός ταχύτητα στη κατάσταση ισορροπίας Γ :

$υ_{εν,Γ} = \sqrt{}(3{\cdot}R{\cdot}T_Γ / M) \Rightarrow υ_{εν,Γ} = \sqrt{}(3{\cdot}R{\cdot}T_0 / M)$.

Διαιρούμε τις δύο σχέσεις κατά μέλη :

$υ_{εν,Α} / υ_{εν,Γ} = \sqrt{}(3{\cdot}R{\cdot}T_0 / M) / \sqrt{}(3{\cdot}R{\cdot}T_0 / M) \Rightarrow υ_{εν,Α} / υ_{εν,Γ} = 1$.

$Δ_3$.

Το έργο στην ισοβαρή εκτόνωση ΑΒ :

$W_{AB} = P_A \cdot (V_B - V_A) \Rightarrow W_{AB} = P_0 \cdot (3 \cdot V_0 - V_0) \Rightarrow W_{AB} = 2 \cdot P_0 \cdot V_0 \Rightarrow W_{AB} = 2 \cdot 3 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \Rightarrow W_{ΒΓ} = 1.200$ joule .

Το έργο στην ισόχωρη ψύξη ΒΓ :

$W_{ΒΓ} = 0$.

Το έργο στην ισόθερμη συμπίεση ΓΑ :

$W_{ΓΑ} = n \cdot R \cdot T_Γ \cdot \ln (V_A / V_Γ) \Rightarrow W_{ΓΑ} = P_Γ \cdot V_Γ \cdot \ln (V_A / V_Γ) \Rightarrow W_{ΓΑ} = P_0 \cdot V_0 \cdot \ln (V_0 / 3 \cdot V_0) \Rightarrow W_{ΓΑ} = P_0 \cdot V_0 \cdot \ln (1 / 3) \Rightarrow W_{ΓΑ} = -1{,}1 \cdot P_0 \cdot V_0 \Rightarrow W_{ΓΑ} = -1{,}1 \cdot 3 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \Rightarrow W_{ΓΑ} = -660$ joule .

Το έργο κατά την κυκλική μεταβολή ΑΒΓΑ :

$W_{ολ} = W_{AB} + W_{ΒΓ} + W_{ΓΑ} \Rightarrow W_{ολ} = 1.200 + 0 - 660 \Rightarrow W_{ολ} = 540$ joule .

Δ$_4$.

Η θερμότητα που απορροφά το αέριο από την θερμή δεξαμενή :

$Q_h = Q_{AB} \Rightarrow Q_h = n \cdot C_p \cdot ΔT_{AB} \Rightarrow$

$(C_p = C_v + R \Rightarrow C_p = 3 \cdot R / 2 + R \Rightarrow C_p = 5 \cdot R / 2)$

$\Rightarrow Q_h = n \cdot (5 \cdot R / 2) \cdot ΔT_{AB} \Rightarrow Q_h = (5 / 2) \cdot (n \cdot R \cdot T_B - n \cdot R \cdot T_B) \Rightarrow Q_h = (5 / 2) \cdot (P_B \cdot V_B - P_A \cdot V_A) \Rightarrow Q_h = (5 / 2) \cdot (3 \cdot P_0 \cdot V_0 - P_0 \cdot V_0) \Rightarrow Q_h = 5 \cdot P_0 \cdot V_0 \Rightarrow Q_h = 5 \cdot 3 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \Rightarrow Q_h = 3.000$ joule .

Ο συντελεστής απόδοσης της θερμικής μηχανής τοις εκατό :

$e\,\% = e \cdot 100\,\% \Rightarrow e\,\% = (W / Q_h) \cdot 100\,\% \Rightarrow e\,\% = (540 / 3.000) \cdot 100\,\% \Rightarrow e\,\% = 18\,\%$.

50
21096

Δ$_1$.

Η θερμότητα στην ισοβαρή θέρμανση ΑΒ :

$Q_{AB} = n \cdot C_V \cdot \Delta T_{AB} \Rightarrow Q_{AB} = n \cdot (5 \cdot R / 2) \cdot (T_B - T_A) \Rightarrow Q_{AB} = (5 / 2) \cdot (P_B \cdot V_B - P_A \cdot V_A) \Rightarrow Q_{AB} = (5 / 2) \cdot (3 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 10^{-3} - 3 \cdot 10^5 \cdot 10^{-3}) \Rightarrow Q_{AB} = 1.500$ joule .

Δ$_2$.

Οι νόμοι στις μεταβολές :

$A \rightarrow B$ ισοβαρής θέρμανση ($P_A = P_B$) :

$V_A / T_A = V_B / T_B \Rightarrow T_B = T_A \cdot (V_B / V_A) \Rightarrow T_B = T_A \cdot (3 \cdot V_A) / V_A \Rightarrow T_B = 3 \cdot T_A$.

$B \rightarrow \Gamma$ ισόχωρη ψύξη ($V_B = V_\Gamma$) :

$P_B / T_B = P_\Gamma / T_\Gamma$.

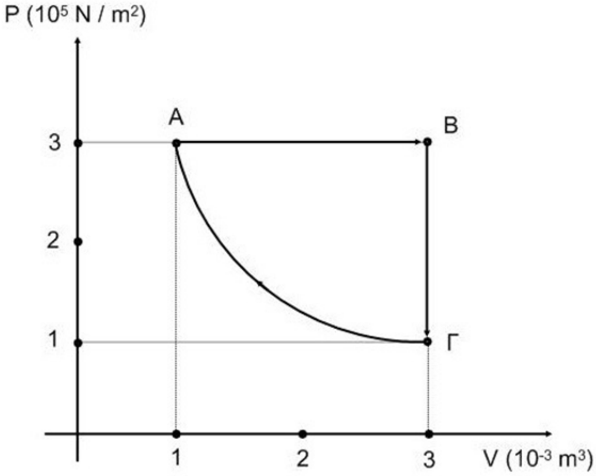
$\Gamma \rightarrow A$ ισόθερμη συμπίεση ($T_\Gamma = T_A$) :

$P_\Gamma \cdot V_\Gamma = P_A \cdot V_A \Rightarrow P_\Gamma = P_A \cdot V_A / V_\Gamma \Rightarrow P_\Gamma = 3 \cdot 10^5 \cdot 10^{-3} / (3 \cdot 10^{-3}) \Rightarrow P_\Gamma = 10^5$ N / m² .

Με τις παραπάνω τιμές συμπληρώνουμε τον πίνακα :

	A	B	Γ
P (10^5 N / m^2)	3	3	1
V (10^{-3} m^3)	1	3	3
T	T_A	$3 \cdot T_A$	T_A

Με τις τιμές του πίνακα σχεδιάζουμε την γραφική παράσταση :



Δ3.

Στην ΑΒ ισοβαρή μεταβολή :

$W_{AB} / Q_{AB} = n·R·ΔT / (n·C_p·ΔT) \Rightarrow W_{AB} / Q_{AB} = R / C_p \Rightarrow W_{AB} / Q_{AB} = R / (5·R / 2) \Rightarrow W_{AB} / Q_{AB} = 2 / 5 \Rightarrow W_{AB} = 2·Q_{AB} / 5 \Rightarrow W_{AB} = 2·1.500 / 5 \Rightarrow W_{AB} = 600$ joule .

Στην ΒΓ ισόχωρη μεταβολή :

$W_{BΓ} = 0$.

Στην ΓΑ ισόθερμη μεταβολή :

$W_{ΓA} = n·R·T_A·\ln (V_A / V_Γ) \Rightarrow W_{ΓA} = P_A·V_A·\ln (1 / 3) \Rightarrow W_{ΓA} = – P_A·V_A·\ln 3 \Rightarrow W_{ΓA} = – 1,1·300 \Rightarrow W_{ΓA} = – 330$ joule .

Το ολικό έργο στη κυκλική μεταβολή ΑΒΓΑ :

$W_{ολ} = W_{AB} + W_{BΓ} + W_{ΓA} \Rightarrow W_{ολ} = 600 + 0 – 330 \Rightarrow W_{ολ} = 270$ joule .

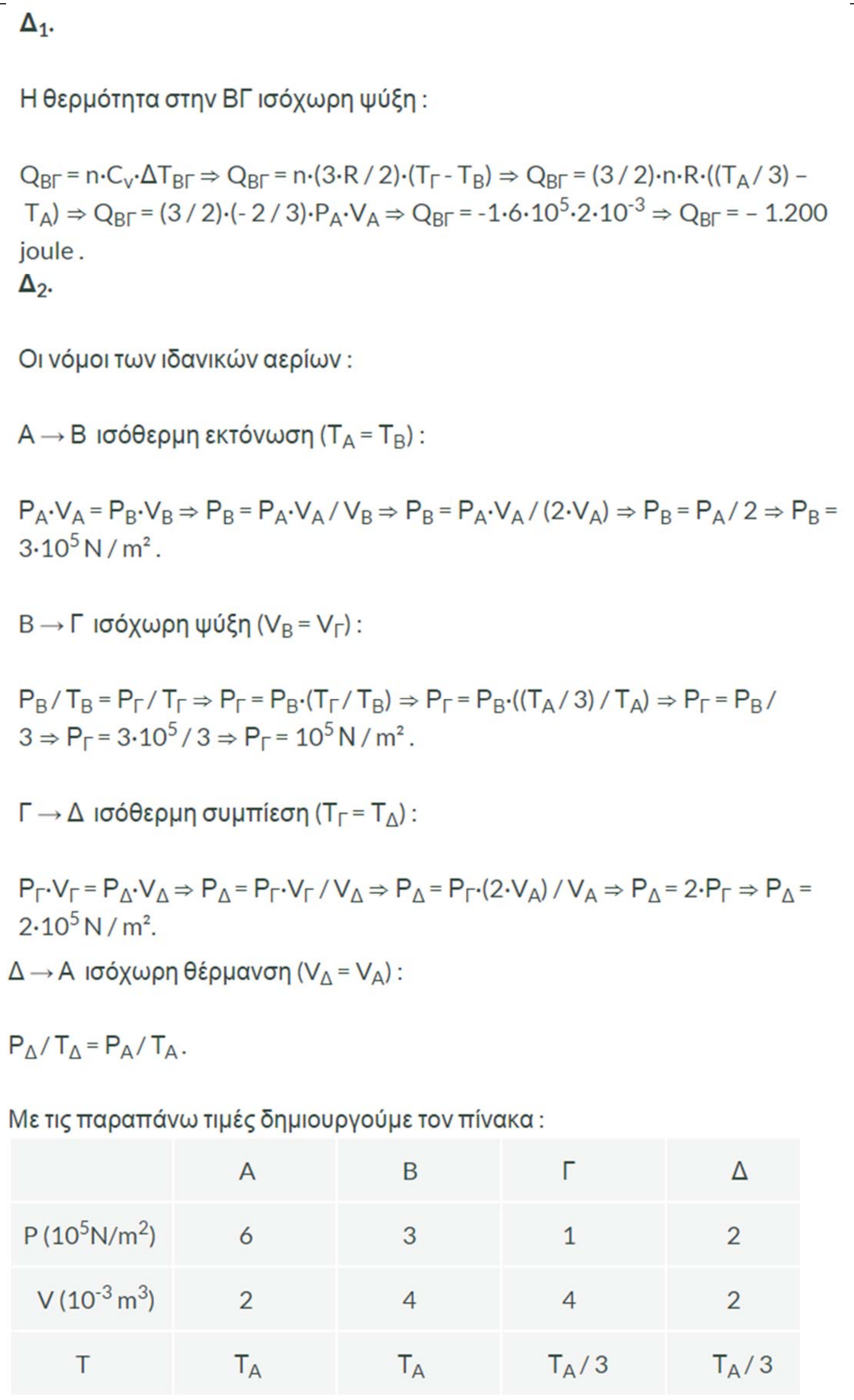
Δ4.

Η θερμότητα που απορροφά η μηχανή από την θερμή δεξαμενή $Q_h = Q_{AB} = 1.500$ joule .

Ο συντελεστής απόδοσης της θερμικής μηχανής :

$e = W / Q_h \Rightarrow e = 270 / 1.500 \Rightarrow e = 9 / 50 \Rightarrow e = 0,18$.

51
21100



Δ₁.

Η θερμότητα στην ΒΓ ισόχωρη ψύξη :

$Q_{ΒΓ} = n·C_V·ΔT_{ΒΓ} \Rightarrow Q_{ΒΓ} = n·(3·R / 2)·(T_Γ - T_Β) \Rightarrow Q_{ΒΓ} = (3 / 2)·n·R·((T_A / 3) - T_A) \Rightarrow Q_{ΒΓ} = (3 / 2)·(- 2 / 3)·P_A·V_A \Rightarrow Q_{ΒΓ} = -1·6·10^5·2·10^{-3} \Rightarrow Q_{ΒΓ} = - 1.200$ joule .

Δ₂.

Οι νόμοι των ιδανικών αερίων :

$A \rightarrow B$ ισόθερμη εκτόνωση ($T_A = T_B$) :

$P_A·V_A = P_B·V_B \Rightarrow P_B = P_A·V_A / V_B \Rightarrow P_B = P_A·V_A / (2·V_A) \Rightarrow P_B = P_A / 2 \Rightarrow P_B = 3·10^5$ N / m² .

$B \rightarrow Γ$ ισόχωρη ψύξη ($V_B = V_Γ$) :

$P_B / T_B = P_Γ / T_Γ \Rightarrow P_Γ = P_B·(T_Γ / T_B) \Rightarrow P_Γ = P_B·((T_A / 3) / T_A) \Rightarrow P_Γ = P_B / 3 \Rightarrow P_Γ = 3·10^5 / 3 \Rightarrow P_Γ = 10^5$ N / m² .

$Γ \rightarrow Δ$ ισόθερμη συμπίεση ($T_Γ = T_Δ$) :

$P_Γ·V_Γ = P_Δ·V_Δ \Rightarrow P_Δ = P_Γ·V_Γ / V_Δ \Rightarrow P_Δ = P_Γ·(2·V_A) / V_A \Rightarrow P_Δ = 2·P_Γ \Rightarrow P_Δ = 2·10^5$ N / m².

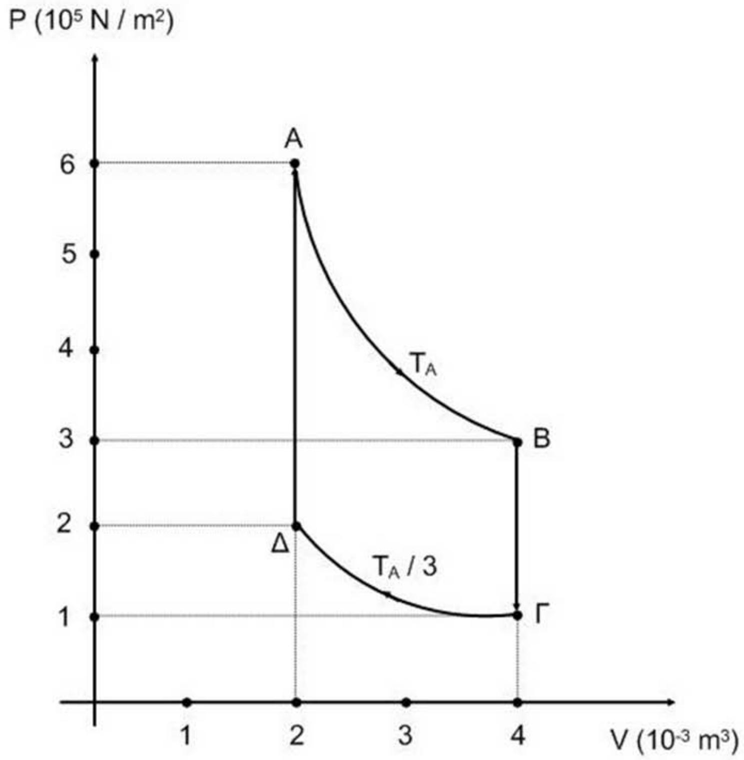
$Δ \rightarrow A$ ισόχωρη θέρμανση ($V_Δ = V_A$) :

$P_Δ / T_Δ = P_A / T_A$.

Με τις παραπάνω τιμές δημιουργούμε τον πίνακα :

	A	B	Γ	Δ
P ($10^5 N/m^2$)	6	3	1	2
V ($10^{-3} m^3$)	2	4	4	2
T	T_A	T_A	$T_A / 3$	$T_A / 3$

Με τις τιμές του πίνακα σχεδιάζουμε την γραφική παράσταση πίεσης P – όγκου V :



Δ3.

Το έργο στην ΑΒ ισόθερμη εκτόνωση :

$W_{AB} = n{\cdot}R{\cdot}T_A{\cdot}\ln (V_B / V_A) \Rightarrow W_{AB} = P_A{\cdot}V_A{\cdot}\ln (V_B / V_A) \Rightarrow W_{AB} = 6{\cdot}10^5{\cdot}2{\cdot}10^{-3}{\cdot}\ln (4{\cdot}10^{-3} / 2{\cdot}10^{-3}) \Rightarrow W_{AB} = 840$ joule .

Το έργο στην ΒΓ ισόχωρη ψύξη :

$W_{B\Gamma} = 0$.

Το έργο στην ΓΔ ισόθερμη συμπίεση :

$W_{\Gamma\Delta} = n{\cdot}R{\cdot}T_\Gamma{\cdot}\ln (V_\Delta / V_\Gamma) \Rightarrow W_{\Gamma\Delta} = P_\Gamma{\cdot}V_\Gamma{\cdot}\ln (V_\Delta / V_\Gamma) \Rightarrow W_{\Gamma\Delta} = 10^5{\cdot}2{\cdot}10^{-3}{\cdot}\ln (2{\cdot}10^{-3} / 4{\cdot}10^{-3}) \Rightarrow W_{\Gamma\Delta} = -280$ joule .

Το έργο στην ΔΑ ισόχωρη θέρμανση :

$W_{\Delta A} = 0$.

Το συνολικό έργο που παράγει η θερμική μηχανή :

$W = W_{AB} + W_{B\Gamma} + W_{\Gamma\Delta} + W_{\Delta A} \Rightarrow W = 840 + 0 - 280 + 0 \Rightarrow W = 560$ joule .

Δ$_4$.

1ος θερμοδυναμικός νόμος στην ΑΒ :

($\Delta U_{AB} = 0$, η ΑΒ είναι ισόθερμη)

$Q_{AB} = W_{AB} + \Delta U_{AB} \Rightarrow Q_{AB} = W_{AB} \Rightarrow Q_{AB} = 840$ joule .

1ος θερμοδυναμικός νόμος στην ΒΓ :

($W_{B\Gamma} = 0$, η ΒΓ είναι ισόχωρη)

$Q_{B\Gamma} = W_{B\Gamma} + \Delta U_{B\Gamma} \Rightarrow Q_{B\Gamma} = \Delta U_{B\Gamma} \ldots$(I)

1ος θερμοδυναμικός νόμος στην ΓΔ :

($\Delta U_{\Gamma\Delta} = 0$, η ΓΔ είναι ισόθερμη)

$Q_{\Gamma\Delta} = W_{\Gamma\Delta} + \Delta U_{\Gamma\Delta} \Rightarrow Q_{\Gamma\Delta} = W_{\Gamma\Delta} \Rightarrow Q_{\Gamma\Delta} = -280$ joule .

1ος θερμοδυναμικός νόμος στην ΔΑ :

($W_{\Delta A} = 0$, η ΔΑ είναι ισόχωρη)

$Q_{\Delta A} = W_{\Delta A} + \Delta U_{\Delta A} \Rightarrow Q_{\Delta A} = \Delta U_{\Delta A} \ldots$(II)

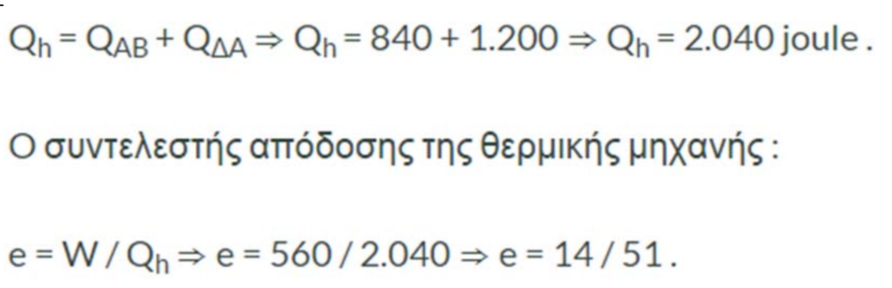
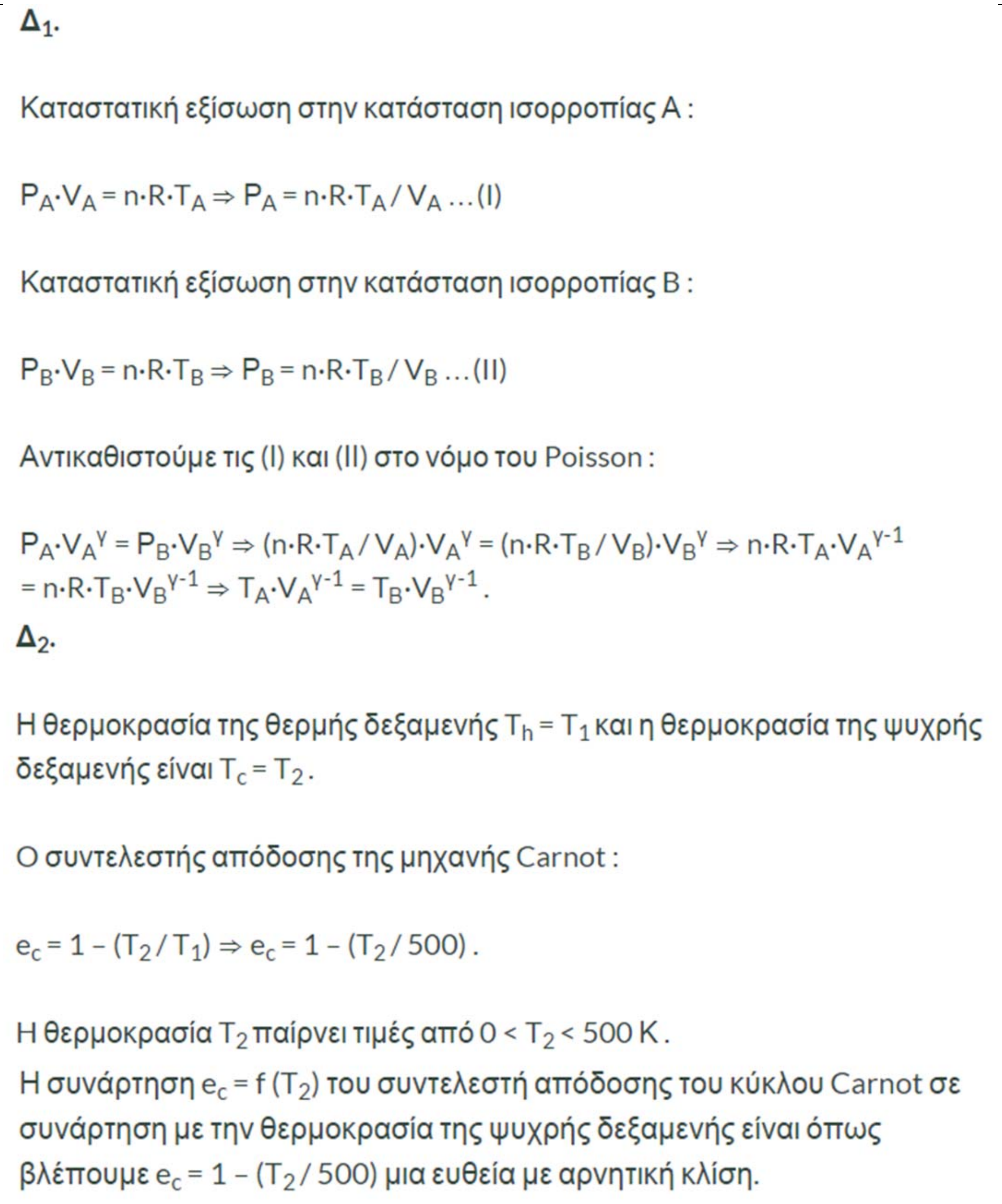
Στην κυκλική μεταβολή :

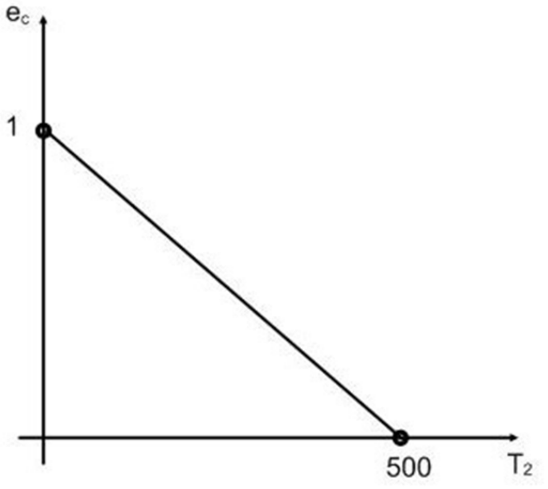
$\Delta U_{o\lambda} = \Delta U_{AB} + \Delta U_{B\Gamma} + \Delta U_{\Gamma\Delta} + \Delta U_{\Delta A} \Rightarrow 0 = 0 + \Delta U_{B\Gamma} + 0 + \Delta U_{\Delta A} \Rightarrow$

(από τις σχέσεις (I) και (II))

$\Rightarrow 0 = Q_{B\Gamma} + Q_{\Delta A} \Rightarrow Q_{\Delta A} = -Q_{B\Gamma} \Rightarrow Q_{\Delta A} = -(-1.200) \Rightarrow Q_{\Delta A} = 1.200$ joule .

Η θερμότητα που απορροφά η θερμική μηχανή από την θερμή δεξαμενή σε κάθε κύκλο :

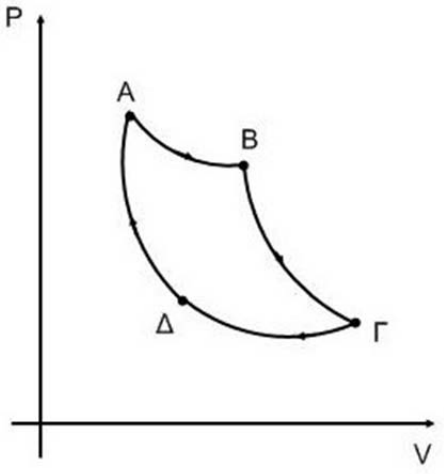
	 $Q_h = Q_{AB} + Q_{\Delta A} \Rightarrow Q_h = 840 + 1.200 \Rightarrow Q_h = 2.040$ joule . Ο συντελεστής απόδοσης της θερμικής μηχανής : $e = W / Q_h \Rightarrow e = 560 / 2.040 \Rightarrow e = 14 / 51$.
52 21125	 **Δ_1.** Καταστατική εξίσωση στην κατάσταση ισορροπίας Α : $P_A \cdot V_A = n \cdot R \cdot T_A \Rightarrow P_A = n \cdot R \cdot T_A / V_A \ldots$ (I) Καταστατική εξίσωση στην κατάσταση ισορροπίας Β : $P_B \cdot V_B = n \cdot R \cdot T_B \Rightarrow P_B = n \cdot R \cdot T_B / V_B \ldots$ (II) Αντικαθιστούμε τις (I) και (II) στο νόμο του Poisson : $P_A \cdot V_A{}^{\gamma} = P_B \cdot V_B{}^{\gamma} \Rightarrow (n \cdot R \cdot T_A / V_A) \cdot V_A{}^{\gamma} = (n \cdot R \cdot T_B / V_B) \cdot V_B{}^{\gamma} \Rightarrow n \cdot R \cdot T_A \cdot V_A{}^{\gamma-1} = n \cdot R \cdot T_B \cdot V_B{}^{\gamma-1} \Rightarrow T_A \cdot V_A{}^{\gamma-1} = T_B \cdot V_B{}^{\gamma-1}$. **Δ_2.** Η θερμοκρασία της θερμής δεξαμενής $T_h = T_1$ και η θερμοκρασία της ψυχρής δεξαμενής είναι $T_c = T_2$. Ο συντελεστής απόδοσης της μηχανής Carnot : $e_c = 1 - (T_2 / T_1) \Rightarrow e_c = 1 - (T_2 / 500)$. Η θερμοκρασία T_2 παίρνει τιμές από $0 < T_2 < 500$ K . Η συνάρτηση $e_c = f(T_2)$ του συντελεστή απόδοσης του κύκλου Carnot σε συνάρτηση με την θερμοκρασία της ψυχρής δεξαμενής είναι όπως βλέπουμε $e_c = 1 - (T_2 / 500)$ μια ευθεία με αρνητική κλίση.



Οι τιμές $e_c = 1$ και $T_2 = 500$ K δεν είναι σημεία της γραφικής παράστασης.

Το $e_c < 1$ γιατί το δηλώνει ο 2ος θερμοδυναμικός νόμος, επίσης αν η $T_2 = 500$ K $\Rightarrow e_c = 0$, δεν μπορεί όμως να υπάρξει θερμική μηχανή χωρίς ψυχρή δεξαμενή.

Δ_3.



Η μορφή της εξίσωσης του Poisson που αποδείξαμε στο Δ_1:

$T_A{\cdot}V_A{}^{\gamma-1} = T_B{\cdot}V_B{}^{\gamma-1} \Rightarrow (T_A)^{1/(\gamma-1)}{\cdot}V_A = (T_\Delta)^{1/(\gamma-1)}{\cdot}V_\Delta \Rightarrow V_A / V_\Delta = (T_\Delta / T_A)^{1/(\gamma-1)} \Rightarrow (2/5)^{3/2} = (200/500)^{1/(\gamma-1)} \Rightarrow 3/2 = 1/(\gamma - 1) \Rightarrow 3\gamma - 3 = 2 \Rightarrow \gamma = 5/3$

Έχουμε ένα ιδανικό αέριο άρα $C_V = 3{\cdot}R/2$.

Δ_4.

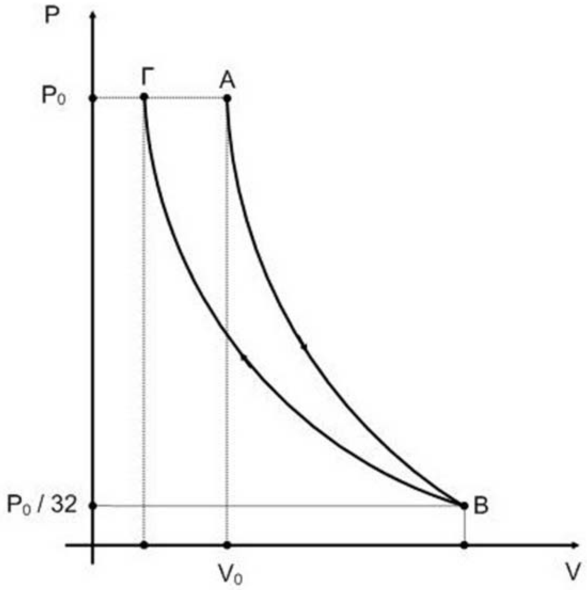
1ος θερμοδυναμικός νόμος στη ΒΓ :

(η ΒΓ είναι αδιαβατική εκτόνωση $Q_{B\Gamma} = 0$)

$Q_{BΓ} = ΔU_{BΓ} + W_{BΓ} \Rightarrow 0 = ΔU_{BΓ} + W_{BΓ} \Rightarrow W_{BΓ} = -ΔU_{BΓ} \Rightarrow W_{BΓ} = -n·C_V·ΔT_{BΓ} \Rightarrow W_{BΓ} = -(2/R)·(3·R/2)·(T_Γ - T_B) \Rightarrow W_{BΓ} = 3·(T_B - T_Γ) \Rightarrow W_{BΓ} = 3·(500 - 200) \Rightarrow W_{BΓ} = 900$ joule.

53
21127

$Δ_1$.



Κατά την αδιαβατική εκτόνωση A → B το ιδανικό αέριο ψύχεται γιατί μειώνεται η εσωτερική του ενέργεια :

1ος θερμοδυναμικός νόμος στην AB :

(η AB είναι αδιαβατική εκτόνωση $Q_{AB} = 0$)

$Q_{AB} = ΔU_{AB} + W_{AB} \Rightarrow 0 = ΔU_{AB} + W_{AB} \Rightarrow ΔU_{AB} = -W_{AB} < 0$.

Κατά την B → Γ ισόθερμη συμπίεση το αέριο επιστρέφει στην αρχική του πίεση η $T_Γ < T_0$.

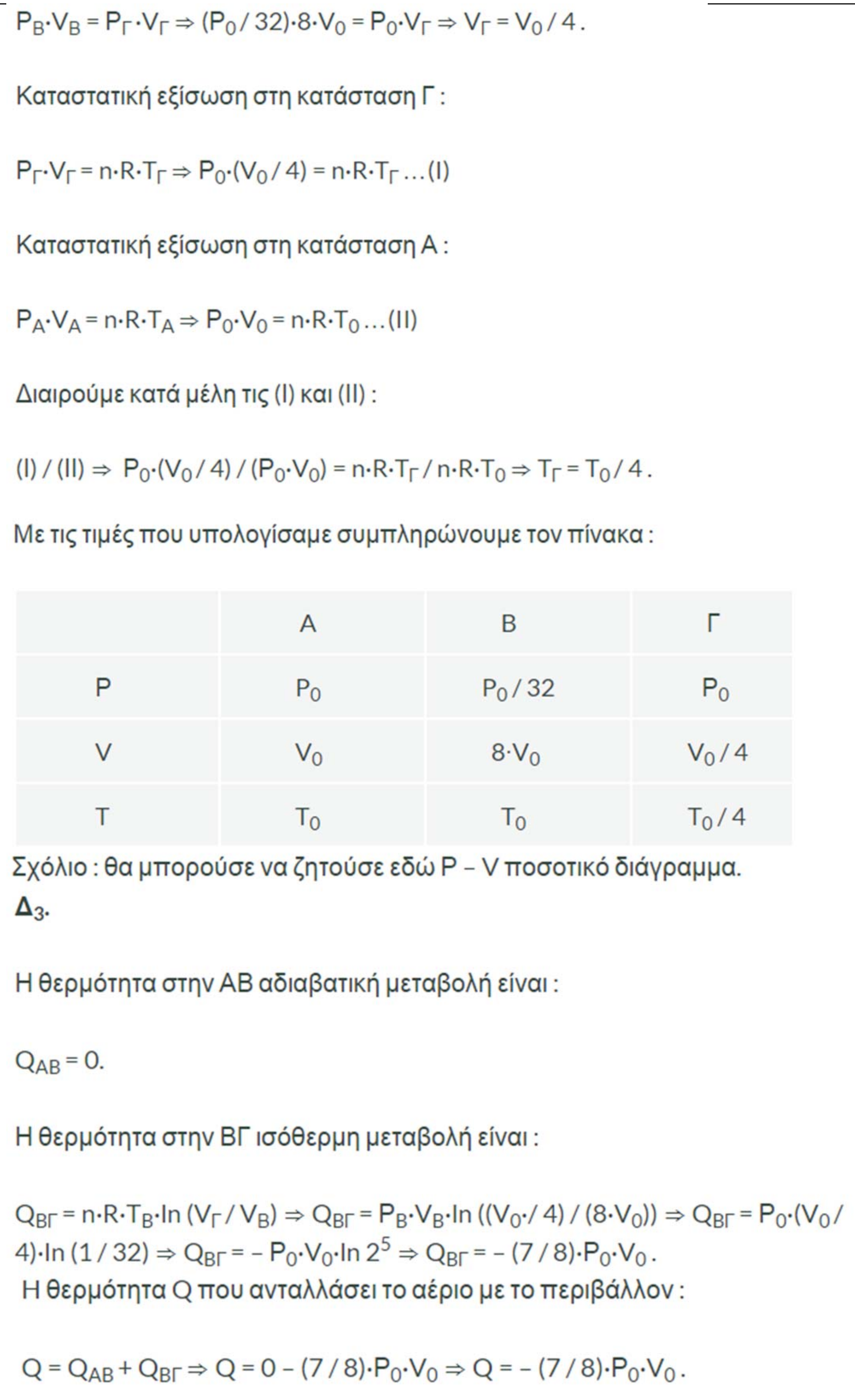
$Δ_2$.

Οι νόμοι των ιδανικών αερίων :

A → B αδιαβατική εκτόνωση ($Q_{AB} = 0$)

$P_A·V_A^γ = P_B·V_B^γ \Rightarrow (V_B^γ)^{1/γ} = (V_A^γ)^{1/γ}·(P_A / P_B)^{1/γ} \Rightarrow V_B = V_A·(P_A / P_B)^{1/γ} \Rightarrow V_B = V_0·32^{3/5} \Rightarrow V_B = 8·V_0$.

B → Γ ισόθερμη συμπίεση ($P_B = P_Γ$)



$P_B \cdot V_B = P_\Gamma \cdot V_\Gamma \Rightarrow (P_0 / 32) \cdot 8 \cdot V_0 = P_0 \cdot V_\Gamma \Rightarrow V_\Gamma = V_0 / 4$.

Καταστατική εξίσωση στη κατάσταση Γ :

$P_\Gamma \cdot V_\Gamma = n \cdot R \cdot T_\Gamma \Rightarrow P_0 \cdot (V_0 / 4) = n \cdot R \cdot T_\Gamma \ldots (I)$

Καταστατική εξίσωση στη κατάσταση Α :

$P_A \cdot V_A = n \cdot R \cdot T_A \Rightarrow P_0 \cdot V_0 = n \cdot R \cdot T_0 \ldots (II)$

Διαιρούμε κατά μέλη τις (I) και (II) :

$(I) / (II) \Rightarrow P_0 \cdot (V_0 / 4) / (P_0 \cdot V_0) = n \cdot R \cdot T_\Gamma / n \cdot R \cdot T_0 \Rightarrow T_\Gamma = T_0 / 4$.

Με τις τιμές που υπολογίσαμε συμπληρώνουμε τον πίνακα :

	A	B	Γ
P	P_0	$P_0 / 32$	P_0
V	V_0	$8 \cdot V_0$	$V_0 / 4$
T	T_0	T_0	$T_0 / 4$

Σχόλιο : θα μπορούσε να ζητούσε εδώ P – V ποσοτικό διάγραμμα.

Δ_3.

Η θερμότητα στην ΑΒ αδιαβατική μεταβολή είναι :

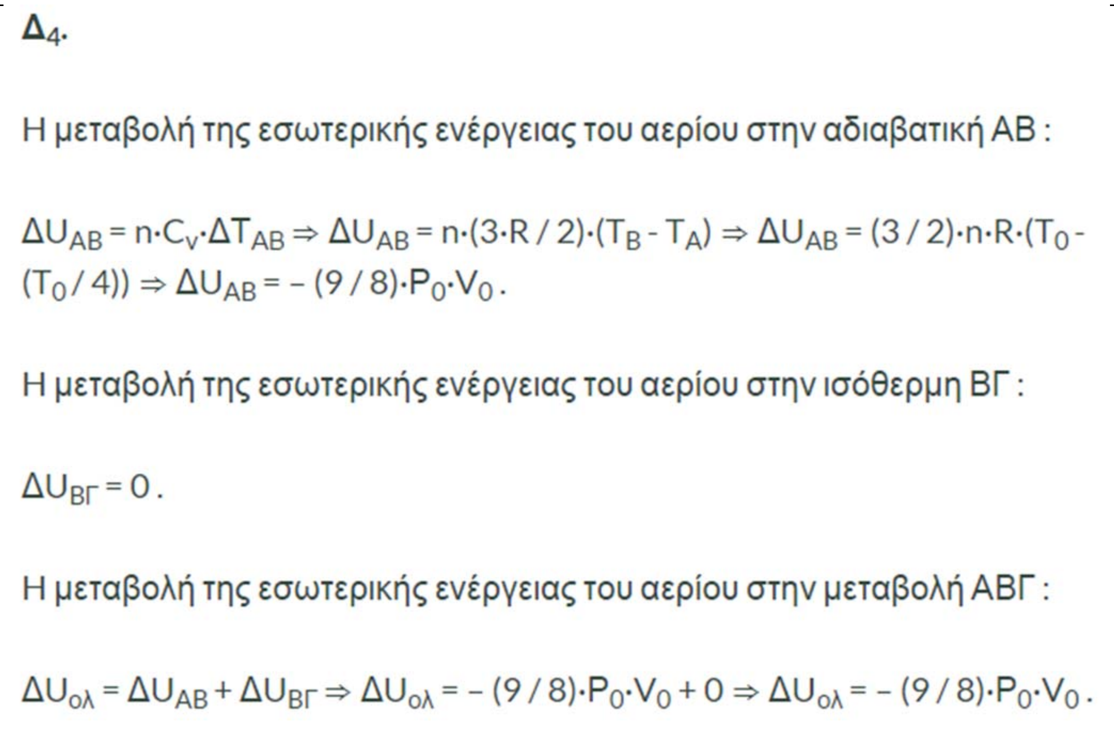
$Q_{AB} = 0$.

Η θερμότητα στην ΒΓ ισόθερμη μεταβολή είναι :

$Q_{B\Gamma} = n \cdot R \cdot T_B \cdot \ln (V_\Gamma / V_B) \Rightarrow Q_{B\Gamma} = P_B \cdot V_B \cdot \ln ((V_0 \cdot / 4) / (8 \cdot V_0)) \Rightarrow Q_{B\Gamma} = P_0 \cdot (V_0 / 4) \cdot \ln (1 / 32) \Rightarrow Q_{B\Gamma} = - P_0 \cdot V_0 \cdot \ln 2^5 \Rightarrow Q_{B\Gamma} = - (7 / 8) \cdot P_0 \cdot V_0$.

Η θερμότητα Q που ανταλλάσει το αέριο με το περιβάλλον :

$Q = Q_{AB} + Q_{B\Gamma} \Rightarrow Q = 0 - (7 / 8) \cdot P_0 \cdot V_0 \Rightarrow Q = - (7 / 8) \cdot P_0 \cdot V_0$.



Δ4.

Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου στην αδιαβατική ΑΒ :

$\Delta U_{AB} = n \cdot C_V \cdot \Delta T_{AB} \Rightarrow \Delta U_{AB} = n \cdot (3 \cdot R / 2) \cdot (T_B - T_A) \Rightarrow \Delta U_{AB} = (3/2) \cdot n \cdot R \cdot (T_0 - (T_0/4)) \Rightarrow \Delta U_{AB} = -(9/8) \cdot P_0 \cdot V_0$.

Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου στην ισόθερμη ΒΓ :

$\Delta U_{B\Gamma} = 0$.

Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου στην μεταβολή ΑΒΓ :

$\Delta U_{o\lambda} = \Delta U_{AB} + \Delta U_{B\Gamma} \Rightarrow \Delta U_{o\lambda} = -(9/8) \cdot P_0 \cdot V_0 + 0 \Rightarrow \Delta U_{o\lambda} = -(9/8) \cdot P_0 \cdot V_0$.